中国科学院光学精密机械研究所

光学设计论文集

內部資料　注意保存

國防工業出版社

中国科学院光学精密机械研究所

光 学 设 计 论 文 集

内部資料　注意保存

光学设计论文集

中国科学院光学精密机械研究所編

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第 074 号

国防工业出版社印刷厂印刷　　内部发行

*

787×1092 1/16　印張 14 5/8　342 千字

1964 年 5 月第一版　1964 年 5 月第一次印刷　印数：001—800 册

統一书号：N 15034·713　　定价：(科八—2)3.00 元

編 者 的 話

光学設計屬于应用几何光学，它是光学仪器的重要理論基础之一。中国科学院光学精密机械研究所于1952年建所之初即在王大珩先生的領导下設立光学設計部門，开展这方面的研究工作。1956年王之江撰写了"光学設計方法与高級像差分析"一书；1957年王之江、王乃弘等为全国光学設計訓练班編写了讲义；1959年王之江、譚維翰等为全国光学設計学术报告会撰写了論文与工作报告。現在选用其中一部分文章，并补加了最近的一些研究成果，汇編成集，以应需要。

本集共选文章十九篇。其中对光学設計作概括介紹的一篇；光学系統质量評价方面的一篇；有关像差理論及其应用方面的八篇；具体光学系統設計方面的七篇；光学仪器光学系統的討論和設計方面的二篇，这样便基本上包括了光学設計各方面的內容。本来还有一些其他文章可以选入，有的因为需要修改，有的因为其他原因沒有編入本文集，将在以后汇編文集时刊載。

本集中各篇文章写作时間相隔很长，使用符号不一致，除編輯过程中加以注意修改外，在最后附一符号意义說明表，以便查閱。

本集中大部分的文章經过呂大元先生及王大珩先生的审讀，并进行了修改，編者深表謝意。

文章內容希望得到国內同行的广泛批評与指正，以求有机会再版时质量有所提高。

編 者 1963年6月

目　次

光 学 設 計

王 之 江

光学仪器是普遍应用在各业务部門中的重要工具。光学設計就是实現各种光学仪器的基础，它已有一百年以上的历史。随着光学仪器发展的需要，光学設計的理論和方法也日益发展，日益完善。

光学仪器在光学方面的作用可归結为：将物空間的一定光管按要求地轉变为像空間的一定光管。这种轉变的完善性决定于所用的光学系統的性能参数和质量。由于光能的傳布是遵守几何光学和物理光学的基本定律的，光学設計的問題也就是如何运用这些定律来处理和解决实际問題。

光学設計的几何光学問題不外乎应用折射定律和反射定律来使一点发出的光綫經光学系統后按預定要求相交于一点。但是一点发出的光綫經折射和反射后，一般不再相交于一点。不仅如此，各发光点和它們的像之間的对应相似关系也受到破坏。这二类缺陷統称为像差。光学設計本可单純依靠光綫光路計算来算出折射后的缺陷，然后将任意选定的一个或几个結构参数（半徑、厚度、折射率等）作变动，再算出参数变动后的像差，观察像差变动和参数变动的关系，作內插外推，然后多作一些参数的变动，以逐次接近于理想的校正像差的情况。因此，似乎只需将光綫光路計算的方法完善化，使之既方便又减少产生錯誤的可能性就行了，但是这种原始的方法所需要的工作量过大，而且也会遇到一些原則上不能用某些参数来校正的像差，从而使大量的計算工作毫无作用。

現代的光学設計工作是以像差理論为基础的。像差理論中一个重要的方法是按照对称性来区分光学系統。对称度高的光学系統的像差特性只要用几个参数——独立像差数——就可以表示出来。例如球对称的系統，用一个参数就几乎够了。这样就使設計变得很容易。一般使用的軸对称系統的像差数要比非軸对称的少得多。有人觉得，除去軸对称等条件对設計的限制，似乎是有利的，但实际情况恰恰相反，所增加的自由度是小于所增加的像差数的。

像差理論中另一个重要方法是将像差按其作用范圍及对称性分类。这也是物理学中常用的处理方法。将复杂函数按其变量作級数展开，首先研究其較为簡单的低次冪項，此时复杂的函数关系可变为較簡单的代数关系。这在几何光学像差理論中就是初級像差理論。采用这种方法解决了光学設計中很大一部分問題（如决定各个参数对像差的影响，判断校正像差的原則及可能性，以至从像差的要求出发来解出結构参数应有的值等）。

但是为了使光学系統不单在初級像差領域內，而且在更大的范圍內合乎理想（大孔徑或大視場），单考虑初級像差是不够的，为此发展了高級像差理論，近年来国內外按照不同的观点做过很

多工作。在这方面我們觉得不过分追求准确而要求簡单似乎是重要的，为了准确而要求計算所需的复杂程度超过光綫光路計算就很少意义了。导出一些像差的不变量，以高級球差的概念来理解一般的高級像差似乎是一个有效方法。

虽然很早就試图在光学系統中使用非球面，但至今它的生产工艺尙不成熟。从像差理論看来，軸对称非球面具有突出的优点，它可以簡化光学系統結构并組成某些性能和质量特别优越的光学系統。当有机玻璃的加工工艺成熟后，在光学系統中广泛使用非球面将使它的結构和质量大为改观。

