

第五篇

材料力學

目 錄

頁

第一章 應力與應變

1.1 應力的定義及種類.....	5— 1
1.2 應變的定義及種類.....	5— 2
1.3 虎克律與彈性係數.....	5— 3
1.4 混合應力.....	5— 4
1.5 混合應變.....	5— 5
1.6 應力與應變的關係.....	5— 6
1.7 應力集中.....	5— 7
1.8 熱應力.....	5— 11
1.9 容許應力與安全因數.....	5— 12

第二章 拉 與 壓

2.1 由桿的自重所引起的應力與變形.....	5— 14
2.2 組合桿.....	5— 15
2.3 殘留應力.....	5— 16
2.4 簡單骨架.....	5— 17

第三章 軸與扭轉

3.1 圓軸之扭轉.....	5— 20
3.2 傳動軸.....	5— 21
3.3 非圓形直桿的扭轉.....	5— 22
3.4 薄管及型鋼的扭轉.....	5— 25
3.5 受混合應力作用的軸.....	5— 26
3.6 圓軸在比例限度外的扭轉.....	5— 27

第四章 梁

4•1	梁之定義與種類	5— 28
4•2	梁之剪力與彎矩	5— 29
4•3	受移動荷重的梁	5— 32
4•4	梁的彎應力	5— 34
4•5	由彎矩所引起的梁之撓度	5— 40
4•6	梁的剪應力及其引起的撓度	5— 58
4•7	剪力中心	5— 65
4•8	均等強度的梁	5— 66
4•9	靜不定梁	5— 67
4•10	受非對稱彎曲的梁	5— 73
4•11	組合梁	5— 75
4•12	曲梁	5— 78
4•13	梁的塑性彎曲	5— 85

第五章 彈簧

5•1	螺旋彈簧	5— 88
5•2	彈簧公式	5— 90

第六章 應變能

6•1	拉，壓與彎應變能	5— 95
6•2	剪與扭應變能	5— 96
6•3	衝擊應力	5— 97
6•4	馬克斯衛定理 (Maxwell theorem)	5— 98
6•5	卡斯諦利諾定理 (Castigliano theorem)	5— 99
6•6	應變能的一般式	5— 100

第七章 柱

7•1	短柱	5— 102
7•2	長柱	5— 103
7•3	柱的實驗式	5— 105
7•4	長柱的塑性彎曲	5— 108

第八章 圓筒，球，廻轉圓盤及廻轉圓筒

8.1	薄圓筒	5—110
8.2	厚圓筒	5—111
8.3	收縮配合	5—115
8.4	組合圓筒	5—117
8.5	薄球殼	5—119
8.6	厚球殼	5—120
8.7	廻轉圓盤	5—122
8.8	廻轉圓筒	5—125

第九章 板

9.1	彎曲的基本方程式	5—130
9.2	彎長方形板爲圓筒面	5—132
9.3	受垂直二方向彎曲的長方形板	5—134
9.4	長方形板的撓度與彎應力公式	5—135
9.5	圓板的軸對稱彎曲	5—140
9.6	承受軸對稱荷重的廻轉面薄殼	5—157

第十章 應變與應力之測定法

10.1	電阻應變計	5—161
10.2	光彈性法	5—164
10.3	應力塗漆法	5—168
10.4	Moire' 法	5—170
10.5	X 射線法	5—172

第五篇

材料力學

翁通楹

第一章 應力與應變

1.1 應力的定義及種類 (definition and classification of stresses)

