

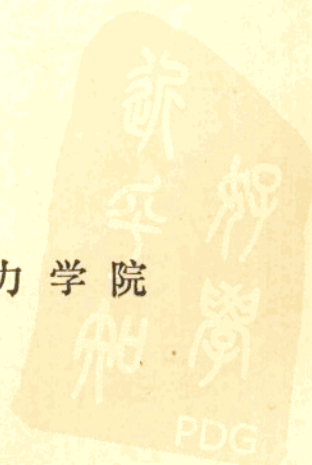
混凝土坝观测技术培训教材

混凝土坝观测资料分析

(上)

李 珍 照

武汉水利电力学院



TV 640.9
3

混凝土坝观测技术培训教材

混凝土坝观测资料分析

(上)

李 珍 照

武汉水利电力学院

前 言

原型观测是了解大坝状态的耳目；观测数据为建好和管好大坝提供了第一手资料。随着我国水电事业的发展，混凝土坝日益增多，观测工作也有了长足的进步。原型观测在监视大坝安全、发挥工程效益以及为设计、施工、科研服务等方面都取得了不少成绩，愈来愈受到重视。

为了帮助水电厂水工观测人员提高技术水平，进一步搞好观测工作，水利电力部两次委托我院举办“混凝土坝观测技术培训班”。本讲义就是为培训班编写的教材之一。

混凝土坝观测资料分析是观测工作的最后和最重要的一个环节。就其内容来说，它是坝工技术中较年轻的一个分支，正在吸取坝工理论、力学、数理统计、材料科学、计算技术等学科的成就来武装自己，但还没有形成一套完整的体系；对已经积累的实际经验，也还缺乏概括和总结；目前国内外尚很少有关这门知识的系统论述。因此，本教材的编写只是一种不成熟的尝试，

本教材先对观测分析的目的意义、内容、方法等作简略的介绍，然后以较多篇幅阐述观测数据的数学处理方法，最后分项介绍各类观测项目的分析技术。鉴于回归分析是加工观测数据的常用方法和有效工具，因此把它作为数学方法的主线来叙述，除较通俗地说明其原理、方法和计算步骤外，还结合若干大坝的观测实例作演算分析，使读者学习后能独立地动手实际运用。为帮助没有学过线性代数和概率论及数理统计的读者掌握基本概念和方法，教材中还用两章篇幅概略介绍了这两方面的必要知识。

本教材于1982年9月第一次印刷后，曾在我院观测培训班教学中使用，并提供给一些生产单位作参考。这次重印前根据教学使用的经验又作了若干修订和补充，并编制程序在TQ—16电子计算机上对编入教材的全部例题作了计算校核。教材编写中曾采用了作者1975—1977年期间为华东水利学院观测短训班所写讲义的部分内容，也吸收了作者近年在观测分析研究中的部分科研成果。考虑到本讲义除可供培训班作为教材使用外，还应满足广大水工技术人员及观测人员在了解大坝实际观测成果和掌握观测资料分析技术方面的需要，因此文中叙述较详尽，实例较多，便于有兴趣的同志自学或参考。

讲义编写中曾得到武汉水利电力学院水工教研室沈保康、翁情达、曹学德、朱诗莹、周瑾如、薛桂玉等同志的帮助，谨此致谢。

恳切希望各方面的同志对本教材中存在的缺点错误提出批评指正。

作者

1983年9月

目 录

(上 册)

第一章 绪论..... (1)

第一节 观测资料分析的目的意义..... (1)

第二节 观测资料分析的内容和方法..... (4)

第三节 观测资料分析的发展概况..... (6)

第一篇 处理观测数据的数学方法

第二章 线性代数基本知识..... (9)

第一节 行列式..... (9)

第二节 矩阵..... (16)

第三节 线性方程组的求解..... (25)

第三章 数理统计基本知识..... (41)

第一节 随机事件和概率..... (41)

第二节 随机变量和分布函数..... (43)

第三节 随机变量的数字特征..... (51)

第四节 参数估计..... (54)

第五节 统计检验..... (56)

第四章 一元线性回归分析..... (62)

第一节 回归分析的概念..... (62)

第二节 一元线性回归方程的求法..... (63)

第三节 一元线性回归的有效性分析..... (70)

第四节 一元线性回归方程的方差分析和精度..... (72)

第五节 一元线性回归方程的稳定性..... (85)

第六节 两条回归直线的比较..... (91)

第七节 化曲线为直线的一元回归问题..... (95)