一、像 差 分 类

像差是决定光綫位置的坐标的函数。对一定物平面所发出的通过一定光瞳面的光綫可由它与二平面交点的四个坐标所完全决定，因之像差原則上可表示为二物面坐标和二光闌坐标的显函数。但实际上由于函数关系的复杂性，除个别特殊簡单的情况外，难以得到这种表示，即使有了这种表示，也无实用价值(复杂得看不出函数依存关系)。由于像差理論的目的在于指导設計，我們不但要求它具有足够的准确性，而且必須足够簡单。正由于如此，通常将像差函数展开为級数，将級数中的最低次項称为初級像差，其高次項順次称为二級三級……像差，或統称为高級像差。研究这种級数的低次項显然比一般地研究复杂的像差函数要容易。像差的項数愈多，就相当于对設計提出的要求愈多，也就愈难設計。像差的項数是由光学系統的对称性决定的，因此在容許的条件下应采用尽可能高度对称的光学系統。在球对称系統中，球形物面上各点的像差是全同的，可以由一点的像差全定，而且此点的像差具有軸对称性，也就是說只有一种初級像差，一种二級像差……等等。但由于它的物面像面均为球面，因之不能适应各式各样的使用要求。对称性稍差的是軸对称系統，此时有五种初級像差，九种二級像差。各初級像差常分别称为球差、彗差、像散、像面弯曲和畸变。在对称軸上的点由于光束的对称性，只受到一种像差的影响，即为球差；稍离軸的点，再受另一像差的影响；由于軸对称，它必和物高一次方成正比，而且引起光束結构的不对称，这就是彗差。离軸更远的点，除受这二种影响外，还受另外三种像差的影响，其中畸变是指一点发出的光束中心綫——主光綫和像平面交点的位置偏离理想像高的程度（引起物像不相似），而像散和像面弯曲則描写邻主光綫的細光束焦点軸向位置离开理想像平面的距离。由此可見用五个参数来粗略描写光束結构已經足够了。在九种二級像差中，五种是描述像高增大时所引起的像差量不同于初級的情况，二种是描述球差、彗差的变化量对于軸外光束的二截面不同的情况，二种是描述孔徑較大时，球差、彗差的变化和初級像差理論所預定的值不同的程度。

对称性更差的就是具有二个对称面的系統，它有十六种初級像差和三十八种二級像差。其中柱面系統是特殊的，它的一个对称面可以作任意平移，因此它只有六种独立初級像差。其中四种就是它的一个光束截面的像差，这些像差显然和对应的軸对称系統的光束截面全同。另二种是因柱面对斜光綫的“折射率”和主截面內不同而引起的焦点軸向和垂軸位移（畸变和像面弯曲）。由此可見，只有当要求二方面具有不同倍率时方宜使用非軸对称系統，而此时也宜使用柱面系統而不应使用一般的双曲率面。对称性更差的系統由于像差数过多，似乎很难有实用价值。

正由于这样，实际使用的光学系統几乎都是軸对称系統，再由于制造工艺上的原因，都由球心在一条綫上的球面构成。单从設計的观点看来，用軸对称非球面显然比軸对称球面有利，它只增加自由度（可变化的参数）而不增多要求（独立像差数）。非球面的近軸部分常可看作是球面。它可看作是球面和一无聚焦性的校正板的和。因此同軸球面系統的像差理論是一般系統理論的基础。

看来，像差理論能够解决的問題首先是确定独立像差数（为了描写一般的光束結构所必需的参数个数）。光束結构可經光綫光路計算而得。在独立像差数已知后就可以用少量的光綫計算来完全决定光学系統的特性。

二、初級像差理論

像差理論除可以决定光束結构的特性外，还能决定光学系統中各个单元对計算的最終結果的貢献。这样在設計过程中它就可以为逐次修改系統結构参数提供方向和标准。如看出对某一像差起主要影响的参数，由像差殘余量和各面产生量之比来确定需做小量的修改呢？还是需作根本的变动等等。像差理論的最終目的是从像差的要求出发用解方程式或查表的方法来直接确定光学系統应有的結构。初級像差理論的价值在于：任何可用的光学系統至少須在初級領域內校正，亦即它是必要的条件。因为关系式簡单，故易于用它得出一批滿足初級像差要求的解，以供挑选。挑选是根据可能产生的高級像差值而定的。因之，有系統地尽可能完善地使用初級像差理論来求解以及尽可能由高級像差理論来判定应取的解的方向二者相結合，是一个比較容易获得結果的方法。

无論是同軸球面或非球面，各个折射面上的初級像差产生量都是很容易算出的。最簡单的計算方法是将像差表示为二条近軸光綫的角度和高度的函数。

为了用解方程式的方法来求結构，首先应选取合适的模型，模型之一即薄透鏡。当在薄透鏡的范疇內求解时，可先将要求分类。某些要求如焦距、色差、像面弯曲等只与各单元的焦距及相互間距有关，而与各单元的弯曲状况无关；其他要求則也与弯曲有关。从而可先由前一类要求决定焦距分配，然后再由另一类要求决定半徑。在这里起决定性作用的是薄透鏡的初級像差性质特别簡单。一般的薄透鏡組的所有初級单色像差由它的焦距和它对平行光束的球差和彗差所完全决定，称为 P 和 W。将像差表示为各透鏡的 P、W，就可以由要求解出各組所需的 P、W 值，有系統地預先将各种可能的薄透鏡組 P、W 值列表，就可以由查表而得所需的薄透鏡。这对单个薄透鏡和胶合双透鏡来說是更为簡单了，它們的 P、W 只由它們的弯曲状况而全定，故 P、W 之間存在一个关系，即 P 是 W 的函数，实际上是二次函数，所以它們由 P 的极小值 P_0 所完全确定。对于非胶合薄透鏡的情况要略为复杂一些，但也是可以处理的。一般而言，当解方程式所得的 P_0 不易为胶合双薄透鏡滿足时（亦即所得解的半徑过小时），用复合薄透鏡可以好一些，但除非使用大量鏡片，否則不会有原則性的变化。