材料受外力作用時 (圖 1.1(a))，必會變形，而對這個變形材料內會產生抵抗力，這個抵抗力稱為內力。若在物體內假想一個面 (面積為 A)，則作用於這

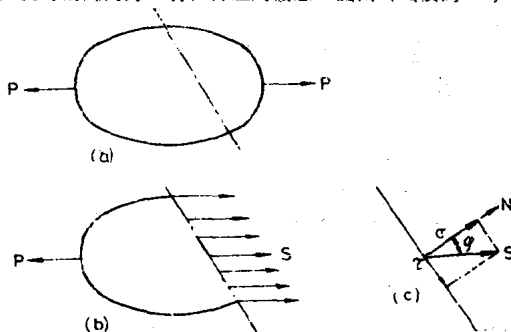


圖 1.1

個面上的內力，必與外力成平衡，而在這個面的單位面積上的內力稱為應力 (圖 1.1(b))。以 S 表示應力，則

$$S = \frac{P}{A} \quad (1.1)$$

應力 S 可分為垂直於面，與平行於平面的二分量。以 σ 表示垂直於面的分量，則

$$\sigma = S \cos \phi \quad (1.2)$$

而以 τ 表示平行於面的分量，則

$$\tau = S \sin \varphi \quad (1.3)$$

式中 φ 為面的法線與 S 的夾角。 σ 稱為垂直應力 (normal stress)，而 τ 稱為剪應力 (shear stress)。垂直應力之中，對於材料有拉作用者稱為拉應力 (tensile stress)，而有壓作用者稱為壓應力 (compressive stress)。因剪應力作用於面上，即切於面，所以有切線應力 (tangential stress) 的稱呼。垂直應力有正負分別之必要時，以正表示拉應力，以負表示壓應力，而剪應力使物體有順時針方向轉動之傾向時規定為正。應力的單位為力除以面積的單位，即 kg/cm^2 或 lb/in^2 等。

1.2 應變的定義及種類 (definition and classification of strain)

材料受外力作用而變形時，其變形的量與原來的量之比稱為應變，物體內的應變平常依點之位置而異，如圖 1.2 所示，長 l_0 ，直徑 d_0 的圓桿受拉力 P 之作用在 P 方向伸長 δ ，使長度由 l_0 變為 l ，直徑由 d_0 縮小 Δd 變為 d 。此時

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\delta}{l_0} \quad (1.4)$$

稱為縱應變 (longitudinal strain)，而

$$\epsilon' = \frac{d - d_0}{d_0} = -\frac{\Delta d}{d_0} \quad (1.5)$$

稱為橫應變 (lateral strain)。又在物體內一點 A 假想一個六

面體 $ABCD$ ，若 $ABCD$ 受剪應力 τ 的作用而變形為 $ABC'D'$

，如圖 1.3 所示時，角度的變化 $\gamma (= \angle DAD' = \angle CBC')$

稱為剪應變 (shear strain)。平常 γ 不大，故

$$\gamma \approx \tan \gamma \quad (1.6)$$

含物體內一點的微小體積 dv ，受外力的作用體積增加 δdv 時

$$\epsilon_v = \frac{\delta dv}{dv} \quad (1.7)$$

稱為體積應變 (volumetric strain) 或體積膨脹率 (cubic dilatation)。應變為無單位的量。

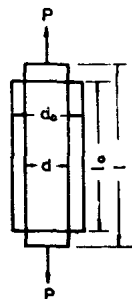


圖 1.2

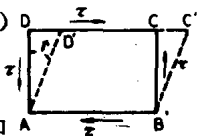


圖 1.3

1.3 虎克律與彈性係數

材料受外力作用而變形時，實驗結果告訴我們，在變形不大時，應力與應變成比例。此關係稱為虎克律 (Hooke's law)，若圓桿受拉應力 σ 的作用而產生 ϵ 的縱應變時，在 ϵ 不大的範圍內

$$\sigma \propto \epsilon$$

設比例常數為 E ，則

$$\sigma = E\epsilon \quad (1.8)$$

E 稱為彈性係數 (modulus of elasticity) 或楊氏係數 (Young's modulus)

。剪應力與剪應變之間亦有同樣的關係成立。

$$\tau = G\gamma \quad (1.9)$$

G 稱為剪彈性係數 (shear modulus of elasticity) 或剛性係數 (modulus of rigidity)。由此可知，斷面積為 A_1 ，長為 l 的直桿受軸方向拉力 P 的作用時，其伸長量為

$$\delta = \frac{Pl}{AE} \quad (1.10)$$

(1.5) 式及 (1.4) 式所表示的橫應變與縱應變之比

$$\nu = -\frac{\epsilon'}{\epsilon} \quad (1.11)$$

稱為包松比 (Poisson's ratio)，為依材料而定的一常數，其值在 $0 \leq \nu \leq 0.5$ 的範圍，我們在機械工程常用的鋼鐵材料之包松比約為 0.3。包松比的逆數

$$m = \frac{1}{\nu} \quad (1.12)$$

稱為包松數 (Poisson's number)。 E ， G 與 ν 之間有關係如下。

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (1.13)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.14)$$

$$\nu = \frac{E - 2G}{2G} \quad (1.15)$$

[例 1.1] 直徑 10 mm 的軟鋼圓桿受 1,000 kg 拉力的作用時，求其直徑之變化。

[解] 拉應力為

$$\sigma = \frac{P}{\pi d^2/4} = \frac{4,000}{314} = 12.7 \text{ kg/mm}^2$$

因軟鋼的 E 為 $21 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.3$, 故其橫應變為

$$\epsilon' = -\nu \epsilon = -0.3 \times \frac{1,270}{21 \times 10^5} = -1.8 \times 10^{-4}$$

