

十年制学校课本

# 算 术

SUANSHU

第九册

(初稿)

## 編者的話

这一套算術課本(初稿)分十册,另外有珠算一册,供十年制学校前五学年使用。前六册相当于原来初小程度,后四册相当于原来高小程度。

算術第九册的重点是分数的四則运算。在分数四則运算以前,講約数和倍数,为后面学习分数做准备。

掌握分数四則运算的关键,首先是講清分数的意义,分数四則运算的意义,与整数运算的异同点;并加强例题,在例题中間、后面或适当阶段归纳出法則,講清每一种运算法則的来源;然后进行大量练习。

在講分数的意义时,从实际测量和分东西引入,并且利用各种图形来说明,使学生获得明确的分数概念;同时指出分数与除法、分数与小数的关系,复名数如何用分数来表示,加强教材的内在联系。

分数加减法中的难点是异分母分数加减和带分数减法中要从被减数的整数部分退1的(連减法有退有2的)。这些难点,除多用例子说明,并且多予练习。

分数乘除法的难点是乘除的法則,特别是分数除法为什么要把除数分子分母颠倒相乘,另外就是求一个数的几分之几和已知一个数的几分之几求这个数的应用題。分数乘除法的法則都是在明确分数乘除法的意义的基础上来讲解,同时

应用图解。讲的时候注意一方面说明每种情况（例如分数乘以整数、整数乘以分数、分数乘以分数）运算法则的特殊性，另一方面也说明它们的共同性，避免学生死记一些互不联系的运算法则。求一个数的几分之几和已知一个数的几分之几求这个数的应用题，除了通过实例和图解说明外，还注意它们的联系和对比。

从本册起新授教材适当集中，文字叙述也较前稍有增加，培养学生练习阅读课本，为以后阅读代数、几何课本做些准备。

本册估计102课时可以教完。随着各地方各学校的情况不同，可以适当地延长或缩短课时。

由于编者的水平所限，课本中难免有很多缺点和错误，诚恳地希望各方面多多提出宝贵意见，帮助我们提高课本的质量。

人民教育出版社

1960年11月

# 目 录

一 約数和倍数	1
1. 能被 2、5、3 整除的数	1
2. 質数和合数、分解質因数	6
3. 公約数、最大公約数、公倍数、最小公倍数	9
二 分数的意义和性質	13
1. 分数的意义	13
2. 眞分数、假分数、带分数	22
3. 分数的基本性質	30
4. 約分	32
5. 通分	36
三 分数加减法	41
1. 同分母分数加减法	41
2. 异分母分数加减法	44
3. 带分数加减法	49
4. 分数加减混合运算	55
四 分数乘法	60
1. 分数乘以整数	60
2. 一个数乘以分数	63
五 分数除法	75
1. 分数除以整数	76
2. 一个数除以分数	79
3. 分数乘除混合运算	89
六 四則混合运算和应用題	91
1. 分数四則混合运算	91
2. 繁分数	104
七 复习	107

## 一 約数和倍数

### 1 能被 2、5、3 整除的数

在整数除法里,有的时候,除得的商正好是整数而没有余数,我們就說,那个被除数能被除数整除。例如:

用 3 除 15 沒有余数,我們就說 15 能被 3 整除;

用 2 除 24 沒有余数,我們就說 24 能被 2 整除。

甲数能够被乙数整除,甲数就叫作乙数的倍数,乙数就叫作甲数的約数。例如:

15 是 3 的倍数,3 是 15 的約数; 24 是 2 的倍数,2 是 24 的約数。

一个数可以有几个約数。例如:

15 有 1、3、5、15 四个約数;

24 有 1、2、3、4、6、8、12、24 八个約数。

在以后的分数运算中,常常需要确定一个数是不是另一个数的約数。为了計算簡便,可以根据数的某些特征来判断它們有什么約数,也就是来判断它們能被什么数整除。

### (1)能被2整除的数的特征

我們把1、2、3、4、5、6、7、8、9、10……分別用2乘，得到2、4、6、8、10、12、14、16、18、20……這些數都是2的倍數，也就是能被2整除的數。

很容易看出，這些數的個位數是0、2、4、6、8。

個位上是0、2、4、6、8的數，能夠被2整除。

能被2整除的數叫作偶數，通常也叫作雙數。

不能被2整除的數叫作奇數，通常也叫作單數。

例1 下面哪些數是偶數？

36 85 127 218 3,054 1,961

36、218、3,054是偶數。

例2 寫出200後面五個連續的奇數。

201、203、205、207、209。

### (2)能被5整除的數的特征

我們把1、2、3、4、5、6、7、8、9、10……分別用5乘，得到5、10、15、20、25、30、35、40、45、50……這些數都是5的倍數，也就是能被5整除的數。