任何厚透鏡可以看作是一个单一材料作成的焦距为定值的弯月形厚透鏡与薄透鏡組的和。因之在厚透鏡系統中求解时，只須先将上述簡单厚透鏡的像差列表，就可以像薄透鏡系統一样，由解出的像差值而得到所需的厚透鏡。

厚透鏡与分离薄透鏡的区别只在于二光焦度之間的媒质折射率不同。一般而言，采用分离薄透鏡或厚透鏡的原因是为校正像面弯曲。按初級像差理論，这只能在正負光焦度分离，而且使光束在二面上的入射高度有大差别时才能校正。光学系統常因为这个原因而复杂化，并使它的半徑变小。

在系統中有厚透鏡时，更常采用二个使設計工作簡单化的方法，即色差用等折射率系統校正，在初步設計时不考虑它；将光学系統結构相对于光闌对称，从而使对称物像的垂軸不对称像差自动消失，这样就使所需解的方程数減少。

一般來說，在初級像差領域內，校正像差的解是非常多的，稍为复杂的光学系統的可变参数总大于七而小于二十一，也就是說多于初級像差数而小于二級以下的像差数，某些参数取預定值时，变更其他参数就已可校正所有初級像差。解方程式方法的要点就在于选定这些預定参数，或确定它們的变动方向，以使高級像差減少。

三、同軸球面系統

初級像差理論所討論的是像差的最粗略近似，因之大量的对像差起作用的因素被略去不計，例如将像差倍率看作与理想系統中无限小綫段的相应倍率相同，将角的正弦正切看作与其弧度相等，认为入射光束原有像差对于折射过程产生像差的情况无关等等。在高級像差理論中所有这些近似都不能采用，从而使問題一下就变得很复杂。

高級像差，一部分是折射反射过程所必然产生的，称之为本征的；另一部分則由于入射光束具有像差而引起，称之为衍生的。因此高級像差的校正可从曲面面形着手，也可由控制入射光束像差量着手。衍生高級像差的理論可以用类似于初級像差理論的方法解决，比較簡单，因之問題只在本征像差。

在研究高級像差时，需考虑像差的倍率問題。高級像差的倍率选取有一定的任意性，高級像差的产生量随所取的倍率不同而异，但所取倍率的近似值应与相应的理想系統对无限小綫段的倍率相同。倍率选擇得适当，可使表示式簡化而使結果便于应用。

采用这种观点时，各种像差在各个折射面上的准确分布，都可以表示为比較簡单的形式，从而便于分别地分析各单元产生的各种高級像差量。但用这种单个討論的方法来研究各种像差之間的联系是不太够的，可是严格的全面的理論常常导致繁杂的不易看出意义的結果。当采用費馬原理时，則可得到比較簡单的結果，从而可以看出各种像差之間的联系和差别。

对于单个球面来說，当光闌处在球心时，就是个球对称系統，軸上軸外点都只有球差，且大小相同。常以同一点发出的近軸光綫截距和远軸光綫截距之差来量度球差。近軸截距远时球差为正，反之为負，由于軸对称性，初級球差和光綫离軸距（孔徑角或光闌坐标）的平方成正比，二級球差和孔徑角的四次方成正比。孔徑角愈大，則高級球差所占的比重也愈大。在一般情况下，并不能找到有效的控制高級球差的参数，因此不能将球面的相对孔徑用得过大，以使少产生高級球差。这是所有光学系統設計的要点之一。

当光闌不在球心时，軸外点发出的光束对于其中心綫不再具有对称性，但是这种光束显然可以看作是通过球心的綫为中心綫的軸对称光束的一部分，也就是說，可将球面产生的軸外像差看

作是球差所引起的。可以证明，初級球差引起初級像差，高級球差引起高級像差，主光綫离球心愈远，則所利用的光束是更大相对孔徑的光束的一部分，亦即会由于光束的高級球差而引起其他高級像差。光学系統中一般不使用产生大球差并且球心离光瞳很远的球面。这种将像差看作球差的观点是簡单的，但是有局限性，对于球心附近的軸外点不能用它来考察。在球心附近的軸外点焦散綫形状和其他区域不同，前者为陀螺形，后者为喇叭形。虽然如此，这种观点还是有很大的适用范圍，更由于其簡单，所以在考虑实际問題时是很有用的。

单个球面球差形成的焦綫形式既有比較一般的意义，而且它的定量討論在当倍率选擇恰当时又是容易的。单个球面的本征高級球差常和初級的同号，并且随光束收斂时，必伴生正球差，以及有球面存在反常区域等等特性。这些对于直观地看出各个結构单元对像差产生的影响是很方便的。