而

$$d' - d = \epsilon' d = -1.8 \times 10^{-4} \times 10 = -0.0018 \text{ mm}$$

即直徑減少了 0.0018 mm。

1.4 混合應力 (combined stresses)

物體除了在單一方向受力作用以外皆在混合應力狀態。平常物體內任何一點的應力可以 9 個分量來表示。任何一個面上的應力可分為一個垂直於面的垂直應力, 及在面上且互相垂直的二個剪應力。因此物體內任一點的應力可分為垂直於 x 方向之面上的垂直應力 σ_x , 剪應力 τ_{xy} , τ_{yx} ; 垂直於 y 方向之面上的垂直應力 σ_y , 剪應力 τ_{yx} , τ_{xy} 及垂直於 z 方向之面上的垂直應力 σ_z , 剪應力 τ_{zx} , τ_{xz} 。而 x, y, z 為過該點而且互相垂直的三方向。 τ_{xy} 的足碼第一字母 x 表示該力所作用的面的法線方向為 x 方向, 而第二字母 y 表示該力的方向為 y 方向。以下類推。由力的平衡條件我們可以證明

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1.16)$$

故 9 個分量變為六個分量。這些分量之中, 垂直於一軸方向 (如 Z -軸) 的面上之分力皆為零時, 我們稱這個物體在於平面應力 (plane stresses) 的狀態。物體在於如 $\sigma_z = 0$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{zy} = 0$, $\sigma_x = \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$ 的平面應力狀態時, 其法線方向與 x 方向的夾角為 φ 的面上, (圖 1.4) 之垂直應力及剪應力如下。

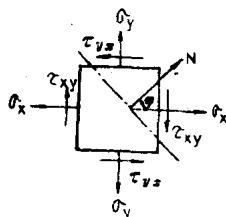


圖 1.4

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_x \cos^2 \varphi + \sigma_y \sin^2 \varphi - 2\tau_{xy} \sin \varphi \cos \varphi \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi - \tau_{xy} \sin 2\varphi \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} \tau &= (\sigma_x - \sigma_y) \sin \varphi \cos \varphi + \tau_{xy} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi \end{aligned} \quad (1.18)$$

由 (1.17) 式及 (1.18) 式消去 φ , 則得

$$\left\{ \sigma - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \right\}^2 + \tau^2 = \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 \quad (1.19)$$

這個方程式在 $\sigma - \tau$ 面表一圓, 這個圓稱為莫爾圓 (Mohr's circle), 如圖

1.5 所示。面上僅有垂直應力而沒有剪應力作用時，這垂直應力我們叫做主應力 (principal stresses) 主應力的作用面稱為主面 (principal plane)，主應力的方向稱為主軸 (principal axis)。主應力有二，互相垂直，大的以 σ_{max} ，小的以 σ_{min} 表示。 σ_{max} 的方向與 x 軸的夾角 φ_0 可由

$$\tan 2\varphi_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (1.20)$$

求出。負號表示 x 方向順時針轉了 φ_0 就可到了 σ_{max} 的方向。由圖 1.5 立刻可求得

$$\sigma_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (1.21)$$

$$\sigma_{min} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (1.22)$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min}) = -\tau_{min} \quad (1.23)$$

τ_{max} , τ_{min} 稱為主剪應力 (principal shearing stresses)。

(1.17) 式與 (1.18) 式所表示的垂直應力與剪應力相當於圖 1.5 在莫爾圓周上一點 Q 之橫坐標與縱坐標，而 $\angle COQ = 2\varphi_0$ 。

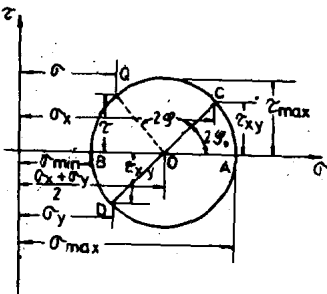


圖 1.5

1.5 混合應變 (combined strains)