第五章 多元线性回归分析	(103)
第一节 二元线性回归方程的求法	(103)
第二节 多元线性回归方程的求法	(109)
第三节 多元线性回归的方差分析	(117)
第四节 多元线性回归分析的相关系数	(121)
第五节 自变量在多元回归中的重要性的考察	(127)
第六节 多元线性回归分析的步骤和完整实例	(135)
第七节 化多项式回归为多元线性回归的方法	(142)
第六章 逐步回归分析	(153)
第一节 最优回归方程的概念及其选择途径	(153)
第二节 逐步回归分析数学形式的标准化变换	(157)
第三节 逐步回归中正规方程的求解求逆运算	(163)
第四节 逐步回归的因子引别和整个计算步骤	(166)
第五节 逐步回归的计算实例	(173)

第一章 绪 论

第一节 观测资料分析的目的意义

混凝土坝原型观测是一种获取运行信息的技术, 它的成果是一系列数据。人们要认识大坝的运行状态和变化规律, 找出它存在的问题和判断其安全性, 就必须对观测取得的信息进行加工处理, 这就是观测资料分析工作。观测分析是实现原型观测根本目的的最终和最重要的一个环节。

观测资料分析能为坝工设计、施工、科研、管理提供第一性的资料和规律性的认识, 因此对于安全、经济地建好、管好大坝, 具有十分重要的意义。具体说来, 它的重要性体现在以下四个方面。

一、掌握坝的运行状态, 为安全运用提供依据

混凝土坝的工作条件十分复杂, 运用得当会收到巨大的效益, 疏忽大意发生事故又会带来严重后果。因此在保证安全的前提下合理发挥工程效益, 是对水电站管理的基本要求。

在水的压力、渗透、侵蚀、冲刷以及温度变化、干湿循环、冻融交替等因素作用下, 水工建筑物不断发生变化。这种变化一般是缓慢的却又是持续的; 它比较隐蔽、不易察觉, 但呈现明显异常时, 往往已对安全产生严重威胁, 甚至迅速发展到不可挽救地步。因而, 必须在平时就对大坝进行经常的、系统的观测, 严密监视它的结构状态, 及时发现和分析问题, 采取适当的运用和维修措施, 以保持它始终处于安全状态。

实践证明, 坝的破坏存在一个量变到质变的过程。通过认真的观测、细致的分析, 就能及时发现问题, 防患于未然。我国水电站管理中, 有不少这方面的成功事例。

松花江上的丰满重力坝系日伪时期修建, 工程质量极其低劣。解放初期坝的渗漏、变形都很大, 根据实测资料推算, 在遇到百年一遇洪水时, 坝就有失去稳定的危险, 因此进行了大量加固工程, 使扬压力、渗流量和位移值明显减少, 有效地提高了坝的稳定性, 保障了安全运用。

安徽梅山连拱坝于62年11月6日发现右岸山坡坝基大量漏水, 随即检查得知右岸各垛向左倾斜, 且陆续出现大裂缝。经分析是右岸基岩发生错动。立即把水库放空并于63~65年进行了加固处理, 避免了一场溃坝事故。

和梅山坝同处大别山区的佛子岭连拱坝, 运行中通过观测分析发现12、13号垛基沉降量较大且继续发展, 经查明该处基岩内存在断层及风化带, 对垛基稳定十分不利。于是在65~66年放空水库进行了加固处理, 使大坝在69年大洪水漫顶时仍安然无恙。

黄河上游正在施工的龙羊峡水电站, 81年8月遇到150年一遇的大洪水, 围堰是否能挺住, 关系到刘家峡、盐锅峡、八盘峡及青海、甘肃、宁夏广大城乡的安危。由于对埋设在围堰

混凝土心墙中的48支仪器及时进行观测和分析,说明围堰工作正常,为领导抗洪决策提供了重要依据。

长江第一坝葛洲坝枢纽,工程安全关系重大,81年截流后第一个汛期就遇到少有的洪水。由于大量观测仪器严密监视着结构物和地基的工作状况,通过观测分析得知情况正常,使安全渡汛作到了心中有数。

对原型资料作分析研究并结合对坝的勘测、设计、施工、维修等资料的分析,可以推断坝在不同水位下的安全程度,从而制订安全控制水位,指导水库的运行,使大坝在安全前提下尽好地发挥效益。浙江新安江大坝在蓄水过程中通过实测应力分析得知其趋势与设计的相似,据之确定了大坝安全运行水位。广东泉水拱坝在76年蓄水前因右岸地形单薄地质条件差且溢洪道及排水洞混凝土有裂缝,担心不能承受全部设计水头。但经过观测分析,发现应力及变形正常,裂缝开度仅受气温影响,增强了投入正常运用的决心。四川龚咀重力坝由于部分纵缝是在坝体温度较高时灌的浆,部分纵缝尚未灌浆,以致大坝未形成整体,不得不限制水位运行。为了发挥工程效益,在水库蓄水条件下进行了补充的纵缝高压灌浆。原型观测分析在这个过程中发挥了监视安全的作用,为抬高水位提供了实际依据。