四、軸对称非球面系統

軸对称非球面系統的像差数与同軸球面系統相同，非球面校正板的初級像差特性和 $W=0$ 的无光焦度薄透鏡完全相同，因之，它們是可以相互替代的。非球面的优点在于能产生很大的 P 值而不产生高級像差，或产生有利的高級像差。虽然仅是这一点，但可解决很多球面系統所不能解决的問題，为設計提供很大的方便。

五、质 量 評 价

光学設計結果的质量，并不能按几何光学的观点作出正确判断。按照物理光学的一般定律，作为粗略近似的几何光学，在能量梯度很大的区域不再正确，因之不能用几何光学方法决定焦点附近的能量分布情况。在光学范圍內，这个分布情况可以由惠更斯原理完全确定。成像质量評价問題的本质就是对焦点附近的能量分布情况作判断，从而对像差訂定公差（不致影响成像质量的像差容許量）。一般而言，設計工作量的絕大部分是前面的几何光学部分，后一部分的工作量虽不大，但对設計結果的論断和优劣却起着决定性作用。在这方面近年有很大的发展。

光学設計的目标是使一点发出的光束經过光学系統后仍然相交于一点，但实际上这是不可能絕对实現的，因此需要判断：究竟殘余怎样形式的像差对于成像的影响最小，殘余量的大小对成像影响的大小，以及小到怎样的程度就可充分滿足已定的使用要求等等。要解决上述这些問題，首先是，在已知一点的成像像差后，算出这一点像的能量分布；然后是，由此算出任意发光物体形成的像面上的能量分布；最后是，确定这样的分布对于实际判讀是否合用。前二个問題是物理光学具体应用的問題，后一問題涉及生理光学和訊息論。

由于每次能量分布計算都需要很大工作量，因此在很长时期內唯一眞正使用的方法是所謂雷利判断，即像差形成的光程差小于$\frac{1}{4}$波长，就作为是接近于理想的。但它对于不要求接近理想的系統不能作出判断，另一方面就是在像差殘余量很小时，这种判断也是不准确的。按照这个判断的精神，像差校正状况的优劣在于它殘留的最大光程差的大小，而公差也可由此决定。

近年来采用頻譜分析的方法来研究物像关系，澄清了很多质量評价方面的問題，并且解决了其中很多問題，这就是最近发展起来的光学傳递函数方法。它的优点在于和像差以及使用要求

方面都有比較簡单的联系。

因为幅度傳递函数与变对比分辨能力函数間有一一对应关系，因之用变对比分辨能力也能全面地反映光学系統的质量。当用低对比分辨能力作为质量指标时，对于一般光学系統的像差校正的最佳状况及公差，可以作出全面的判断。

六、光学系統和仪器

在設計一个实用的光学系統时，需先将使用要求归結为几点設計要求，然后由具体的設計計算过程来实現这些要求。首先需判定这些要求原則上是否可行，亦即是否与几何光学与物理光学的基本定律相矛盾，然后定出实現这些要求的方案，亦即决定物面与光闌的位置、需要成像傳递的次数、焦距和倍率等长度方向的量値范圍以及孔徑視場等直徑方向量値范圍，再决定所需要的成像范圍和清晰度的要求。設計方案一般而言对具体設計有决定性的意义。不好的方案，虽作了特别好的具体設計，結果也仍然是不好的；优良的方案也許只要求很簡单的具体設計。方案考虑的主要基础是高斯光学和物理光学的某些方面，虽比像差理論簡单，但更重要。

由于光学設計的最終目的是要实現一个光学仪器，因此在設計中也应考虑到仪器机械設計和工艺方面的問题，以至装校調整的可能性。一般情况下，設計的初始要求是根据使用要求和机械結构的初步布置决定的，但在光学設計完成后，由于光学結构涉及复杂的像差校正問题，一般不宜再加以改动。机械設計应根据光学設計所定的要求进行。

对于确定具体設計要求后的光学設計工作来說，最主要的是拟定校正像差的步驟，充分利用像差理論的概念和結果，經过愼重考虑后决定正确的工作步驟，这将使工作尽量少走弯路。另一个重要問题是仔細分析計算結果的含意，并作一些必要的补充計算，使能得到明确肯定的結論。这类似于物理学史上的一些判定性实驗工作的情况，要求明确地判定是或非。只能得出模棱两可的結論的計算工作是很少有价値的。再有一个問题是充分利用已有的結果，通过比較来发現問题，一般来說总是一个有效的方法。

按現在的設計水平，大孔徑、大視場、高质量的光学系統并不都能实現的，光学設計需要发展的一个方面是把大孔徑、高质量系統（显微鏡物鏡）的視場加大，或将大孔徑、大視場系統（照相物鏡）的质量提高等等。可以认为現有的光学系統都有改善的余地，由于要求不同，所遇到的困难性质也不同，改善的途徑和方向也就不同。

光学系統的基本結构在很大的程度上是由接收器的特性所决定的，如目視系統要求一定的出瞳距离和瞳孔直徑，再如光学系統的分辨能力应与接收器相适应，以及所傳递的光能量应能为接收器感受并显示等等。已往的接收器主要是人眼和照相底片，随着近代光电元件的使用，光学系統也已有了初步的轉变和发展，例如攝譜仪轉变为光譜光度仪等。这种发展只是剛开始，它的发展也将对光电接收器本身的发展提供方向。

