遥感图象几何处理

譯文专辑

武汉测绘学院航测系编印

一九八〇年十月

遥感图象几何处理译文辑

目　录

遥感影象几何纠正的数学模型和方法

G · Konecny

1. 国际摄影测量协会第三委员会第一小组*的运动。

1972年国际摄影测量学会会议期间，根据研究遥感课题的专家们的倡议（参考文献〔20，37，42，45，57，59，62，88〕），成立了遥感几何工作小组，即Ⅲ－1工作组。工作组的产生也是由于研究非传统遥感影象（例如，行扫描器和侧视雷达）的需要。为了民用，侧视雷达已不再列入保密范围。1972年后，发现在陆地卫星（地球资源卫星）系统上也使用了多光谱扫描器。

1974年在圣路易召开的ISP会议期间，举行了工作组第一次会议。会议期间，根据南美洲大面积雷达测图成果，认为有必要研究侧视雷达测图的能力。因此把由古德伊尔宇航局飞行的，在费尼克斯，亚利桑那地区周围的雷达实验网，分配给工作组的成员，用他们的方法进行精度估计。

工作组的第二次会议在1974年在斯图卡特召开。此会议包括了第Ⅲ委员会的两个专业讨论会。会上，介绍了这个实验的初步结果24，26；1976年的ISP会议上，对这个结果又有新的补充27，66，67。在斯图卡特的会议上已注意到了雷达虽然是一种主要的测图工具，但还不是所需研究的最重要的遥感系统。卫星行扫描影象正日益广泛地用于测绘主题中。为了测绘主题图，也增加了对从飞行平台上进行多光谱行扫描的兴趣。有必要获取在不同时间，相同几何基础上飞行的各种传感影象，以便通过各种形象处理技术，建立信息和地图之间的关系或

---

*注：简称为Ⅲ－1遥感几何工作组。

者改变探测方法。

所使用的传感器，试图应用的范围，可采用的仪器和分析工具以及从事研究和探讨全面纠正的各组的兴趣（几何纠正仅是一小部分），是如此分散，因而必须根本上改变工作组的活动。从迅速发展与遥感有关的摄影测量学内外领域的观点上看，不易制定工作组的共同活动计划。而在讨论研制方法时，对于参加解决几何问题的各组，以及讨论与摄影测量无关的遥感问题都有促进作用。工作组的第三次和第四次会议是与1975年3月及1976年2月在华盛顿召开的ISP会议结合在一起召开。所讨论的内容也是这些。

为此，感到在上两次或三次1976年ISP会议期间，要求工作组成员讨论他们的工作报告和介绍论文，这种做法很可取。然后，再通过工作组的专业报告开展工作。

由于研究工作的一般和广泛的需要，必须增加活动。亦说明工作组有必要继续存在。但在时间上需给以保证。

在1974年ISP斯图卡特专题讨论会上，工作组的报告已阐明：工作组的宗旨是研究以发射能量形成影象为基础，非传统遥感系统的几何方面问题，并制定下列任务：

1. 地形图的几何纠正；

2. 主题信息显示的几何改正；

3. 用目视的，电子的或数字的方法，进行光谱和时间的比较，获得几何重合的影象。

对特殊图象，将按下列步骤进行：

a，基于适当的数学模型上，应用控制实验影象，进行解析分析。

b，目视判读影象特征的测图技术。

c，影象的微分纠正。

d，自动影象相关（在控制区域的最小范围内）以得到影象重合的

改正函数。

这个论文是企图探索和概括目前发展的趋势，因为已单独征求了雷达测图研究的讨文（*Leberl*〔66〕），所以此文重点是研究扫描器影象。

2. 形成扫描器影象的数学模型

处理扫描器影象和其它态影象基本数学模型的研究已在1972年完成。渥太华会议邀请的论文评述了缝隙和全景摄影的发展。（*Case*〔13〕，*Derenyi*〔22〕，*Masry*〔70〕，对于扫描器影象，*Derenyi*〔20，21，41〕，*Konecny*〔20，21，40，42，43，44〕，*Leberl*〔61〕，*Taylor*〔82〕），对于侧视雷达影象的研究（*Hockeborn*〔37〕，*Konecny*〔41，42，44〕，*Leber*〔57,59,61〕，*Rosenfield*〔76〕）也作了评述。