某些坝失事的惨痛教训,从另一方面说明了观测分析的重要性。法国马尔巴赛特(Malpasset)拱坝的失事,就是一个著名的例子。该坝高66.5米,长222米,建成于1954年,由法国著名坝工专家设计,施工质量也很好。但59年12月2日晚上突然垮坝失事。库水汹涌下泄,形成一道高7~15米、宽1公里的巨大水墙,以每小时70公里的速度扑向下游,所过之处,席卷一空。下游10公里处的弗雷茹斯城变成废墟,有421人死亡。虽然大坝失事的直接原因是地基失稳,但观测不得力和分析不及时也是一个教训。早在57年7月,坝中央区域底部的位移普遍增大了约10毫米,已反映出不正常情况,却未引起重视。坝底部也没有设置测压管来监视渗透情况,否则是可以提前发现基岩中孔隙水压力的危险增大的。

诸如此类事故还可以举出一些。1963年意大利瓦依昂(Vajont)拱坝因水库滑坡漫溢,死亡2600人。1976年美国提堂(Teton)土坝溃决,财产损失达4亿美元。这些失事引起了社会的震惊,也促使人们更加重视观测及其分析工作。

据1975年国际大坝委员会统计,国外大坝失事率约0.8%,事故(损坏)率约5.3%。美国1980年不完全统计,认为现在世界上对下游有危险的坝约15万座(包括小坝),失事和局部破坏的有2000次,已造成8千余人的死亡。由此可见,大坝不安全问题不是偶然的、个别的,绝不可以掉以轻心。严密监测、做好分析以及早防范,实属必不可少的重要措施。

二、检验设计的正确性,修正设计指标

目前水工设计还不能做到完全和工程实际相吻合,有时会有较大出入。由于实际情况的复杂多变和人们认识的局限性,作用于坝上的若干荷载还不能很准确算出,坝身及基础各部位的物理力学参数更难以精确给定;坝工设计理论也还不够成熟完善,对结构破坏机理、安全界限等的认识都不够清楚和准确,一些设计前提带有某种程度的假定性,若干复杂因素只能简化地加以考虑。因此,在建坝和管坝过程中,就必须借助于对原型观测资料的分析来检验设计是否正确,判断大坝实际状况和设计情况的差别。

我国许多混凝土坝的观测分析都起到了检验设计和修正设计的作用。例如,东北的丰满、

云峰等坝都用实测坝基扬压力图形取代设计扬压力图形来核算大坝的稳定性；上犹江重力坝原设计规定最高水位198米，经过对历年变形观测资料的分析，确认可以提高到200米，70年汛期就使水位升高到200.27米；河北省王快水库根据实测资料发现泄水建筑物过水能力比设计值偏小30%，不能按原设计标准应用，运行中就作了相应降低。

三、了解各种施工措施对坝的影响，监督施工质量

分析观测资料以了解坝在施工期的变化情况，可以掌握施工质量并为后续施工中采取合理措施提供情报。例如，丹江口宽缝重力坝施工期坝体内部温度观测资料的分析，指导了纵缝灌浆作业并为分析坝体裂缝提供了依据，对保证施工质量起了重要作用。柘溪大头坝施工期应变观测资料反映出坝体浇筑中采用的两种水泥产生了两种不同的自生体积变化，对应力分布有很大影响，据此注意了合理采用水泥和布置工作缝。潘家口低宽缝重力坝施工中，有的基础温差超过规范标准竟达30℃以上，但是实测应力并没有出现过大的拉应力，甚至多数测点一直处于压应力状态，这就给施工中如何合理地放宽温度控制标准及如何防止产生裂缝问题以很大启发。

四、为坝工科研提供第一手材料，深化人们对大坝实际工作情况的认识

坝工技术迄今存在着许多尚待解决的研究课题。其中不少项目仅进行理论分析和模型试验难以得到完满解答，原型观测就成为一种最实际的和行之有效的研究手段。通过观测分析而改变或深化人们认识的实例，是屡见不鲜的。

早期建坝时对混凝土坝底扬压力缺乏认识，经过某些坝的失事和对扬压力的实际观测才使人们认识到这一重要荷载的存在。嗣后大量的实测资料使人们对扬压力的分布数值、变化规律和控制措施逐渐有了较清楚的认识。现在扬压力计算及防渗处理已成为混凝土坝工设计中一个必不可少的部分。