現在光学的应用范圍正在日益扩大，而光学設計是应用的先决条件，随着实际需要向光学設計提出的多样化的要求以及其本身規律的发展，光学設計虽已有了悠久的历史，而至今仍然在迅速发展着，它的成就在很大的程度上可以衡量应用光学的成就。

（本文在 1962 年 10 月曾发表于科学通报）

低对比分辨能力和光学系統的像差公差

王 之 江

一、光学系統的成像质量标准

光学系統的像差使它所成的像不同于理想的光学系統。因此，有必要确定像的不理想程度或质量标准。由于像差对光束能量的衍射分布的影响是很复杂的，不容易由此决定质量指标，并由此而决定像差的公差。比較成熟的仅是像差很小的情况。对于这种情况，Strehl 对质量的判断标准[1]和 Rayleigh 对公差的决定方法[1]是可用的。

按照 Strehl 质量指标是，衍射图形中亮度最大的点与理想衍射图形的亮度最大点的亮度之比，可简称为中心点亮度。显然，中心点亮度标志着能量分散的程度，但是，它不可能将衍射图形的一切重要特征包攬无余。这一情况对于具有实用价值的理論是重要的，因为要求达到包攬无余，就必然引起复杂到不能用的程度，从而使它本身丧失实用的意义。

按照 Strehl 判断，王大珩曾全面研究了高級球差的最佳校正方案和公差問题[2]。这种討論的基础是小像差近似，将衍射积分中的复杂指数函数变为简单的代数函数。討論的另一基础是将像差函数表示为正交多項式之和，从而使像差对中心点亮度的影响成为相互独立的。这种討論方法曾被 Nijboer 和 Zernike 推广到可用来討論任何非軸对称像差[1]。

由于中心点亮度 S 的近似表示式，是

$$S=1-\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\overline{(W-\overline{W})^2}, \tag{1}$$

其中 W 为波像差值；$\overline{W}$ 是波像差平均值。按照 Strehl 判断，像差的公差例如应滿足 $S\geqslant0.8$，从而决定像差的公差是波像差应滿足 $\overline{(W-\overline{W})^2}\leqslant\frac{\lambda^2}{200}$[1]。但是，按这种方式决定公差已很复杂，原因在于光学系統的像差校正状况一般并不会是典型的最佳校正状况。因此，为决定像差是否滿足公差，就需要将像差計算結果表示为光闌坐标的显函数，然后，再将它表示为正交多項式之和。另外，还因为正交多項式与积分域的形状有关，这种公差决定法不适用。一般将像差展开为 Zernike 圓多項式的方法对于一般通光孔形状是不合用的，所以，按这种方法实际上要对每种通光孔形状結构做出一套正交多項式，光学系統軸外点的通光孔一般总不是圓。

正因为这样，Rayleigh 的“1/4 波长”公差判断具有显著优点，它既不与通光形式有关，也不需将像差展开为正交多項式。为作这种判断只需将計算所得的几何像差曲綫作图形积分变为波像差曲綫就行了。但是，波面偏离球面的最大誤差毕竟不和偏差均方值具有直接联系，因而 Rayleigh 判断在反映成像质量方面比 Strehl 判断更粗略。

将 Rayleigh 判断修正后，就可以和 Strehl 判断几乎同样地好[3]。其原因在于形如图 1(a) 的波像差最大値为$\frac{\lambda}{12}$时，均方值約为$\frac{\lambda^2}{200}$；而形如图 1(b)时，最大值$\frac{\lambda}{6}$时，均方値亦为$\frac{\lambda^2}{200}$。所以要求复杂像差曲綫的大部分处在$\frac{\lambda}{6}$之內，如图 1(c)。注意到这一点后，就容易决定具体像差的最佳校正状况和結果的中心点亮度 S。假若不注意这一点，波差$\frac{\lambda}{4}$可使 S 在 0.8 到 0.7 之間。

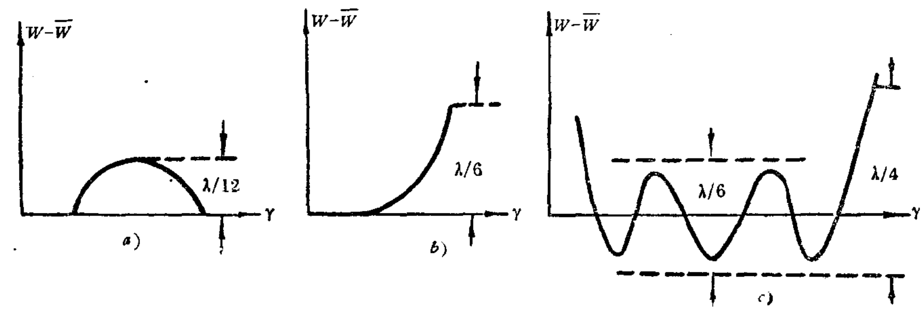

图 1

由于級数展开方法的限制，上述方法不能用以判断大像差系統的质量，而从实际使用的观点看来，大視場、大孔徑，而像差較大的系統常比小視場、小孔徑，而像差校正完善的系統更优越。原因之一是，由于它在单位时間內傳递更多的能量（大孔徑）和更多的訊息（大視場）；另一原因是，从信号噪音比的角度看来，像点高亮度，而低分辨能力的情况，并不一定劣于低亮度，而分辨能力近理想的情况（对总訊息量而言）；再由于接收器本身的成像情况不理想，分辨能力不高，为光学系統与接收器作最好配合时，常导致容許大像差。但是，这种光学系統一直沒有恰当而可靠的評价方法，設計和檢定也缺乏适当的原則。