很容易看出，這些數的個位數是0或者5。

個位上是0或者5的數，能夠被5整除。

**例 3** 645 袋化肥用 5 輛汽車運, 能不能使每輛汽車裝的袋數相等?

645 能被 5 整除, 所以能使每輛汽車裝的袋數相等。

(3) 能被 3 整除的數的特徵

我們把 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10……分別用 3 乘, 得到 3、6、9、12、15、18、21、24、27、30……這些數都是 3 的倍數, 也就是能被 3 整除的數。

從這些數的個位數看不出它們有什麼特徵, 因此不能單從一個數的個位數來判斷它能不能被 3 整除。

分別把 12、15、18、21、24、27、30……的各位上的數相加, 得到 3、6、9、3、6、9、3、……這些數都能被 3 整除。

一個數的各位上的數的和能夠被 3 整除, 這個數就能夠被 3 整除。

**例 4** 下面哪些數能被 3 整除?

1,911    236    40,725

因為  $1+9+1+1=12$ , 12 能被 3 整除, 所以 1,911 能被 3 整除。

因為  $2+3+6=11$ , 11 不能被 3 整除, 所以 236 不能被 3 整除。

因為  $4+0+7+2+5=18$ , 18 能被 3 整除, 所以 40,725 能

被 3 整除。

(4)能被 7、11 等整除的数

100 以内的数，容易直接看出能不能被 7、11 整除，100 以上的数，可以用下面的方法来检验：

从这个数里减去 7、11 的 10 倍、20 倍、……，余下一个 100 以内的数，如果余下的数能被 7、11 整除，原数就能被 7、11 整除。

例如：364 减去 7 的 50 倍，得 14，14 能被 7 整除，就是 364 能被 7 整除。

869 减去 11 的 70 倍，得 99，99 能被 11 整除，就是 869 能被 11 整除。

255 减去 7 的 30 倍，得 45，45 不能被 7 整除，就是 255 不能被 7 整除。

能不能被其他的数整除，也可以用这种方法检验。

### 练习一

1. 下面每组数中，哪个数是哪个数的约数，哪个数是哪个数的倍数？

72 和 8    140 和 20    35 和 105    50 和 1,000

2. 下面的数各有哪些约数？

9    10    14    18    24    90    105

3. 50 以内的数，8 的倍数有哪些？12 的倍数有哪些？

4. 不要做除法演算，说出下面哪些数能够被 2 整除：



36 42 49 65 88 104 153 280

5. 下面哪些数是奇数?

• 77 132 501 3,170 4,285 6,003

6. 写出 299 后面五个连续的偶数。

7. 不要做除法演算, 说出下面哪些数能够被 5 整除:

44 50 65 76 85 101 135 280

8. 把下面各数里的 \* 换成什么数字, 就能够被 5 整除?

45 \*      1,5 \* 5      12,73 \*      24.00 \*

9. 城关小学 105 个学生拔萝卜, 能不能把他们分成 5 队, 使每队的人数相等?

10. 能被 10 整除的数有什么特征?

11. 下面哪些数有约数 2, 哪些数有约数 5?

12 21 40 62 89 278 325 694 3,000

12. 写出一个是 2 的倍数同时也是 5 的倍数的三位数。

13. 不要做除法演算, 说出下面哪些数能够被 3 整除:

42 49 78 111 165 455 612 2,016

14. 写出两个能被 3 整除的三位数。

15. 把下面各数里的 \* 换成什么数字, 就能够被 3 整除?

15 \*      5,07 \*      9, \* 64      2 \*, 308

16. 下面哪些数有约数 2, 哪些数有约数 5, 哪些数有约数 3?

18 75 120 225 386 1,005

17. 下面哪些数有约数 7, 哪些数有约数 11?