因此，用Q作为垂直面的扫描角的扫描影象的微分方程式是：（与*Grubers*和*Hallerte*的视差方程式相应）。

$$\begin{aligned} dX_i &= Z_i\,tg\,Q'_i\,dK + Z_i\,d\phi + dX_0 \\ dY_i &= tg\,Q'_i\,dZ_0 - Z_i(1+tg^2 Q'_i)\,d\omega + dY_0 \end{aligned} \qquad (1a)$$

或者：

$$\begin{aligned} dX_i &= Y_i\,dK + Z_i\,d\phi + dX_0 \\ dY_i &= \frac{Y_i}{Z_i}dZ_0 - Z\left[1+\left(\frac{Y_i}{Z_i}\right)^2\right]d\omega + dY_0 \end{aligned} \qquad (1b)$$

较严密的共线方程式（根据*Hellmut schmid*）可把定向参数写成时间变化的函数（$f(tj)$）：

$$0 = -C\,\frac{a_{11j}(X_i - X_{oj}) + a_{21j}(Y_i - Y_{oj}) + a_{31j}(Z_i - Z_{oj})}{a_{13j}(X_i - X_{oj}) + a_{23j}(Y_i - Y_{oj}) + a_{33j}(Z_i - Z_{oj})} \qquad (2a)$$

$$-C\,tg\,Q'_i = -C\,\frac{a_{12j}(X_i - X_{oj}) + a_{22j}(Y_i - Y_{oj}) + a_{32j}(Z_i - Z_{oj})}{a_{13j}(X_i - X_{oj}) + a_{23j}(Y_i - Y_{oj}) + a_{33j}(Z_i - Z_{oj})}$$

……………………………（2b）

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

式中： $(a_{11j}\cdots\cdots a_{33j})=f_{1\cdots\cdots9}(\omega_j, \phi_j, K_j)$ (2c)

而 $(\omega_j, \phi_j, K_j, X_{oj}, Y_{oj}, Z_{oj})=f_{10\cdots15}(t_i)$

…………………………(2d)

影象坐标与时间和扫描角有关

$$X'_i=V'(t_j-t_o) \quad (2e)$$

$$Y'_i=C\,Q'_i \quad (2f)$$

从以下象坐标（选取每个象点自身为坐标原点）和物坐标之间的关系，推导出共线方程式：

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -C \end{bmatrix}=\frac{1}{\lambda'_i}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos Q'_i & \sin Q'_i \\ 0 & -\sin Q'_i & \cos Q'_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11j} & a_{21j} & a_{31j} \\ a_{12j} & a_{22j} & a_{32j} \\ a_{13j} & a_{23j} & a_{33j} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_i-X_{oj} \\ Y_i-Y_{oj} \\ Z_i-Z_{oj} \end{bmatrix}$$

…………………………(3a)

如果扫描器在旋转期间，不能保持在一个平面内运动，而是在一个锥面内时，必须用含有扭角 ϕ 的旋转矩阵乘以方程式(3)的右边：

$$B=\begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (3b)$$

对于侧视雷达成果，仅是 X' 影象坐标用共线方程式（2a）确定，其中应包括（3b）的扭角。

而 Y' 影象坐标是距离的函数：

$$Y'_i=m_0\sqrt{(X_{oj}-X_i)^2+(Y_{oj}-Y_i)^2+(Z_{oj}-Z_i)^2-h_0^2} \quad (4)$$

侧视雷达的微分公式变成：

$$dX_i=Y_i\,dK+Z_i\,d\phi+dX_o$$

$$dY_i=\frac{Y_i}{Y_i^2+Z_i^2}dY_o+\frac{Z_i}{Y_i^2+Z_i^2}dZ_o$$

使用这个共线方程式（或者与它等效的距离公式）可以构成在同一

时间 j 时，可寻址的点的空间网络。

若两度重迭内所有定向元素已知为两同名象点的时间函数，那么在同名象点之间可以进行确切的，严格的空间前方交会。这6个定向参数 X_0，Y_0，Z_0，ω，φ，κ 应当用导航的和惯性的设备确定。这种设备的精度应与影象的分辨力相应。