在衍射理論中由于采用富氏变换的結果，发現点光源像的亮度分布函数的富氏变换（称作光学傳递函数[4]）更能清楚地說明成像过程。因为它就是各空間頻率的物体成像后对比变坏的量度，所以与分辨能力密切联系；而其积分即中心点亮度，其平方积分，則为光学系統傳送訊息的能力的量度[5]，故用光学系統的傳递函数的一些特征作为光学系統的成像质量标准时，与光学系統的使用要求联系更为密切。这种企图已經有很多人提出过。但是如何使它們能够和 Rayleigh 判断那样具有实用价値，則是未解决的問題。原因在于傳递函数本身已是像差的复杂函数，以傳递函数的函数作为质量标准时，难以希望它与像差密切联系。另一方面，某些可作为质量指标的量虽有差异，但也有相互一致之处。例如中心点亮度是傳递函数 R 对空間頻率 s 的积分，訊息傳送率則对应平方积分、一般函数的平方积分当然和积分值有很大差异，但对于图 2 所示的函数形式，即单調降低的正函数或起伏量不重要的函数而言，两种积分的大小次序不致顚倒，从实际計算的傳递函数結果来看，起伏量是不重要的，也就是說，中心点亮度大的光学系統，其訊息傳送量也大。

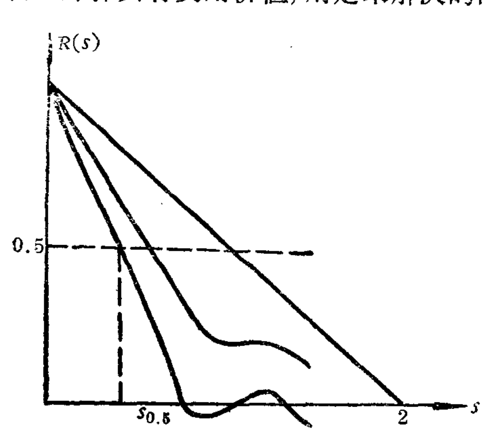

图 2

我們认为，采用光学系統对合适的低对比目标的分辨能力作为质量标准較为恰当[6]。它对光学系統性能的影响实质上和上述两种判断一样。如选定目标的对比是 1:0.81，接收器的对比区分极限是 1:0.9，則要求傳递函数值 $|R|$ 大于 0.5 方能被分辨，故在这种对比条件下的极限分辨能力 $s_{0.5}$ 就由图 2 中高度 0.5 的横綫和曲綫的交点决定。頻率 $s_{0.5}$ 和傳递函数值 0.5 之积約为傳递函数曲綫和坐标軸所圍成的面积之半，亦即和中心点亮度相对应。由此可見，傳递函数曲綫上的这一个点可以特征地代表整条曲綫，代表光学系統的质量。

以分辨能力作为质量指标已由来很久。它本身时常直接就是光学系統的使用要求。但是以往所采用的方式有不恰当之处，因而也早被評为不合用；其原因在于小像差情况分辨能力几乎与像差无关，而大像差系統，則有伪分辨現象。其所以如此，是由于被分辨的目标对比常很高之故。从光学傳递函数的观点看来，这是很明显的。光学系統对于高对比目标的分辨能力，由它的傳递函数的小量起伏决定（例如目标对比 1:0，接收器区分能力 1:0.9，則只要求 $|R|>0.05$），小量起伏則显然不是曲綫的主要特征。由于像差对傳递函数的影响是相互錯开的波面間差数均方値（見下节），在最高分辨能力的情况下，波面几乎完全錯开，故其共同部份差别的均方値恒趋于零，也就是說，有像差时的傳递函数曲綫在高頻区总和理想曲綫重合，这就是某些质量判断方法所得公差結果，如[7]，不大合理的原因。

低对比分辨能力則不然，由傳递函数实际計算結果可以看出，波像差 1/4 波长一般已使分辨能力降低 30%，亦即較中心点亮度更为灵敏地反映像差的影响。某些心理实驗結果也表明，低对比分辨能力与人的淸晰度感觉判断近于一致[6]。在实驗上作为檢驗标准，則很早就已采用这种方法了。

下面几节討論低对比分辨能力和像差的关系，从而决定像差的公差。

二、小像差低頻近似

光学系統的傳递函数 R 和像差 W 的关系可表示为[6]：

$$R(s,t)=\frac{1}{A}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f\left(y+\frac{s}{2},z+\frac{t}{2}\right)f^*\left(y-\frac{s}{2},z-\frac{t}{2}\right)dydz, \tag{2}$$