91 165 189 231 374 503

## 2. 質數和合數、分解質因數

在整數里面，有些數的約數多，有些數的約數少。在一些計算中，如果事先能夠知道一個數有怎樣的約數，對於計算有很大的方便。現在我們看看一些數所有的約數的情況。

例1 說出下面各數的約數。哪些數的約數最少？這些數只有怎樣的約數？

5      6      9      11      12

5 的約數有 1, 5。

6 的約數有 1, 2, 3, 6。

9 的約數有 1, 3, 9。

11 的約數有 1, 11。

12 的約數有 1, 2, 3, 4, 6, 12。

5 和 11 的約數最少，只有 1 和它本身是它的約數。

一個數除了 1 和它本身，不再有別的約數（或者說不能再被別的數整除），這個數就叫作質數。

上面講到的 5 和 11 就是質數。20 以內有 8 個質數：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19。

一個數除了 1 和它本身，還有別的約數（或者說還能被別的數整除），這個數就叫作合數。

上面講到的 6, 9, 12 都是合數。

1 不算质数, 也不算合数。

**例 2** 下面各数, 哪些是质数? 哪些是合数?

21 29 36 43 57 67

29、43、67 是质数, 21、36、57 是合数。

要知道一个数是不是质数, 可以查质数表。下面是 200 以内的质数表:

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79
83	89	97	101	103	107	109	113	127	131	137
139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193
197	199									

**例 3** 6、12、20 各是哪几个质数相乘得到的?

6 是由  $2 \times 3$  得到的。

12 可以由  $2 \times 6$  得到。但是 6 还是合数, 可以由  $2 \times 3$  得到, 所以 12 是由  $2 \times 2 \times 3$  得到的。

20 可以由  $5 \times 4$  得到。但是 4 还是合数, 可以由  $2 \times 2$  得到, 所以 20 是由  $5 \times 2 \times 2$  得到的。

合数都可以由几个质数相乘得到, 这几个质数都是这个合数的因数, 所以叫作这个合数的质因数。

把一个合数用质因数相乘的形式表示出来, 叫作分解质因数。

例如把 12 分解質因數就是： $12=2 \times 2 \times 3$ ；把 20 分解質因數就是： $20=5 \times 2 \times 2$ 。

**例 4** 把 33、42、60 分解質因數。

通常我們用下面的方法演算：

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)33} \\ \underline{11} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)42} \\ \underline{3 \overline{)21}} \\ \phantom{0} \underline{7} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)60} \\ \underline{2 \overline{)30}} \\ \phantom{0} \underline{3 \overline{)15}} \\ \phantom{00} \underline{5} \\ 0 \end{array}$$

$$33=3 \times 11 \quad 42=2 \times 3 \times 7 \quad 60=2 \times 2 \times 3 \times 5$$

把一個合數分解質因數，先用一個能整除這個合數的質數去除這個數，得出的商如果是質數，就把除數和商寫成相乘的形式；得出的商如果是合數，再用一個能整除這個商的質數去除這個商；直到得出的商是質數為止。然後把各個除數和最後的商寫成連乘的形式。

## 練習二

1. 下面是 2 到 50 的各數。把所有的合數用斜綫划掉，剩下的就都是質數。50 以內有哪些數是質數？一共有多少個？

2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

2. 下面各數，哪些是質數？哪些是合數？（查質數表）

37 71 123 131 157 189

3. 把下面各数分解质因数:

a) 10 35 49 65 77 121

b) 16 36 54 72 105 140

4. 上庄小学有 91 个学生摘豆角, 能不能把他们分成几个人数相等的小组? 可能分成几组, 每组几人? 有几种分法?

5. 用连乘法口算下面各题:

$$25 \times 16 \qquad 18 \times 45$$

$$15 \times 42 \qquad 14 \times 35$$

### 3. 公约数、最大公约数、公倍数、 最小公倍数

在实际计算中, 有时我们不仅要知道一个数的约数或倍数, 还要知道几个数共同有的约数或倍数。

**例 1** 12 和 18 的约数各有哪些? 它们公有的约数是哪几个? 最大的一个公有的约数是几?

12 的约数有 1、2、3、4、6、12。

18 的约数有 1、2、3、6、9、18。

它们公有的约数是 1、2、3、6。最大的一个公有的约数是 6。

几个数公有的约数; 叫作这几个数的公约数; 其中最大的一个, 叫作这几个数的最大公约数。

例如 1、2、3、6 都是 12 和 18 的公约数, 6 是 12 和 18 的最

大公約數。

**例2** 从小到大，順次寫出4的幾個倍數和6的幾個倍數。寫出幾個它們公有的倍數。最小的一個公有的倍數是哪一個？

4的倍數有4、8、12、16、20、24……

6的倍數有6、12、18、24……

4和6公有的倍數有12、24……最小的一個公有的倍數是12。

幾個數公有的倍數，叫作這幾個數的公倍數；其中最小的一個，叫作這幾個數的最小公倍數。

**例3** 求18和30的最小公倍數。

先把18和30分解質因數。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 30 = 2 \times 3 \times 5$$

