17

数学复习资料

（供财经专业干部专修、函授专修、
夜大学考生使用）

江西财经学院 基础课部数学教研室 / 干训处函授科 编

一九八四年二月

编 者 的 话

为了满足各地广大职工的要求，我们根据中央财政部委托湖北财经学院最新修订的《复习大纲》的内容和要求，编写了这套《语文、数学复习资料》，藉供报考财经院校函授专修科、干部专修科及夜大学的考生复习考试之用，也可供报考广播电视大学，职工业余大学的学生参考。

我们在编写过程中，力求按照《复习大纲》的规定内容和要求，凡与《大纲》无关部分，一律省略，使考生能够集中精力，重点复习。但由于编者的水平有限，加上编写时间太短，错漏或不妥之处，在所难免。希望读者在使用本资料时，要按照《大纲》的具体要求，并可参考其它有关资料，进一步充实提高。

编 者

一九八四年二月

目　录

第一篇　代　数

§1　集合与数……………………………………………（1）
1°　集合的基本知识……………………………………（1）
2°对应，单值对应、一一对应、逆对应，反函数。
3°　实数的基本知识……………………………………（7）
复习题一
§2　代数式……………………………………………（15）
1°　代数式定义………………………………………（16）
2°　整式四则运算……………………………………（16）
3°　多项式因式分解…………………………………（18）
4°　分式的四则运算…………………………………（22）
5°　根式运算…………………………………………（23）
复习题二
§3　方程………………………………………………（31）
1°　方程的基本性质…………………………………（31）
2°　一次方程…………………………………………（32）
3°　二次方程…………………………………………（33）
4°　可化为一元一次、二次方程来解的高次方程…（38）
5°　分式方程…………………………………………（39）
6°　无理方程…………………………………………（39）

复习题三
§ 4° 不等式……………………………………………（45）
1° 不等式的基本知识………………………………（45）
2° 一元一次不等式…………………………………（47）
3° 一元二次不等式…………………………………（48）
4° 含有绝对值的不等式……………………………（46）
复习题四
§ 5 指数与对数………………………………………（55）
1° 指数………………………………………………（55）
2° 对数………………………………………………（57）
复习题五
§ 6 函数和它的图象…………………………………（66）
1° 函数的基本知识…………………………………（66）
2° 函数的性质………………………………………（70）
3° 正比例函数、反比例函数及一次函数…………（72）
4° 二次函数…………………………………………（74）
5° 有理指数的幂函数………………………………（81）
6° 指数函数和对数函数……………………………（84）
7° 简单的指数方程和对数方程……………………（85）
复习题六
§ 7 数列………………………………………………（94）
1° 数列的基本知识…………………………………（94）
2° 等差数列与等比数列……………………………（94）
复习题七
§ 8 排列、组合和二项式定理………………………（104）
1° 排列、组合的基本知识…………………………（104）

2° 数学归纳法……………………………………………… (109)
3° 二项式定理……………………………………………… (113)
复习题八

第二篇　三　角

§1 三角函数定义及其基本性质………………… (118)
1° 任意角的三角函数………………………………… (118)
2° 三角函数定义……………………………………… (122)
3° 三角函数图象……………………………………… (128)
4° 诱导公式…………………………………………… (129)
复习题一
§2 三角函数式的变换………………………………… (138)
1° 同角三角函数公式………………………………… (138)
2° 两角和与差的三角函数公式……………………… (141)
3° 变形公式…………………………………………… (142)
4° 必须掌握的几种变形演算………………………… (145)
5° 三角函数式化简、求值和证明…………………… (147)
复习题二
§4 解三角形…………………………………………… (155)
1° 三角形的边、角关系……………………………… (155)
2° 解三角形…………………………………………… (156)
复习题四

第三篇　平面解析几何

§1 基本知识…………………………………………… (162)
1° 平面直角坐标系…………………………………… (162)

2° 曲线与方程…………………………………………（170）
复习题一
§ 2 一次直线…………………………………………（176）
1° 直线的倾斜角和斜率……………………………（176）
2° 直线方程的几种形式……………………………（177）
3° 两直线的位置关系………………………………（179）
复习题二
§ 3 二次曲线…………………………………………（191）
1° 园的定义及方程…………………………………（191）
2° 椭园………………………………………………（192）
3° 双曲线……………………………………………（193）
4° 抛物线……………………………………………（195）
5° 坐标轴的平移变换(移轴变换)…………………（196）
复习题三
§ 4 直线与曲线、曲线与曲线的位置关系………（210）
1° 直线与园的位置关系……………………………（210）
2° 园与园的位置关系………………………………（210）
3° 二次曲线的切线…………………………………（211）
复习题四
附 1 综合题80则。

第一篇 代 数

§1 集合与数

1° 集合的基本知识

1 集合：把具有某种属性的一些对象的全体，叫集合。

集合中各对象称为集合的元素，元素用小写字母a、b、c……等表示，集合用大写字母A、B、C……等表示。

集合是近代数学最重要的基础的概念。

集合的表示法

（1）列举法：把集合中的元素一一列举出来，用大括号括之。如：

$$A=\{1,\ 2\}\quad B=\{-3,\ -4,\ -1\}\quad c=\{0\}$$

（2）描述法：把集合中元素的公共属性用文字语言或数学语言（数学式）描述出来，用大括号括之。

$$A=\{\text{不大于5的正整数}\}\qquad B=\{x:-1\leqslant x\leqslant 3\}$$

集合概念具有如下特征：

（1）元素的确定性——每一个集合的元素，都是确定的。

（2）元素的互异性——一个元素在一个集合中不能重复出现。

（3）元素的无序性—集合中的元素与其排列顺序无关。

注：

（1）a与｛a｝是有区别的，前者是数，后者是含一个元素的集合。

（2）数集中，常用N表示正整数集（自然数集）；

Z 表示全体整数集； 整数：正整、负整、0；

Q 表示全体有理数集；有理数{整数，~~分数~~：{有限小数，无限循环小数

R 表示全体实数集；

C 表示全体复数集；

为方便起见，还用Q^+表示正的有理数集；用R^-表示负实数集。

2、元素与集合关系的表示法：设 A =｛−3，−1，1，3，5｝

那么 $-1 \in A$，$5 \in A$；$0 \notin A$

符号“∈”读做“属于”、“∉”读做“不属于”