其中，y,z 是規化的光闌坐标，即实际尺寸除以最大半徑 y_0 后之値；A 是光闌面积；f 是光闌函数，即：

$$\left.\begin{aligned}&f(y,z)=e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}W(y,z)}，\text{当}(y,z)\text{点在光闌内，}\\&f(y,z)=0;\qquad\qquad\text{当}(y,z)\text{点不在光闌内。}\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中，$W(y,z)$ 即光学系統的波像差。至于頻率 s、t，則是和規化像面坐标 $\frac{2\pi}{\lambda}u_0\eta$、$\frac{2\pi}{\lambda}u_0\zeta$ 共軛的；η、ζ 是像面坐标，u_0 是孔徑 y_0 的光綫和光軸夹角。(2)式也可以写作：

$$R(s,t)=\frac{1}{A}\iint_{A_{st}}e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}W_{st}(y,z)}\,dydz \tag{4}$$

其中，以 A_{st} 表示 f,f^* 均不为零的积分范圍，由(3)这也就是通光孔作 $\pm\frac{s}{2}$、$\pm\frac{t}{2}$ 位移后的重叠

部分，如图3。而

$$W_{st}(y,z)=W\left(y+\frac{s}{2},z+\frac{t}{2}\right)-W\left(y-\frac{s}{2},z-\frac{t}{2}\right)。\tag{5}$$

按照对称性，軸对称光学系統中波像差W中可能的項如下表：

表1　波像差分类

m \ $m+n$	0	1	2	3	4	5	6
0	1		y^2+z^2		$(y^2+z^2)^2$		$(y^2+z^2)^3$
1		y		$y(y^2+z^2)$		$y(y^2+z^2)^2$	
2			y^2		$y^2(y^2+z^2)$		
3				y^3			

表中以m表示y的冪次，n是$\sqrt{y^2+z^2}$的冪次；表中在同一折綫上的項是同一級的像差，表中只列出了初級和二級像差。它們所形成的$W_{st}(y,z)$是下式之和。

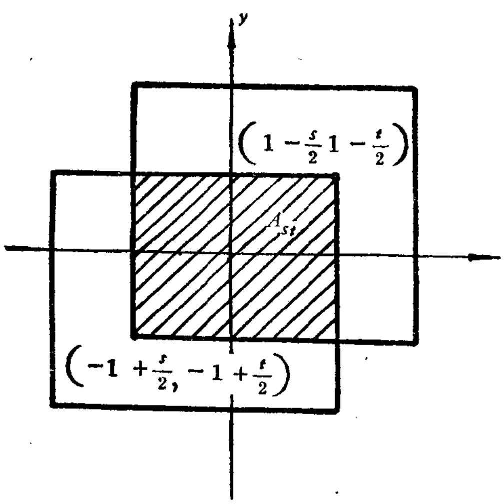

图　3

$$\begin{aligned}W_{st}(y,z)=&w_{01}s+2w_{20}(sy+tz)+2w_{02}sy+\\&+2w_{21}(sy+tz)y+\frac{w_{21}}{2}s\left[2(y^2+z^2)+\frac{1}{2}(s^2+t^2)\right]\\&+w_{03}s\left(3y^2+\frac{s^2}{4}\right)\\&+2w_{40}(sy+tz)\left[2(y^2+z^2)+\frac{1}{2}(s^2+t^2)\right]\\&+2w_{22}(sy+tz)\left(y^2+\frac{s^2}{4}\right)\\&+w_{22}sy\left[2(y^2+z^2)+\frac{1}{2}(s^2+t^2)\right]\\&+2w_{41}y(sy+tz)\left[2(y^2+z^2)+\frac{1}{2}(s^2+t^2)\right]\\&+\frac{w_{41}}{2}s\Big[2(y^2+z^2)^2\\&+(s^2+t^2)(y^2+z^2)+2(ys+zt)^2+\frac{1}{8}(s^2+t^2)\Big]\\&+2w_{60}(sy+tz)\Big[3(y^2+z^2)^2+\frac{3}{2}(s^2+t^2)(y^2+z^2)+(sy+tz)^2\\&+\frac{3}{16}(s^2+t^2)^2\Big]\end{aligned}\tag{6}$$

其中，w_{nm}是表中各項波像差的系数。由此可見，无論像差系数w_{nm}或空間頻率s和t很小时，W_{st}也就很小。此时(4)式中的指数函数就可展开为級数，并只取其开始几項，如

$$|W_{st}(y,z)-\overline{W}_{st}|<\frac{\lambda}{2\pi},\tag{7}$$

則

$$R(s,t)=\frac{e^{-ik\overline{W}_{st}}}{A}\iint\limits_{A_{st}} e^{ik(\overline{W}_{st}-W_{st})}dydz$$

$$=\frac{A_{st}}{A}e^{-ik\overline{W}_{st}}\left[1-\frac{K^2}{2}D(s,t)\right]。\tag{8}$$

其中，

$$\left.\begin{aligned}\overline{W}_{st}&=\frac{1}{A_{st}}\iint\limits_{A_{st}}W_{st}(y,z)dydz;\\ \overline{W}^2_{st}&=\frac{1}{A_{st}}\iint\limits_{A_{st}}W^2_{st}(y,z)dydz;\\ D(s,t)&=\overline{W}^2_{st}-\overline{W}^2_{st}。\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