物體受力作用時產生於物體內一點之應變亦如應力，可以九個分量來表示，即三個垂直應變 ϵ_x , ϵ_y 及 ϵ_z 以及六個剪應變 τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zy} 。

其中 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ 。

如材料內一要素的應變只有 ϵ_x , ϵ_y 及 τ_{xy} 時稱該要素在於平面應變狀態 (in state of plane strain)，即如 $\epsilon_z = 0$, $\epsilon_y = 0$, $\tau_{xy} \neq 0$, $\epsilon_x = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ ，則該要素在於平面應變狀態。

若物體在互相垂直二方向 x , y 受垂直應變 ϵ_x 與 ϵ_y 及剪應變 τ_{xy} 的變形時，

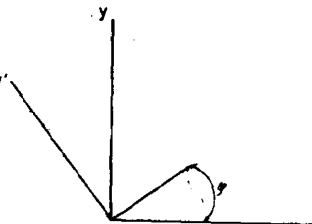


圖 1.6

與 x 方向成 φ 的角度之 x' 方向的垂直應變 ε_{φ} 及 x', y' 二方向 (圖 1•6) 的剪應變 γ_{φ} 與 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 及 γ_{xy} 的關係如下。

$$\varepsilon_{\varphi} = -\frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cos 2\varphi + \frac{1}{2}\gamma_{xy} \sin 2\varphi \quad (1\cdot24)$$

$$-\frac{1}{2}\gamma_{\varphi} = -\frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\varphi + \frac{1}{2}\gamma_{xy} \cos 2\varphi \quad (1\cdot25)$$

平面應變之莫爾圓 (圖 1•7) 的方程式為

$$\left\{ \varepsilon_{\varphi} - \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right\}^2 + \left(-\frac{1}{2}\gamma_{\varphi} \right)^2 = \left\{ \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \right\}^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma_{xy} \right)^2 \quad (1\cdot29)$$

而最大與最小垂直應變 ε_{max} 與 ε_{min} 各為

$$\varepsilon_{max} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \quad (1\cdot27)$$

$$\varepsilon_{min} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \quad (1\cdot28)$$

ε_{max} 的方向與 x 軸的夾角 φ_p 為

$$\varphi_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (1\cdot29)$$

最大剪應變為

$$\frac{1}{2}\gamma_{max} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \quad (1\cdot30)$$

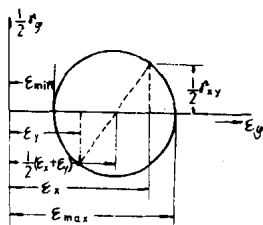


圖 1•7

1•6 應力與應變的關係 (relations between stresses and strains)

對直角座標 x, y, z 軸的應變分量與應力分量之間有下列關係

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) \} & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} & \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G} \end{aligned} \right\} \quad (1\cdot31)$$

由此得各應力分量爲

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z) \} & \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z) \} & \tau_{yz} &= G\gamma_{yz} \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \} & \tau_{zx} &= G\gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

若 $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{zy} = 0$ ，即在平面應力狀態時

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y) & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x) & \gamma_{yz} &= \gamma_{zx} = 0 \\ \varepsilon_z &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

雖然 $\sigma_z = 0$ ，但 $\varepsilon_z \neq 0$ 。由此得應力分量爲

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) & \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \end{aligned} \right\} \quad (1.34)$$

若 $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ ，即在平面應變狀態時

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \{ (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \{ (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \{ (\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)) \} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

由此得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y \} \\ \sigma_y &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x \} \\ \sigma_z &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

1.7 應力集中 (stress concentration)

材料內之應力分佈 (stress distribution) 會影響材料的強度。剖面的變化不太大時應力分佈情形與均勻剖面時之情形沒有多大的差別，但剖面有激變的

時候，在剖面激變處附近，應力分佈有很大的變化且其變化很複雜。如圖 1.8 所示，有一圓孔之無限寬平板在單方向被拉時（拉應力為 σ_n ），在圓緣上 A 點之應力變化為最大，而在 B 上之應力變化則隨 B 點離圓緣之距離的增加而變小。如此，應力之局部變大的現象稱為應力集中。