人们对坝体抗震问题的认识也是随着建筑物实测震动反应资料的分析而加深的。我国新丰江水库发生诱发地震后，国家组织了对震情和大坝状态的长期大量观测，积累了宝贵的资料，取得了水库地震及混凝土坝抗震方面的重要科研成果。

过去一般都认为重力坝的纵缝经灌浆后即密合为整体。对龚咀、新安江等坝的实测资料分析表明，设有竖向纵缝的混凝土坝，即使按照常规进行了冷却、灌浆处理，但在运行期季节性温度变化影响下，纵缝的局部张开仍是不可避免的，或者纵缝顶部张开，或者中部张开，二者必居其一。由此，观测分析指出，传统的按整体断面核算坝体应力的方法值得改进，灌浆工序也应作相应的改变。

刘家峡重力坝的横缝设有键槽并大部灌浆，结构的整体作用如何是人们关心的问题。对几个坝段水平位移观测资料进行分析后发现，横缝实际上发挥了传力的作用，它提早地将水压荷载传递到水面以上的岸坡地基上去，因而使坝段的承力在一定水位以下比二元作用大，超过该水位时又比二元作用小。这种调整作用使坝体结构处于有利状态。原型观测资料的分析为认识此类坝的整体作用提供了定量的数据。

东北丰满混凝土坝存在着坝顶逐年抬高现象，经过多年观测和深入的计算分析，搞清了它主要由坝体混凝土裂缝中渗水结冰冻胀所引起。这不仅对该坝所存在的重要异常现象作出

了解释，并且使人们进一步认识到寒冷地区混凝土坝上冻害与裂缝发展的恶性循环关系，提高了对控制裂缝的必要性的认识。

坝工计算中的许多经验公式，也多系根据实测资料计算得出。如拱坝水平断面平均温度的计算公式，就是美国垦务局根据已建成坝的多年观测资料统计分析得出的。我国重力坝设计规范中的波浪高度计算公式，是官厅水库长期波浪观测值的统计概括。

在水工科研中，需要借助于原型观测资料分析并与其它手段相结合来研究解决的课题是很多的。下面仅举数例以略见一斑。

1、确定大坝安全临界指标，如最大变形、最大漏水量、最大扬压力等。研究各种变化值所反映的大坝安全程度。

2、作出水工建筑物运行状态值的定量预报，判断结构运行中的异常迹象。

3、确定结构物和地基实际的综合物理力学参数值及其随时间变化情况。

4、对坝体和地基的孔隙水压力、扬压力的分布情况、演变规律及对建筑物的影响作更深入的了解。

5、施工导流、地基处理、分缝分块、温度控制、浇筑顺序等施工措施及其程序安排对结构性的影响。

6、施工期及运行过程中坝体的温度场、温度应力及温度变形情况以及对结构安全的影响。

7、坝体及地基中实际应力、变形和强度分布情况。

8、水库蓄水及水位升降对库、坝区变形、应力的影响及可能后果。

由以上分析可知，水工观测分析工作在水电站管理中是十分重要的一环，它既有实用价值，又有科学意义。从事大坝观测的同志，要充分认识分析工作的目的、作用和重要性，积极认真、深入细致地把这一工作做好。

第二节 观测资料分析的内容和方法

在观测设计付诸实施，观测设备已经安装埋设投入工作以后，原型观测包括现场观测、成果整理、资料分析三个环节。能真实反映实际情况并具有一定精度的现场观测是整理分析工作的基础和前提；而将观测数据加工成理性认识的分析成果则是观测目的的体现；根据现场记录进行计算而得到所观测物理量的数值，并将它编列成系统的、便于查阅使用的图、表、说明的工作，通常称作“整理”，它是介于现场观测和资料分析之间的中间环节。关于现场观测和成果整理，将在混凝土坝内、外部观测技术课程中介绍。本课程主要阐述成果整理以后的资料分析工作。

一、观测资料分析的内容

从观测分析所说明的问题看，有四方面内容。

1、认识规律

分析测值的发展过程以了解其随时间而变化的情况，如周期性、趋势、变化类型、发展速度、变动幅度；分析测值的空间分布以了解它在不同部位的特点和差异，掌握它的分布特

点及代表性测点的位置；分析测值的影响因素以了解各种外界条件及内部因素对所测物理量的作用程度、主次关系。通过这些分析，掌握坝的运行状况，认识坝的各个部位上各种测值的变化规律。