微分公式(1)和(5)表示近似的定向参数对地面坐标的影响。特别应注意：dX_0，$d\kappa$ 和 $d\Phi$ 仅对 dX_i 有影响。dY_0，dZ_0 和 $d\omega$ 仅对 dY_i 有影响（对雷达影象没有影响）。还需注意 $d\Phi$ 和 dX_0 与常数 Z 有关。

根据（2e）式进一步考虑到：动态影象获取系统记录影象的速度 V' 是随着平台的地速 V 以及选定的影象比例尺而显着变化

$$V'=\frac{C}{Z}V \tag{6}$$

对同一平台姿态和同一航线而言，小比例尺影象表示的是高频振荡，而大比例尺影象表示低频振荡。

用两次重迭扫描，进行立体复盖没有实用价值（或者由于纠正技术复杂化，而没有必要）。假若所摄物体构成一个已知表面时，有可能进行纠正。这个表面可以是一个简单的自然表面（平面，球面，椭球面）或者可以用复杂的关系式描述的某类数字地面模型，必须把每个象元素和相应的高程 Z_i 相联系，然后用（7式）导出的共线方程式地面坐标形式，解算 X_i 和 Y_i

$$\begin{pmatrix}(X_i-X_{0j})\\(Y_i-Y_{0j})\\(Z_i-Z_{0j})\end{pmatrix}=\lambda_i\begin{pmatrix}a_{11j}&a_{12j}&a_{13j}\\a_{21j}&a_{22j}&a_{23j}\\a_{31j}&a_{32j}&a_{33j}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\\cos\theta'_i&-\sin Q'_i\\\sin\theta'_i&\cos Q'_i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\-C\end{pmatrix} \tag{7a}$$

以及

$$(X_i - X_{oj}) = (Z_i - Z_{oj}) \frac{a_{12j}\sin Q'_i - a_{13j}\cos Q'_i}{a_{32j}\sin Q'_i - a_{33j}\cos Q'_i} \quad (7b)$$

$$(Y_i - Y_{oj}) = (Z_i - Z_{oj}) \frac{a_{22j}\sin Q'_i - a_{23j}\cos Q'_i}{a_{32j}\sin Q'_i - a_{33j}\cos Q'_i} \quad (7c)$$

问题仅在于如何将表面或者数字地面模型信息表达为影象坐标的函数

$$Z_i = f(X'_i Y'_i) = f(X'_i \sigma'_i) \quad (7d)$$

对于有源影象（例如雷达），亦可用类似的方法进行研究：

若有重迭影象，可用同名象点的倾斜距离作半径找出两球的交线，这个交线是一个圆。此圆与天线平面或锥面相交产生两个交点，用 $(Z_0 - Z_i) = 0$ 的条件鉴别。

Clerici 最近对这个问题推导了公式并做了实验，至今没有公开发表。如果 Z_i 同样可用（7d）式表达为一个数字地面模型，那么，用位于平面上（由（2a）所表示的平面）表示为 Y'_i 的半径确定的圆（或者它的等效值），可以与由 y'_i 的数字地面模型给出的 Z_i 直线相交。这将确定 X_i 和 Y_i。

必须注意：为了严格处理雷达影象，所有地面距离的表示应当用倾斜距离。

假如定向参数已知，关系式构成进行严格纠正的基础。但目前传感器的设计者不注意，也不关心如何以预期的精度记录传感器的定向参数。

因此至今纠正扫描图象和其它动态图象的实际办法也仅仅停留在用地面控制点进行模型定向或者估计精度。

3. 扫描器影象纠正的数学模型

选择数学模型的目的再于：①确定定向参数；②消除由某些近似而造成的控制点坐标与影象坐标间的不符值。但是影象坐标依赖于大量因素：例如，关于参数变量或不符值的确定的或随机特性的假设，这些变量预估的大小，计算的效果，及所需达到的精度。

3.1 用多项式内插

对影象坐标不符值进行改正的最简单的办法是使用多项式内插

$$\Delta X'_i = a_0 + a_1 X_i + a_2 Y_i + a_3 X_i Y_i + a_4 X^2 + a_5 Y^2 + (a_6 X_i^2 Y_i + a_7 X_i Y_i^2 + a_8 X_i^2 Y_i^2 + a_9 X_i^3 + a_{10} Y_i^3 + \cdots\cdots) \tag{8a}$$

$$\Delta Y'_i = b_0 + b_1 X_i + b_2 Y_i + b_3 X_i Y_i + b_4 X^2 + b_5 Y_i^2 + (b_6 X_i^2 Y_i + b_7 X_i Y_i^2 + b_8 X_i^2 Y_i^2 + b_9 X_i^3 + b_{10} Y_i^3 + \cdots\cdots) \tag{8b}$$