1.7.1 有圓孔平板的拉伸

如圖 1.8 所示，有圓孔無限平板在單方向被拉時，沿着 BB 的應力分佈為

$$\sigma_x = \frac{\sigma_n}{2} \left(2 + \frac{a^2}{y^2} + 3 \frac{a^4}{y^4} \right) \quad (1.37)$$

式中， σ_n 為離孔緣很遠處的應力，即沒有圓孔時的應力（公稱應力 nominal stress）。圓孔緣 A 點之應力為最大，設其為 σ_{max} ，則

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} = 3 \quad (1.38)$$

稱 α 為形狀係數（form factor）或應力集中係數（stress concentration factor）。如圖 1.9 所示，對有圓孔的有限寬度 w 之平板，設其平均應力

$$\sigma_n = \frac{P}{(w-a)h} \quad (1.39)$$

為公稱應力，則當圓孔很小（ $a/w \approx 0$ ）時， α 趨近於 3，而圓孔很大（ $a/w \approx 1$ ）時， α 趨近於 2。

1.7.2 有凹口（notch）的平板

如圖 1.10 所示，有半圓形凹口的半無限平板受拉力的作用時，在凹口底

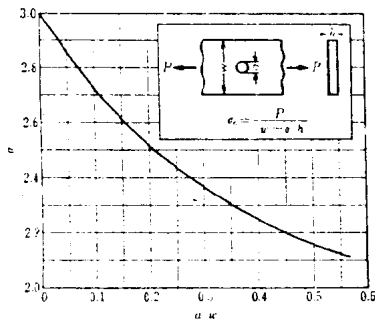


圖 1.9 有圓孔之板條的形狀係數

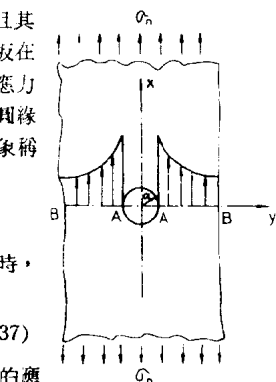


圖 1.8 有圓孔之無限板的拉伸

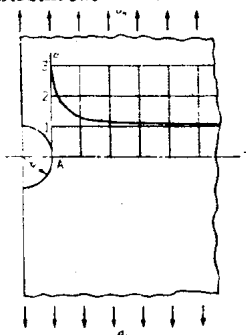


圖 1.10 有半圓形凹口之半無限板的拉伸

A 點之最大拉應力為

$$\sigma_{max} = 3.07 \sigma_n \quad (1.40)$$

圖 1.11 表示兩側有 U 字形凹口的板條受拉及受彎曲時的形狀係數與 r/d 的關係， r 為凹口底之半徑。於此

$$\sigma_n = \frac{P}{dh} \quad (1.41)$$

1.7.3 階段板 (stepped plate)