2、查找问题

从发展过程和分布关系上发现特殊或突出的测值，联系荷载条件及结构因素进行考察，了解其是否符合正常变化规律或是否在正常变化范围之内，分析原因，找出问题。

3、预测变化

根据所掌握的规律，预测未来一定条件下测值的变化范围或取值；根据所发现的问题，估计其发展趋势、变化速度和可能后果。

4、判断安全

基于对已有测值的分析，判断过去一段时间内坝的运行状态是否安全正常并对今后可能出现的最不利条件组合下的大坝安全作出预先估计。

从观测分析的范围看，分析内容还可以分为单项分析和综合分析，短时段分析和长阶段分析等。综合性长阶段分析，内容比较系统全面，而单项分析和短时段分析，范围要小一些，内容也可简要或专一一些。

二、对观测分析的要求

对观测分析的基本要求是应正确、深入地认识大坝工作状况和测值变化规律，准确、及时地发现问题和作出安全判断，充分地利用现场观测所取得的信息，有效地为安全运行和设计、施工、科研服务。

对观测资料的分析要客观和全面，切忌主观性和片面性，力求较正确地反映真实情况和规律。要把握测值和结构状态的内在联系，不停留在表面的描述上。在观测手段所提供的信息范围内，对坝所存在的较大问题，要找得准，既不遗漏，也不虚报；要抓得及时，在有明显迹象时就应察觉，在可能带来严重后果之前就有明确的判断。

为了做好观测分析工作，除了要具备数量上充分、质量上合乎要求的观测资料以外，还应详尽地占有坝的勘测、设计、施工、运用资料，掌握观测期坝址水文、气象、地震等资料。在这个基础上运用适当的方法，通过认真细致的工作，从资料中提炼出有用的信息来。

三、观测资料分析的方法

对观测资料进行分析加工，从途径上看有三类方法。

1、物理方法

大坝观测的对象，如位移、应变、应力、渗压等，都是物理量。这些物理量和外界荷载（如水压力、温度等）以及坝体、坝基的几何尺寸、物理力学性能（如弹性模量、泊桑比、导热系数、线膨胀系数、渗透系数等）有关。通过物理理论（如材料力学、结构力学、弹塑性理论、热传导理论、渗透流体力学等）可以建立起它们的关系式。应用这种关系式求出在一定条件下坝的某种物理量的数值并和观测数据联系和对比，就能得出对观测值的分析意见。这叫做观测资料分析的物理方法。坝工理论的一部分篇幅，介绍了这方面的方法。

物理方法概念明确、推理严密、理论性强，是一种基本的方法。但是由于坝的边界条件

复杂,影响因素繁多,在计算中很难全面、如实反映;同时,坝和基岩的物理力学参数在各个部位实际上都不同,不容易准确摸清和在计算中体现,加之理论公式的某些前提和假定,也不一定和实际情况吻合,因此物理方法又有其局限性,在实用上往往不大方便。

2、统计方法

大坝的各种测值,由于影响因素的复杂和存在难以避免的观测误差,具有某种不确定性,可以看作是随机变量。这种随机变量又具有其统计规律性,可以用随机类数学即概率论、数理统计、随机过程论等来加工处理。我们把这种数学处理称之为观测资料分析的统计方法。

在观测分析中,较常用的统计方法有回归分析、方差分析和时间系列分析。通过这些方法可以对观测数据进行平滑、拟合和预报,可以得到描述其变化规律的经验方程式,可以知道哪些因素对测值有影响及影响程度如何,可以分析观测误差的大小等等。总之可以提供一些比较客观的定量的认识,建立起观测量和其它量之间的数学联系。由于这类方法很有实用价值,电子计算机技术的发展又为大量统计计算创造了有利条件,因此近年来获得了越来越多的应用。

单纯对数据作统计加工而不考虑物理关系,往往会陷于表面性和片面性,得不到本质性的认识。因此必须把统计分析和物理分析结合起来。通常是在对物理量之间的关系有定性认识的基础上来选择统计方法、拟定数学模型、初步选择因子,然后用数理统计方法作计算加工,最后对得出的数学式和数据进行物理上的解释和分析,导出有用的结论。这类考虑了物理关系的方法仍以统计计算为主,所得成果仍属经验关系,因此我们还是把它归在“统计方法”类里面。

3、综合方法

把物理方法和统计方法紧密地、有机地结合为一体,就是综合方法。它兼有两种方法的优点而克服了各自的局限性,但实现的难度更大。

国外有人用弹性理论的有限元方法,建立坝上各点的位移方程,以这种方程作为统计加工时的数学模型,令式中的若干物理力学参数为待定系数,将大量实测位移及有关因子数据以统计方法纳入方程,并求出各系数,从而求解出位移的半理论半经验方程,用它来解释坝的变化规律。据说效果很好。这就是一种“综合方法”。目前对这类方法还在研究探索中,是今后观测分析的一个发展方向。