若多于6个（或11个）控制点 i，可用最小二乘拟合的方法，便利地确定出系数 a_0 到 b_5（或者 b_{10}）

$$\Delta X'_i = X'_{i\,计算} - X'_{i\,量测}$$

$$\Delta Y'_i = Y'_{i\,计算} - Y'_{i\,量测} \tag{8c}$$

式中，$X'_{i\,计算}$和$Y'_{i\,计算}$最好是用熟悉的和便于逼近的共线方程式确定（通常是直线和水平飞行）。可得到：

$$\left.\begin{aligned} X'_{i\,计算} &= \frac{C}{Z}(X_i - X_{to})\cos\alpha - (Y_i - Y_{to})\sin\alpha \\ Y'_{i\,计算} &= C\, arctg \frac{1}{Z_0 - Z_i}(X_i - X_{to})\sin\alpha + (Y_i - Y_{to})\cos\alpha \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8d)$$

这个公式适用于 X' 和 Y' 的长度大致相同的情况。而带状影象在 X 方向上所需系数的数目，可通过比较地面坐标与影象坐标的差异而产生。例如：

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_i &= C_0 + C_1 X'_i + C_2 Y'_i + C_3 X'_i Y'_i + C_4 X'^2_i + (C_5 X'^3_i + \cdots\cdots) \\ \Delta Y_i &= d_0 + d_1 X'_i + d_2 Y'_i + d_3 X'_i Y'_i + d_4 X'^2_i + (d_5 X'^3_i + \cdots\cdots) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9a)$$

为了确定系数需要多于5个（或6个）点

$$\begin{aligned}\Delta X_i &= X_{i\,已知} - X_{i\,计算}\\ \Delta Y_i &= Y_{i\,已知} - Y_{i\,计算}\end{aligned} \tag{9b}$$

$$\begin{aligned}X_{i\,计算} &= X'_i\frac{Z}{C}\cos\alpha + \frac{Z}{C}tg\frac{Y'_i}{C}\sin\alpha + X_t\\ Y_{i\,计算} &= X'_i\frac{Z}{C}\sin\alpha + \frac{Z}{C}tg\frac{Y'_i}{C}\cos\alpha + Y_t\end{aligned} \tag{9c}$$

我们用(8)式(9)式作了简单的分析。详细内容可参考卫星扫描器首次试验结果（Bähr & Schuche〔3〕，Forrest〔30〕，wong〔86〕），机载扫描器试验（Konecny〔42，44，45〕）和雷达实验（Bosma-met al〔11，12〕，Derenyi〔24〕，Konecny〔44，46〕，Leberl〔57〕）。

3·2 样条函数内插法

多项式具有这样缺点：在确定系数的那些点，拟合很好，但在没有数据的点上明显偏离。因而在比较好的区域性的改正时，提出用样条函数内插（Anuta〔1〕，Baker & Mikhail〔7〕Bosman et al〔11〕）。在被约束的区间内，允许使用低阶多项式。为此可避免解算高阶多项系数矩阵时所出现的不利情况。

对有4个点约束的区域，可以使用下列样条函数形式

a）分段线性函数（一阶样条函数）

$$\begin{aligned}\Delta X'_i &= a_0 + a_1 X_i\\ \Delta Y'_i &= b_0 + b_1 X_i\end{aligned} \tag{10a}$$

正如以下类型的函数一样，函数（10*a*）区间边界上，不连续。

$$\Delta X'_i = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_2 XY$$

$$\Delta Y'_i = b_0 + b_1 X + b_3 Y + b_2 XY \tag{10b}$$

b ）双二次多项式（二阶样条）

$$\Delta X'_i = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 XY + a_4 X^2 + a_5 Y^2 + a_6 X^2 Y + a_7 XY^2 + a_8 X^2 Y$$

$$\Delta Y'_i = b_0 + b_1 X + b_2 Y + b_3 XY + b_4 X^2 + b_5 Y^2 + b_6 XY + b_7 XY^2 + b_8 X^2 Y \tag{10c}$$