(8)式是 Hopkins 首先得到的[7]。

按照我們对成像质量的低对比分辨能力判断，要求$|R(s,t)|=0.5$，由(8)式就可以求出此时的极限分辨能力 s 或 t；或由 s,t 之值而决定像差容許量 w_{nm}。为此，需要将面积 A_{st} 和波差的方差 $D(s,t)$表示为 s,t,w_{nm} 的显函数。这一要求在通光孔为方孔时，是可以做到的。此时

$$\frac{A_{st}}{A}=\left(1-\frac{s}{2}\right)\left(1-\frac{t}{2}\right)。\tag{10}$$

(9)式中的积分域 A_{st} 如图 3 所示。将 W_{st} 表示为积分域内的正交多項式后，由(8)式就可以得出像差的影响，以及最佳校正方案。現作具体推导如下：

将积分变数作变換：

$$\begin{aligned}y^*&=\frac{y}{1-\frac{s}{2}},\\ z^*&=\frac{z}{1-\frac{t}{2}}。\end{aligned}\tag{11}$$

此时，$D(s,t)$可写作：

$$D(s,t)=\frac{1}{4}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\left[W_{st}\left(1-\frac{s}{2}\right)y^*,\left(1-\frac{t}{2}\right)z^*-\overline{W}_{st}\right]^2dy^*dz^*$$

再将 $W_{st}-\overline{W}_{st}$ 表示为 y^*, z^* 的勒祥特多項式和：

$$W_{st}-\overline{W}_{st}=\sum_p\sum_q h_{pq}(s,t)P_p(y^*)P_q(z^*),\tag{12}$$

則

$$D(s,t)=\sum_p\sum_q\frac{h^2_{pq}(s,t)}{(2p+1)(2q+1)}\tag{13}$$

由(8)(13)得出公差表示式：

$$D(s,t)=\sum_p\sum_q\frac{h_{pq}^2(s,t)}{(2p+1)(2q+1)}\leqslant\frac{\lambda^2}{2\pi^2}\left[1-\frac{0.5}{\left(1-\frac{s}{2}\right)\left(1-\frac{t}{2}\right)}\right]。\tag{14}$$

若确定高质量系統的低对比分辨能力不应低于理想系統的 74%，下面可以看到，这种质量标准与中心点亮度不低于 80% 相当。由于理想系統对 $R=0.5$ 时的空間頻率是 $s=0.6$，$t=0.6$，故对于高质量系統就需在 $s=t=0.435$ 时滿足(14)式，即

$$D(0.435,0.435)\leqslant\frac{\lambda^2}{110}。\tag{15}$$

对大像差系統而言，其低对比分辨能力可規定为理想情况的 1/10。因而由(14)式得出其公差要求是:

$$D(0.06,0.06)\leqslant\frac{\lambda^2}{40}。\tag{16}$$

从公差要求(15)(16)可以看出，无論对大像差系統或小像差系統，近似表示式(8)的前提(7)式都可以滿足。这就是說，公差要求(14)无論对高质量或低质量系統都是可用的。

将(6)式表示为形式(12)，并求得其各系数，就可以按(15)或(16)式作判断。由于勒裑特多項式的正交性，以及 $P_0=1$，故将(6)式写作 $\Sigma P_p(y)P_q(z)$，并除去多出的常数項后，就是 $W_{st}-\overline{W}_{st}$，亦即 W_{st} 中和 y,z 无关的項对方差 $D(s,t)$ 是沒有影响的。

将(11)代入(6)得 $W_{st}(y^*,z^*)$:

$$\begin{aligned}
W_{st}(y,z)=&w_{20}(2ss'y+2tt'z)+w_{02}(2ss'y)\\
&+w_{21}[3ss'^2y^2+st'^2z^2+2ts't'yz]+w_{03}(3ss'^2y^2)\\
&+w_{40}[4ss'^3y^3+4tt'^3z^3+4ss't'^2yz^2+4tt's'^2y^2z\\
&\quad+(s^2+t^2)(ss'y+tt'z)]\\
&+w_{22}[4ss'^3y^3+2ss't'^2yz^2+2tt's'^2y^2z\\
&\quad+\left(s^3s'+\frac{1}{2}st^2s'\right)y+\frac{1}{2}s^2tt'z]\\
&+w_{41}[5ss'^4y^4+4ts'^3t'y^3z+6ss'^2t'^2y^2z^2+4ts't'^3yz^3\\
&\quad+st'^4z^4+\frac{s}{2}(5s^2+3t^2)s'^2y^2+t(3s^2+t^2)s't'yz\\
&\quad+\frac{s}{2}(s^2+3t^2)t'^2z^2]\\
&+w_{60}[6ss'^5y^5+6ts'^4t'y^4z+12ss'^3t'^2y^3z^2+12ts'^2t'^3y^2z^3\\
&\quad+6ss't'^4yz^4+6tt'^5z^5+s(5s^2+3t^2)s'^3y^3\\
&\quad+3t(3s^2+t^2)s'^2t'y^2z+3s(s^2+3t^2)s't'^2yz^2\\
&\quad+(3s^2+5t^2)tt'^3z^3+\frac{3}{8}(s^2+t^2)^2(ss'y+tt'z)]。
\end{aligned}\tag{17}$$

上式中为了书写簡单除去了 y,z 的 $*$ 号，并以符号 s', t' 表示 $\left(1-\frac{s}{2}\right)$，$\left(1-\frac{t}{2}\right)$。由于