圖 1.12 表示階段板受拉及受彎曲時的形狀係數與 r/d 的關係， r 為階段處內圓角 (fillet) 的半徑。

1.7.4 有圓周凹口的圓桿

圖 1.13 表示在圓周有 U 字形凹口的圓桿受拉，受彎曲及受扭轉時的形狀係數與 r/d 的關係， r 為凹口底之半徑。

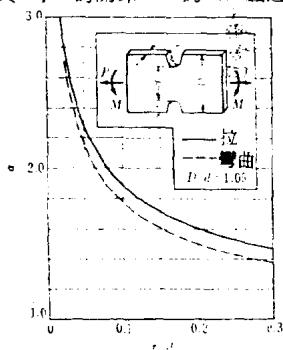


圖 1.11 有 U 字形凹口之板條的形狀係數

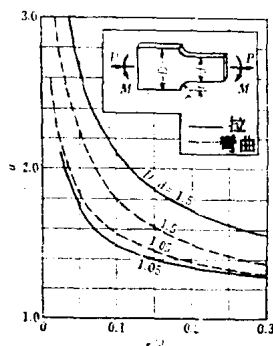


圖 1.12 階段板的形狀係數

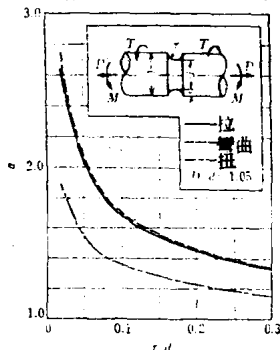


圖 1.13 有 U 字形凹口之圓桿的形狀係數

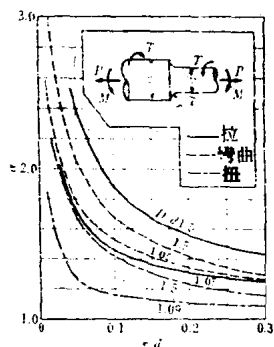


圖 1.14 階段圓桿的形狀係數

1.7.5 階段圓桿

圖 1.14 表示若段圓桿受拉，受彎曲及受扭轉時的形狀係數之變化情形。

【例 1.2】如圖 1.15 所示的階段圓桿受 $T=100 \text{ kg}\cdot\text{m}$ 的扭矩之作用時，(1)求階段處內圓角部分的最大剪應力，但 $D=60 \text{ mm}$ ， $d=50 \text{ mm}$ ， $r=1 \text{ mm}$ 。(2)若 $\tau_{max}=6.0 \text{ kg/mm}^2$ ，求階段處內圓角的半徑。

【解】(1)公稱剪應力為

$$\tau_n = \frac{16}{\pi d^3} T = \frac{16 \times 100 \times 10^3}{3.14 \times 50^3} = 4.1 \text{ kg/mm}^2$$

因 $r/d=1/50=0.02$ ， $D/d=60/50=1.20$ ，由圖 1.15 知形狀係數為 $\alpha=2.0$ ，故

$$\tau_{max} = \alpha \tau_n = 2.0 \times 4.1 = 8.2 \text{ kg/mm}^2$$

(2)因 $\tau_{max}=6.0 \text{ kg/mm}^2$ ， $\tau_n=4.1 \text{ kg/mm}^2$ ， $\alpha=\tau_{max}/\tau_n=1.46$ ，由圖 1.15 知 $r/d=0.066$ ，故

$$r = 0.066 \times 50 \approx 3.3 \text{ mm}$$

【例 1.3】簡述減少應力集中的方法。

【解】由圖 1.11 至圖 1.15 可看出，凹口底的曲率半徑對應力集中有很大的影響。因 r/d 小時 α 為大，故增加 r 的值，就是減少應力集中的有力方法。在凸銳角處應力為零，或為很小，但除掉了這個小地方，就可大大的減少附近的應力集中。如圖 1.16 所示，有 V 字形凹口的半無限板之 α 可隨着 V 字

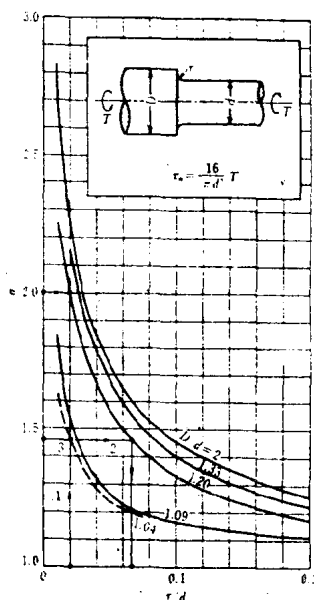


圖 1.15 階段圓桿對扭轉的形狀係數

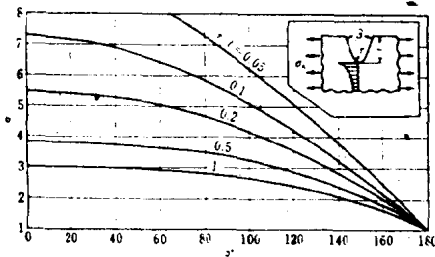


圖 1.16 有 V 字形凹口的半無限板之形狀係數與 V 字角度的關係

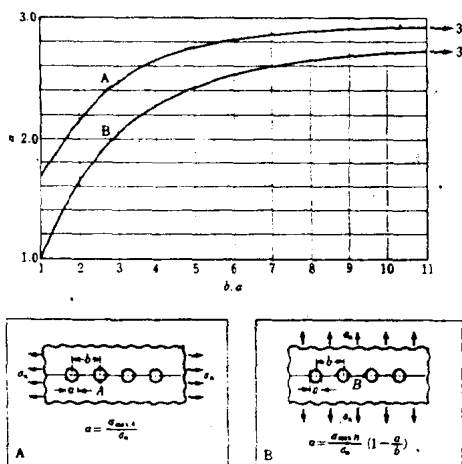


圖 1-17 有圓孔無限板被拉時之凹口的影響

角度 β 的增加而減少。圖 1-17 表示有圓孔的板被拉時凹口對 α 的影響。由圖可知，在一凹口附近再加別的凹口時可減少應力集中。

圖 1-18 表示，開在階段迴轉軸肩處的隙槽 (relief groove) 可減少階段軸內圓角處的應力集中。應力集中部分的補強亦可減少集中應力。如圖 1-19 所示，被焊在圓孔周圍的圓輪可減少有圓孔的板被拉時之應力集中。