在区间的边界上有连续一阶导数

c ）双三次多项式（三阶样条）

$$X'_i = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 XY + a_4 X^2 + a_5 Y^2 + a_6 X^2 Y + a_7 XY^2 + a_8 X^2 Y + a_9 X^2 Y^2 + a_{10} X^3 + a_{11} Y^3 + a_{12} YX^3 + a_{13} XY^3 + a_{14} Y^2 X^2 + a_{15} X^2 Y^3 \tag{10d}$$

$$Y'_i = b_0 + b_1 X + b_2 Y + b_3 XY + b_4 X^2 + b_5 Y^2 + b_6 X^2 Y + b_7 XY^2 + b_8 X^2 Y + b_9 X^2 Y^2 + b_{10} X^3 + b_{11} Y^3 + b_{12} YX^3 + b_{13} XY^3 + b_{14} Y^2 X^3 + b_{15} X^2 Y^3.$$

它们具有连续的一阶和二阶导数

为了确定１６个系数，必需知道样条区域的４个角：

$$\Delta X'_i,\quad \frac{\partial X'_i}{\partial X},\quad \frac{\partial \Delta X'_i}{\partial Y},\quad \frac{\partial^2 \Delta X'_i}{\partial X \partial Y},$$

$$\Delta Y'_i,\quad \frac{\partial Y'_i}{\partial X},\quad \frac{\partial \Delta Y'_i}{\partial Y},\quad \frac{\partial^2 \Delta Y'_i}{\partial X \partial Y}$$

样条区域的网络很适合于最小二乘拟合。

3·3　用多项式表示飞行轨道和姿态变量的纠正

Baker 和 Mikhail〔7〕推导了一个特殊的多项式，其内已考虑了模型飞行轨道和姿态变化的情况。从而不使用８－１１的任一多项式。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

正确系数选择依赖于对参数时间变化的设想，通常对出现问题的区域须进一步实际研究。

微分关系式(1)以象片坐标表示可写成：

$$dX_i = Z\,tg\frac{Y'_i}{C}dk + Z_i d\Phi + dX_0$$

$$= \left(\frac{Z}{C}Y'_i \frac{Z}{3C^3}Y'^3_i + \cdots\right)dk + (Z_i d\Phi + dX_0)$$

$$dY_i = tg\frac{Y'_i}{C}dZ_0 - Z_i\left(1 + tg^2\frac{Y'_i}{C}\right)d\omega + dY_0$$

$$= \left(\frac{Y'_i}{C} - \frac{Y'^3_i}{3C^3} + \cdots\right)dZ_0 + (dY_0 - Z_i d\omega) - \left(\frac{Z}{C^2}Y'^2_i - \cdots\right)d\omega$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11a)$$

更简单些，用地面坐标表示可写成：

$$dX_i = Y_i dk + (Z_i d\Phi + dX_0)$$

$$dY_i = \frac{Y_i}{Z}dZ_0 + (dY_0 + Zd\omega) + \frac{Y_i^2}{Z^2}d\omega \qquad (11b)$$

可以用多项式形式假设定向参数的变化（见〔7〕，〔8〕）为：

$$dX_0 = a_0 + a_1 X'_i + a_2 X'^2_i + \cdots$$

$$dY_0 = b_0 + b_1 X'_i + b_2 X'^2_i + \cdots$$

$$dZ_0 = c_0 + c_1 X'_i + c_2 X'^2_i + \cdots$$

$$d\omega = d_0 + d_1 X'_i + d_2 X'^2_i + \cdots \qquad (11c)$$

$$d\Phi = e_0 + e_1 X'_i + e_2 X'^2_i + \cdots$$

$$d\varkappa = f_0 + f_1 X'_i + f_2 X'^2_i + \cdots$$

由于这个模型是用象片坐标表示的，所以计算坐标变量的多项式（包括近似的全景畸变）

$$dX_i = (a_0 + Ze_0) + (c_1 + Ze_1)X'_i + \frac{f_0 Z}{C}Y'_i + \frac{f_1 Z}{C}X'_i Y'_i$$