观测分析方法从成果的形式看还可以分为定性分析和定量分析两种。前者所得的认识较粗略,是分析的初级阶段,而后者则有数量的概念,认识前进了一步。但定性分析是定量分析的基础,对定量分析的质量好坏直接有影响,因此也应给予足够的重视,把它切实做好。

第三节 观测资料分析的发展概况

大坝原型观测的历史,可以上溯到本世纪初,但它的迅速发展,则主要在近三十年。随着观测仪器和方法的进步以及人们对观测工作的日益重视,现场观测逐步趋向系统和严密,测值精度不断提高,分析工作也有了长足的进步。以下介绍有关观测分析方面一些简略的、不完全的发展情况。

一、国外观测分析发展概况

早在1939年于瑞典召开第一届国际大坝会议时，第一个议题中就有“重力坝的内部温度及变形”问题。但四、五十年代原型观测及其分析发展不快，直到1958年在美国举行的第六届国际大坝会议上，才再次出现有关议题：第21号议题（议题编号从第一届开始累计）“坝的应力和变形观测”。这两次讨论都着重对实测成果与模型试验值相比较，原型观测还没有提到应有的重要地位上来。

1959年法国马尔巴赛特拱坝的失事，引起了社会上对大坝安全的巨大关注，提高了人们对观测重要性的认识。1963年意大利瓦依昂坝的漫顶，更促使人们重视观测及其资料分析。1964年在英国举行的第八届国际大坝会议上，议题29就是“各种坝型观测成果及其分析”。会议强调了原型观测与大坝安全的密切关系。指出坝工理论尚不够科学严密，模型试验尚难完全切合实际，原型观测资料是认识大坝情况的重要依据。

此后，第九届国际大坝会议（1967年，土耳其）的议题32“从地基看坝体安全和水库岸坡稳定问题”，议题34“坝的性态和老化”，第十届会议（1970年，加拿大）的议题38“运行中的坝及水库的管理”，第十二届会议（1976年，墨西哥）的议题45“渗漏调查研究与坝体及基础的排水”，第十三届会议（1979年，印度）的议题49“大坝的损坏或失事”等均和大坝安全和观测分析问题有关。这些国际学术活动检阅了观测分析的成果，也推动了观测分析工作的发展。

从分析方法看，五十年代以前主要是对测值的定性描述和解释。1955年第五次国际大坝会议上，开始出现了对拱坝位移实测值定量分析的论文。意大利的 D. Tonini 首次把影响大坝位移的因素分为温度、水压及时效变化三类，分别用多项式或指数式表示三类因素所造成的位移值，并用最小二乘法求解各项的系数。这以后，葡萄牙、意大利、奥地利、苏联等国的学者相继对观测值的定量分析进行研究，在学术会议和刊物上发表了一系列成果。五、六十年代欧洲学者的观测分析方法，基本上是最小二乘拟合，但他们采取了各有特色的因子处理方式，在探讨测值变化规律上作了多种尝试。

观测分析做得较深入的日本，在定量分析中首次引进了多元回归分析方法。中村庆一等人所建立的位移观测值统计方程，从众多的可能有关因子中挑选出对位移有显著影响的因子，并对方程的有效性进行统计检验，使观测分析前进了一大步。

近年来，把统计方法和理论分析有机结合起来的方法也开始出现。意大利的 M. A. Faneli 等提出了以有限元计算为基础的确定性数学模型，用实测位移资料以最小二乘法来确定数学模型中各项调整参数，建立位移方程。据称用这种方法得到了比较满意的结果，并用之与实测值比较来控制大坝安全。

二、我国观测分析发展概况

我国的观测分析工作，是在解放后才发展起来的。初期的观测分析，主要是查找大坝缺陷，判断运行安全性，对观测值作定性解释。1964年举行的水工建筑物原体观测学术讨论会上交流的一些分析成果，代表了当时观测分析的发展水平。

随着大坝数量的增加及观测资料的积累，观测分析工作有了不断的进展。若干管理单位

根据观测资料分析结果和运行中的新情况，先后举行了大坝鉴定会议。混凝土坝中有丰满（1958、1964、1973）、珠窝（1963）、云峰（1975）、桓仁（1975）、新安江（1975）、新丰江（1977）、丹江口（1981）等举行过运行鉴定。这些活动有力地推动了观测分析工作的发展。水电部门还召开了一系列有关观测分析的技术会议，如1975年在丹江口召开的大坝观测应变计组资料整理分析技术讨论会，1977年在广东乳源召开的全国拱坝观测技术经验交流会等。1981年11月底由水力发电工程学会在杭州召开的水电站运行管理学术讨论会和同年12月由水利学会在南宁召开的大坝安全学术讨论会，观测分析都被作为议题之一在会上作了讨论交流。1982年3月在南京举行的混凝土坝工建筑物原型观测学术讨论会，交流了近年原型观测及其资料分析的许多新方法、新成果，反映了我国观测技术发展的新面貌。