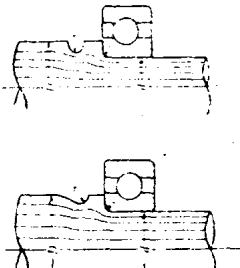


圖 1-18 開隙槽來減輕階段迴轉軸的應力集中

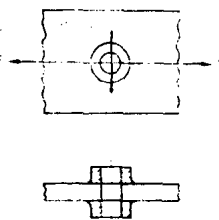


圖 1-19 以圓輪補強有圓孔的板

1-8 熱應力 (thermal stress)

物體有溫度變化時會發生熱變形，如拘束此變形時物體內就會產生應力。此

應力稱為熱應力。太空船再進入大氣圈、火箭噴嘴、原子爐等有大溫度差的構造物之熱應力是個傷腦筋的問題。鍋爐、汽輪機、船用柴油機等的熱應力問題隨着機器的大形化而趨於嚴重，增加厚度可減少由荷重而來的應力，但厚度的增加有的時候因溫度差的增加反而會引起熱應力的增加。有一直桿在溫度 t_1 時，長度為 l ，如其長度被拘束於不變，而將溫度提高為 t_2 時產生於該直桿之壓應力為

$$\sigma = E\alpha(t_2 - t_1) \quad (1.42)$$

α 為線膨脹係數 (coefficient of linear expansion)。幾種代表性的材料之線膨脹係數列於表 1.1。

表 1.1 20°C 溫度時的線膨脹係數 α $^{\circ}\text{C}^{-1}$

材 料	$\alpha(\times 10^{-6})$	材 料	$\alpha(\times 10^{-6})$	材 料	$\alpha(\times 10^{-6})$
銀	18.9	18-8 不銹鋼	17~18	聚 氯 乙 烯 (poly vinyl chloride)	70~80
銅	16.6	超級恒範鋼 (super invar)	-0.01	α -甲基丙烯酸 甲酯 (methyl methacrylate)	70~90
鐵	11.7	鎳 克 銘 (nichrome)	18	玻 璃	9
鎳	12.8	36% 鎳 鋼	0.9	水 (0°C ~ -10°C)	51
白 金	8.9	碳 鋼	10~11	混 凝 土	7~13
黃 銅	18~23	赫史特合金 A (hastelloy)	2.7	石 英 玻 璃	0.5
康史登鋼 (constantan)	15	多 元 酯	55~100	木 材 (縱)	3~5
杜 拉 鋁 (duralumin)	23	聚 乙 烯 (poly ethylene)	100~180	木 材 (橫)	35~60

1.9 容許應力與安全因數 (allowable stress and factor of safety)

要設計機械、構造物等時，不能使材料在使用中破壞，或者發生不適當的變形，因此究明使機械或構造物在使用中破壞或破損的種種原因是很重要的。影響

材料強度的因素很多。很正確的估價外力的大小及種類不容易，有的時候形狀又複雜，很難求出正確的應力，材料強度不均勻，材質有缺點，使用環境引起材質變化等等原因使我們很難定出材料之標準強度。考慮到這些原因，欲使機械、構造物在使用中不破壞，不破損，我們需要定出材料在使用中可產生的最大應力，即使最危險處的材料不破壞，安全的可以加到之最大應力。這個應力稱為容許應力，或工作應力 (working stress)，或設計應力 (design stress)。容許應力之設定大部分靠經驗的判斷，但設定容許應力的基本因素為在使用狀態的材料之特定強度，如拉強度、降服點、疲勞強度、蠕變強度等。材料的這些強度稱為標準強度。容許應力與標準強度之比稱為安全因數，其值必大於 1。在機械工程上，用的最多的二種材料，鑄鐵及鋼對拉的安全因數如表 1.2 所示。

表 1.2 對拉之安全因數

材 料	安 全 因 數	
	靜 荷 重	衝 擊 荷 重
鑄 鐵	4	15
鋼	3	12