$$+(Ze_2+a_2)X'^2_i+\frac{f_2 Z}{C}X'^2_i Y_i-\frac{f_0 Z}{3C^3}Y'^3_i-\frac{f_1 Z}{3C^3}X'_i Y'^3_i-\cdots$$

$$=a'_0+a'_1 X'_i+a'_2 Y'_i+a'_3 X'_i Y'_i+a'_4 X'^2_i+a'_5 X'^2_i Y_i$$

$$-\frac{a'_2}{3C^2}Y'^3_i-\frac{a'_3}{3C^2}X'_i Y'^3_i-\cdots$$

$$dY_i=(b_0-Zd_0)+(b_1-Zd_1)X'_i+\frac{C_0}{C}Y'_i+\frac{C_1}{C}X'_i Y'_i$$

$$+(b_2-Zd_2)X'^2_i+\frac{C_2}{C}X'^2_i Y'_i-\frac{d_0 Z}{C^2}Y'^2_i$$

$$-\frac{d_1 Z}{C^2}Y'^2_i X'_i-\frac{d_2 Z}{C^2}Y'^2_i X'^2_i-\frac{C_0}{3C^3}Y'^3_i-\frac{C_1}{3C^3}X'_i Y'^3_i$$

$$+\frac{C_2}{3C^3}X'^2_i Y'^3_i+\cdots$$

$$=b'_0+b'_1 X'_i+b'_2 Y'_i+b'_3 X'_i Y'_i+b'_4 X'^2_i+b'_5 X'^2_i Y'_i+b'_6 Y'^2_i$$

$$+b'_7 Y'_i X'_i+b'_8 Y'_i X'_i-\frac{b_1}{3C^2}Y'^3_i-\frac{b_3}{3C^2}X'_i Y'^3_i-\frac{b_5}{3C^2}X'^2_i Y'^3_i$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11d)$$

或者用地面坐标表示（具有全景畸变改正）：

$$dX_i=(a_0+Ze_0)+(a_1+Ze_1)X'_i+(a_2+Ze_2)X'^2_i+f_0 Y_i$$

$$+f_1 X'_i Y_i+f_2 X'^2_i Y_i=C'_0+C'_1 X'_i+C'_2 X'^2_i+C'_3 Y_i$$

$$+C'_4 X'_i Y_i+C'_5 X'^2_i Y_i$$

$$dY_i=(b_0-Zd_0)+(b_1-Zd_1)X'_i+(b_2-Zd_2)X'^2_i$$

$$+\frac{C_0}{Z}Y_i+\frac{C_1}{Z}X'_i Y_i+\frac{C_2}{Z}X'^2_i Y_i+\frac{d_0}{Z^2}Y^2_i$$

$$+\frac{d_1}{Z^2}X'_i Y^2_i+\frac{d_2}{Z^2}X'^2_i Y^2_i$$

$$=d'_0+d'_1 X'_i+d'_2 X'^2_i+d'_3 Y_i+d'_4 X'_i Y_i+d'_5 X'^2_i Y_i$$

$$+d_6 Y_i^2+d_7 X'_i Y_i^2+d_8 X_i'^2 Y_i^2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11e)$$

和第3·1，3·2节一样，可以确定和应用这些受附加条件约束的多项式。

3·4 用模拟飞行轨道和姿态的方法，进行参数纠正

如果用（11c）型多项式的确定方法模拟飞行轨道和姿态，那么可用参数最小二乘平差方法直接解算定向参数（*Baker & Mikhail*〔7〕，*Kcnecny*〔48〕对于扫描器，*Leberl*〔59〕对于雷达）。

另一种方法是用富立叶级数展开，假设参数具有周期性的变化（*Dowideit*〔26，27〕，*Leberl*〔59〕，对雷达；*Kratky*〔5，*Liebig*〔68〕对扫描器），这里的表达 式与文献〔48〕中的一样：

$$X_0=X_0\text{近似}+a_0+a_1\cos\frac{X'}{X'_m}+a_2\sin\frac{X'}{X'_m}+a_3\cos\frac{2X'}{X'_m}+a_4\sin\frac{2X'}{X'_m}+\cdots$$

$$Y_0=Y_0\text{近似}+b_0+b_1\cos\frac{X'}{X'_m}+b_2\sin\frac{X'}{X'_m}+b_3\cos\frac{2X'}{X'_m}+b_4\sin\frac{2X'}{X'_m}+\cdots\cdots$$