18和30的公倍數里必須包含18所有的質因數，也包含30所有的質因數。18的質因數有一個2和兩個3，30的質因數有一個2、一個3和一個5，所以，18和30的公倍數里面至少要有一個2、兩個3和一個5。

18和30的最小公倍數是 $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ 。

為了簡便，通常用下面的方法來演算：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \quad 30 \cdots \cdots 18 \text{ 和 } 30 \text{ 有公約數 } 2, \text{ 用 } 2 \text{ 除。} \\ 3 \overline{) 9} \quad 15 \cdots \cdots 9 \text{ 和 } 15 \text{ 有公約數 } 3, \text{ 用 } 3 \text{ 除。} \\ 3 \quad 5 \cdots \cdots 3 \text{ 和 } 5 \text{ 只有公約數 } 1, \text{ 不必再除。} \end{array}$$

把所有的除数和商乘起来,得到:

18 和 30 的最小公倍数是  $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ 。

如果大数是小数的倍数,那末大数就是这两个数的最小公倍数。例如: 15、75 的最小公倍数就是 75。

如果两个数只有公約数 1,那末它們的乘积就是它們的最小公倍数。例如: 9 和 4 的最小公倍数就是  $9 \times 4 = 36$ 。

**例 4** 求 12、18 和 20 的最小公倍数。

先把 12、18 和 20 分解质因数。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \quad 18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 20 = 2 \times 2 \times 5$$

12、18 和 20 的公倍数里必須包含 12 的所有质因数,也包含 18 的所有质因数,也包含 20 的所有质因数。12 的质因数有两个 2 和一个 3, 18 的质因数有一个 2 和两个 3, 20 的质因数有两个 2 和一个 5, 所以, 12、18 和 20 的公倍数里面至少要有两个 2、两个 3 和一个 5。

12、18 和 20 的最小公倍数是  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$ 。

为了簡便,通常用下面的方法来演算:

2	12	18	20	……	12、18 和 20 有公約数 2, 用 2 除这三个数。
2	6	9	10	……	6 和 10 还有公約数 2, 再用 2 除这两个数 把 9 移下来。
3	3	9	5	……	3 和 9 还有公約数 3, 再用 3 除这两个数 把 5 移下来。
	1	3	5	……	1、3 和 5 每两个数中間都只有公約数 1, 不必再除。

把所有的除数和最后一排的各个数乘起来,得到:

12、18 和 20 的最小公倍数是  $2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 3 \times 5 = 180$ 。

**例 5** 求 2、3 和 5 的最小公倍数。

2、3 和 5 这三个数,每两个数的公約数都只有 1,所以,

2、3 和 5 的最小公倍数是  $2 \times 3 \times 5 = 30$ 。

### 練 习 三

1. 下面各組数有沒有公約数 2? 有沒有公約数 3? 有沒有公約数 5?

24 和 32      60 和 75      156 和 180

2. 說出下面各組数的公約数(1 除外):

8 和 10      14 和 35      16 和 20

9 和 12      15 和 24      28 和 60

25 和 30      22 和 55      36 和 54

34 和 32      39 和 26      32 和 16

3. 下面哪几个数是 2 和 5 的公倍数, 哪个是它們的最小公倍数?

5    8    10    15    20    25    30    40

4. 求下面各組数的最小公倍数:

12 和 18      35 和 5      56 和 63

30 和 45      36 和 54      60 和 70

24 和 30      14 和 15      16 和 48

16 和 72      24 和 120      32 和 27



5. 求下面各組数的最小公倍数:

6, 8 和 12      8, 9 和 12      16, 28 和 35

4, 8 和 16      3, 5 和 4      26, 30 和 39

6. 下面哪些数是奇数, 哪些数是偶数? 哪些数能被 3 整除, 哪些数能被 5 整除?

27   35   48   50   69   96   180   375   700

7. 用 5, 7, 8 排成一个三位数, 使它是 2 的倍数; 再排成一个三位数, 使它是 5 的倍数。

8. 下面各数, 哪些是合数? 哪些是质数? (查质数表)

53      89      97      161      169      177

9. 把下面各数分解质因数:

45   56   64   80   84   162   210

10. 下面哪几組数有公約数 2? 哪几組数有公約数 3? 哪几組数有公約数 5? 哪几組数有公約数 7?

18 和 42      35 和 56      75 和 55

45 和 60      42 和 63      105 和 70

11. 求下面各組数的最小公倍数:

42 和 24      3, 5 和 7      2, 3, 4 和 6

16 和 20      4, 12 和 21      5, 10, 15 和 20

## 二 分数的意义和性质

### 1. 分数的意义

人們在生产劳动和实际生活中进行测量和計算,