在外部观测资料分析方面，有关水电厂在六十年代就采用最小二乘法对新安江和丰满大坝的位移资料作过拟合。1974年山西省水利勘测设计院采用回归分析方法分析恒山拱坝观测资料，是在我国应用电子计算机作观测分析计算的第一次尝试。1975年浙江大学及新安江电厂对新安江大坝位移测值分析中，首次应用了逐步回归分析的方法。1977年华东水利学院对响洪甸重力拱坝观测资料所作的分析，细致地将逐步回归分析成果作了解释讨论。在此前后，成都工学院等对四川长沙坝观测资料的分析，长办对丹江口大坝位移实测值的分析，丰满发电厂对丰满大坝垂直位移资料的分析等，都采用逐步回归分析电算技术，取得了有意义的成果。近两年来，华东水利学院、武汉水电学院、长办勘测总队等单位结合对刘家峡、丰满、安砂、陆水等坝性态的分析，探讨了非线性参数估计、冰胀因子的数学模型、多种方案的最优统计方程的连续自动计算、变形观测数据的处理和预报等问题，推动了观测分析向更深入的方向发展。

在内部观测资料分析方面，不少坝的数据处理开始采用电子计算机计算。成都勘测设计院科研所、长办科学院、天津勘测设计院科研所、水利部第三工程局、东江指挥部等单位对龚咀、刘家峡、泉水、葛洲坝、石门、凤滩等坝观测资料进行的整理分析，深化了人们对大坝结构性态的认识，在施工和运行中都发挥了有效的作用。

我国大坝数量多、分布广，还有许多坝已积累了多年实测资料尚未得到及时的整理分析，某些坝虽已作过若干分析仍有进一步分析的必要，观测资料分析的任务是很重的。在分析方法上我们也需要更多地吸收数学、力学、水工结构等学科的最新成果，不断补充和完善分析手段，并且充分利用现代电子计算机的计算、控制技术，使观测分析更加有效、及时地解决大坝安全监测和设计、施工、科研问题。可以期望，经过全国广大观测工作者的持续努力和生产、科研、高等学校等的紧密协作，我国观测分析工作一定会不断取得新的进展。

第一篇 处理观测数据的数学方法

第二章 线性代数基本知识

在大坝观测资料分析过程中,无论是采用物理方法还是采用统计方法,都会经常遇到求解线性方程组的问题,因此我们首先介绍研究线性函数的数学工具——线性代数的基本知识。限于篇幅,本章只介绍线性代数的基本概念、定理、以及和观测分析有关的一些计算方法,而不作严格的理论推导。有兴趣的读者,可以参阅有关的专门书籍。

第一节 行列式

一、行列式的概念

多元一次联立方程组是观测分析中经常用到的一种数学模型。例如

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \quad (2-1)$$

就是一个二元一次联立方程组。式中, x_1 和 x_2 称为未知量, b_1 、 b_2 是常数项,亦称右端项或自由项, a_{ij} 称作 x_j 的系数,第一个脚标 i 表示它在第 i 个方程,第二个脚标 j 表示它是第 j 个未知量的系数。 x_1 和 x_2 的次数都不高于1,所以又称作线性代数方程组,或简称为线性方程组。

对于(2-1)式,用消去法消去 x_1 得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - b_1a_{21}$$

同样,消去 x_2 得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{12}b_2$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时,有

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \quad x_2 = \frac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \quad (2-2)$$

引进记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (2-3)$$

式(2-3)称作2阶行列式。它有两行、两列。横写的叫做行, $a_{11}a_{12}$ 和 $a_{21}a_{22}$ 分别称作此行列

式的第1、第2行。竖写的叫做列， $a_{11}a_{21}$ 和 $a_{12}a_{22}$ 分别是第1、第2列。数 a_{11} ， a_{12} ， a_{21} ， a_{22} 称作行列式的元素，简称为元，如 a_{21} 就是在第2行第1列上的元。行列式中从左上角到右下角的对角线叫主对角线，从右上角到左下角的对角线叫次对角线。