$$Z_0=Z_0\text{近似}+C_0+C_1\cos\frac{X'}{X'_m}+C_2\sin\frac{X'}{X'_m}+C_3\cos\frac{2X'}{X'_m}+C_4\sin\frac{2X'}{X'_m}+\cdots\cdots \qquad (12a)$$

$$\omega=\varphi\text{近似}+d_0+d_1\cos\frac{X'}{X'_m}+d_2\sin\frac{X'}{X'_m}$$

$$+d_3 \cos\frac{2X'}{X'_m}+d_4 \sin\frac{2X'}{X'_m}+\cdots\cdots$$

$$\Phi=\Phi_{近似}+e_0+e_1\cos\frac{Y'}{X'_m}+e_2\sin\frac{X'}{X'_m}$$

$$+e_3\cos\frac{2X'}{X'_m}+e_4\sin\frac{2X'}{X'_m}+\cdots\cdots$$

$$K=K_{近似}+f_0+f_1\cos\frac{X'}{X'_m}+f_2\sin\frac{X'}{X'_m}$$

$$+f_3\cos\frac{2X'}{X'_m}+f_4\sin\frac{2X'}{X'_m}+\cdots\cdots$$

X'_m是一个不变的时间间隔，从数据频率范围内可以适当选择。由(11c)或(12a)可建立被测影象坐标的观测方程式，并用由(3)式推导的共线方程式(2)表示。但为了有所区别，最好写成如下形式：

$$X'_i=0=-C\frac{a_{11j}(X_i-X_0j)+a_{21j}(Y_i-Y_0j)+a_{31j}(Z-Z_0j)}{\begin{array}{l}(a_{12j}\sin\theta j+a_{13j}\cos\theta j)(X_i-X_0)\\+(a_{22j}\sin\theta j+a_{23j}\cos\theta j)(Y_i-Y_0j)\\+(a_{32j}\sin\theta j+a_{33j}\cos\theta j)(Z_i-Z_0j)\end{array}}$$

$$Y'_i=0=-C\frac{\begin{array}{l}(a_{12j}\cos\theta j-a_{13j}\sin\theta j)(X_i-X_0j)\\+(a_{22j}\cos\theta'j-a_{23j}\sin\theta'j)(Y_i-Y_0j)\\+(a_{32j}\cos\theta'j-a_{33j}\sin\theta'j)(Z_i-Z_0j)\end{array}}{\begin{array}{l}(a_{12j}\sin\theta'_j+a_{13}\cos\theta'_j)(X_i-X_0j)\\+(a_{22j}\sin\theta'_j+a_{23j}\cos\theta'_j)(Y_i-Y_0j)\\+(a_{32j}\sin\theta'_j+a_{33j}\cos\theta'_j)(Z_i-Z_0j)\end{array}} \qquad (12b)$$

这可用于确定线性化后的共线方程式所需的各个系数，对于多项式J，未知数变成(11c)中的a_0到f_3：

$$V'_X=\frac{\partial X'}{\partial X_0}a_0+\frac{\partial X'}{\partial X_0}X'_ia_1+\frac{\partial X'}{\partial X_0}X'^2_ia_2$$

$$+\frac{\partial X'}{\partial Y_0}b_0+\frac{\partial X'}{\partial Y_0}X'_i b_1+\frac{\partial X'}{\partial Y_0}X'^2_i b_2$$

$$+\frac{\partial X'}{\partial Z_0}c_0+\frac{\partial X'}{\partial Z_0}X'_i c_1+\frac{\partial X'}{\partial Z_0}X'^2_i c_2$$

$$+\frac{\partial X'}{\partial \omega}d_0+\frac{\partial X'}{\partial \omega}X'_i d_1+\frac{\partial X'}{\partial \omega}X'^2_i d_2$$

$$+\frac{\partial X'}{\partial \Phi}e_0+\frac{\partial X'}{\partial \Phi}X'_i e_1+\frac{\partial X'}{\partial \Phi}X'^2_i e_2$$

$$+\frac{\partial X'}{\partial K}f_0+\frac{\partial X'}{\partial K}X'_i f_1+\frac{\partial X'}{\partial K}X'^2_i f_2 \quad —$$

$$+\frac{\partial X'}{\partial X_i}dX_i+\frac{\partial X'}{\partial Y_i}dY_i+\frac{\partial X'}{\partial Z_i}dZ_i-(X'_{量测}-X'_{计算})$$

(12c)

$$V'_Y=\frac{\partial Y'}{\partial X_0}+\frac{\partial Y}{\partial X_0}X'_i a_1+\frac{\partial Y'}{\partial X_0}X'^2_i a_2$$

$$+\frac{\partial Y'}{\partial Y_0}b_0+\frac{\partial Y'}{\partial Y_0}X'_i b_1+\frac{\partial Y'}{\partial Y_0}X'^2_i b_2$$

$$+\frac{\partial Y'}{\partial Z_0}c_0+\frac{\partial Y'}{\partial Z_0}X'_i c_1+\frac{\partial Y'}{\partial Z_0}X'^2_i c_2$$

$$+\frac{\partial Y'}{\partial \omega}d_0+\frac{\partial Y'}{\partial \omega}X'_i d_1+\frac{\partial Y'}{\partial \omega}X'^2_i d_2$$

$$+\frac{\partial Y'}{\partial \Phi}e_0+\frac{\partial Y'}{\partial \Phi}X'_i e_1+\frac{\partial Y'}{\partial \Phi}X'^2_i e_2$$

$$+\frac{\partial Y'}{\partial K}f_0+\frac{\partial Y'}{\partial K}X'_i f_1+\frac{\partial Y'}{\partial K}X'^2_i f_2$$

$$+\frac{\partial Y'}{\partial X_i}dX_i+\frac{\partial Y'}{\partial Y_i}dY_i+\frac{\partial Y'}{\partial Z_i}dZ_i-(Y'_{量测}-Y'_{计算})$$

这些方程式中的参数是强烈相关，因此必须引进带有权 $P_i=\frac{1}{\sigma_i^2}$ 的的准观测方程式，来限定这些参数。P_i 中的 σ_i^2 表示在选择间隔 X'_m 时，

零差观测值限定的被估计的方差。

$$
\begin{aligned}
V_{X_0} &= a_0 + a_1 X'_i + a_2 X'^2_i \\
V_{Y_0} &= b_0 + b_1 X'_i + b_2 X'^2_i \\
V_{Z_0} &= c_0 + c_1 X'_i + c_2 X'^2_i \\
V_{\omega} &= d_0 + d_1 X'_i + d_2 X'^2_i \\
V_{\phi} &= e_0 + e_1 X'_i + e_2 X'^2_i \\
V_{\kappa} &= f_0 + f_1 X'_i + f_2 X'^2_i
\end{aligned}
\qquad (12d)
$$

以间隔 X'_m 选择准观测值，基本上是用确定和随机混合的方法。常用以下步骤进行平差：

1. 从图上近似确定摄站和未知点，假设旋转近似为零。
2. 概略计算所有控制点的影象坐标。
3. 组成所有点的误差方程式

$$P_{X'Y'} \quad \Big| \quad V_{X'Y'} = A_1 X_1 + A_2 X_2 - L_{X'Y'}$$

对于所有的限定条件

$$P_{X_0 C_0 K} \quad \Big| \quad V_{X_0 t_0 K} = B_1 K_1 \qquad -0 \qquad (12e)$$

对于所有控制点

$$P_{XYZ} \quad \Big| \quad V_{XYZ} = \qquad A_2 X_2 - L_{XYZ}$$

$$P \quad \Big| \quad V = A' X + A' X - L' = AX - L$$

$$
\begin{aligned}
X &= (A^T PA)^{-1}(A^T PL) \\
\sigma^2_X &= (A^T PA)^{-1}\sigma^2_0 \\
\sigma^2_0 &= \frac{VPV}{n-u}
\end{aligned}
\qquad (12f)
$$

为了得到相对于 $P_{X'Y'}$ 的 $P_{X_0 t_0 K}$ 和 P_{XYZ}，σ^2_X 可用在具有新权和组权的平差迭代，直至找到收敛的解为止。

$$P_{X_0 t_0 Z} = \frac{1}{\sigma^2_X} \qquad 以迭代法$$

时间变化参数的富立叶级数展开式可采用下式，而不用（12c）式：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com