由(2-3)式知，2阶行列式是主对角线上两元的乘积与次对角线上两元乘积取负号后的代数和。

若记

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

于是式(2-2)可写成

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D} = -\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \quad (2-4)$$

这就是用行列式表示的二元线性方程组的解。它直观易记，比(2-2)式更方便些。

例2-1 解线性方程组

$$\begin{cases} 3x + y = 14 \\ x - 2y = -7 \end{cases}$$

$$\text{解 } D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -7, \quad D_1 = \begin{vmatrix} 14 & 1 \\ -7 & -2 \end{vmatrix} = -21,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 3 & 14 \\ 1 & -7 \end{vmatrix} = -35$$

$$\therefore x = \frac{-21}{-7} = 3, \quad y = \frac{-35}{-7} = 5$$

以下再考查三元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (2-5)$$

通过消去法可得

$$x_1 = \frac{1}{D} (b_1a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}b_3 + a_{13}b_2a_{32} - b_1a_{23}a_{32} - a_{12}b_2a_{33} - a_{13}a_{22}b_3) \quad (2-6)$$

$$x_2 = \frac{1}{D} (a_{11}b_2a_{33} + b_1a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}b_3 - a_{11}a_{23}b_3 - b_1a_{21}a_{33} - a_{13}b_2a_{31}) \quad (2-7)$$

$$x_3 = \frac{1}{D} (a_{11}a_{22}b_3 + a_{12}b_2a_{31} + b_1a_{21}a_{32} - a_{11}b_2a_{32} - a_{12}a_{21}b_3 - b_1a_{22}a_{31}) \quad (2-8)$$

式中, $D = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31} \neq 0$
 同样, 引进记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31} = D \quad (2-9)$$

(2-9) 式称作 3 阶行列式。它有 3 行、3 列, 是 6 个项的代数和。利用图 2-1, 我们较容易记忆这 6 个项: 实线上 3 个元的乘积构成的 3 个项都取正号, 虚线上 3 个元的乘积都取负号。

$$\text{令 } D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

则 3 元线性方程组 (2-5) 的解 (2-6) ~ (2-8) 可写成

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}, \quad x_3 = \frac{D_3}{D}$$

行列式 D_1 、 D_2 、 D_3 是把行列式 D 中第 1、2、3 列分别换成常数项 b_1 、 b_2 、 b_3 得到的。

式 (2-9) 中每项都是 3 个元的乘积, 这 3 个元在不同的行、不同的列。每个项所带的符号可以这样来确定: 逐次互换两行或两列, 把 3 个元都移到新行列式的主对角线上时, 所需要互换的个数如果是偶数就带正号, 如果是奇数就带负号。式中项数是 6 个, 相当于 3 个元可能排列数 3 的阶乘。

由此推广, 定义 n 阶行列式如下

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum \pm a_{1p_1}a_{2p_2}\cdots a_{np_n} \quad (2-10)$$

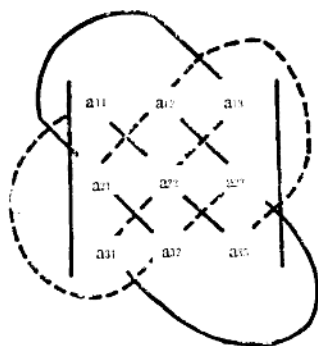


图2-1 3阶行列式展开式的图示。

n 阶行列式共有 n 行, n 列, n^2 个元素。第 i 行第 j 列上的元素为 a_{ij} ,它可展开为 $n!$ 项之和,每个项是 n 个元的乘积,每项各元所占行和列都不同,可写成 $a_{1p_1}a_{2p_2}\cdots a_{np_n}$ 形状。其中第1个脚标按 $1, 2, \cdots, n$ 的顺序排列,第2个脚标是 $1, 2, \cdots, n$ 的某一种排列。每项所带符号的确定类同于3阶行列式。

定义由一个元 a 构成的一阶行列式就是 a 本身。

定义把行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

的各行都变为列而不改变各元顺序的新行列式

$$D' = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

称作 D 的转置行列式。 D 也是 D' 的转置行列式,它们互为转置。

由(2-10)式可以推知,对角形行列式

$$\begin{vmatrix} a_1 & & \\ & \ddots & \\ & & a_n \end{vmatrix} = a_1 \cdots a_n \quad (2-11)$$

行列式中未写出的元均为零。

三角形行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ & & & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \cdots a_{n-1,n-1} a_{nn} \quad (2-12)$$

二、行列式的性质

性质 1 用常数 K 乘行列式任意一行的各元,等于用 K 乘此行列式。即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ K a_{i1} & \cdots & K a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = K \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2-13)$$