3、集合与集合的关系

集合名称	定　　义	例子及表示法	读　法	几何解释
子集	若集合A的任何一个元素，都是集合B的元素，则A叫B的子集。	$A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$	A包含于B 或 B包含A	
		及 $A \subseteq A$	A是其本身子集	A
真子集	若A是B的子集，且B中至少有一个元素不属于A，则A叫B的真子集。	记 $A \supset B$ 例： $N \subset Z$	读A包含于B 读N包含于Z	A B 例 N Z

承上

等集	若 $A \subseteq B$ 而 $B \subseteq A$ 就说这二个集合相等 记 $A = B$	设 $A = \{0, 3\}$ $B = \{x : x^2 - 3x = 0\}$ 则 $A = B$	A等于B	
补集	若 $A \subseteq I$，由I中不属于A的一切元素所组成的集合，叫A的补集。 （I称为全集）	设 $A = \{0, 2\}$ $I = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 则 $\overline{A} = \{-1, 1, 3\}$	$\overline{A}$ 叫做A的补集  	

4、集合的运算

空集：不含任何元素的集合叫空集。记为 $\{\ \}$ 或 ϕ

如｛目前在月球上定居的人｝$= \phi$

并集：由属于A或属于B的一切元素所组成的集合，叫A与B的并集。记为 $A \cup B$

交集：由同时属于A和B的一切元素所组成的集合，叫A与B的交集。记为 $A \cap B$

它们的运算性质是：

$A \subseteq A \cup B$，$B \subseteq A \cup B$；$A \cup \phi = A$，$A \cup A = A$；

$N\cup R=R$；$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$；$A\cap\phi=\phi$，

$A\cap A=A$；$N\cap R=N$

例1 设$A=\{x:x\geqslant 0\}$，$B=\{x:x<3\}$ 求$A\cap B$、$A\cup B$

解： $A\cap B=\{x:x\geqslant 0\}\cap\{x:y<3\}=\{x:0\leqslant x<3\}$

$A\cup B=\{x:x\geqslant 0\}\cup\{x:x<3\}=\{x:x\in R\}=R$

例2 设$I=\{$梯形$\}$　$A=\{$直角梯形$\}$ 求$\overline{A}$

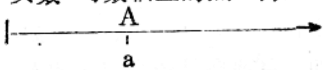
解： $\overline{A}=\overline{\{\text{直角梯形}\}}=\{$非直角梯形$\}$

例3 写出方程组$\begin{cases}2x+3y=1\\3x-2y=3\end{cases}$的解集

解： $\left\{(x,y):\begin{cases}2x+3y=1\\3x-2y=3\end{cases}\right\}=\left\{\left(\frac{11}{13},-\frac{3}{13}\right)\right\}$

2°（1）对应、一一对应、单值对应

对应：任何一个实数a与数轴上的点A构成对应。



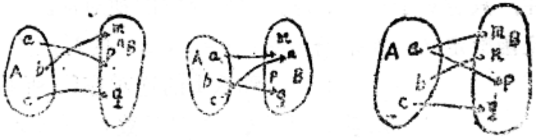
一一对应：上述对应的特点是任何一个实数a在数轴上可以找到一点A和它对应，反过来，在数轴上有一个确定A，就可以找到唯一实数a与之对应，这种对应，称为一一对应。

又如：平面上任意一点A与一对实数对（x，y）称为一一对应。

单值对应定义：设A和B是两个集合，如果按照某种对应规

则f，使A的任何一个元素，在B中都有唯一的元素与它对应，这种对应关系叫从集合A到集合B的单值对应。（又叫映射）

记为 $A \xrightarrow{f} B$



（一）　　（二）　　（三）

（一）和（二）属单值对应　（三）是非单值对应

又如：

两集合

A　1　2　3　4

B　3　4　5　6　7　8　9

$x \rightarrow 2x+1$

按照对应规则f：$x \rightarrow 2x+1$

$A \xrightarrow{f} B$

叫从集A到集B的单值对应

其中3、5、7、9分别叫1，2，3，4的象，

而1，2，3，4分别叫3，5，7，9的原象

从上例看到：一一对应属单值对应，但反过来，单值对应就不一定属于一一对应。

单值对应又可理解为“一对一”或“多对一”。

（2）逆对应、反函数。

逆对应定义：设f是从集合A到集合B的一一对应，对于B中每一元素b，使在A中b的原象a和它对应，这样所得到的对应，叫对应f的逆对应f^{-1}。

如：设f：$x\to y=2x+1$，由$y=2x+1$得f^{-1}：$g\to x=\frac{y-1}{2}$

则对应 $^{-1}$：$y\to x=\frac{y-1}{2}$叫对应f：$x\to y=2x+1$的逆对应。

注：只有对于一一对应，才研究它的逆对应。

反函数定义：如果给定函数$y=f(x)$的对应关系f是一一对应，那么f的逆对应f^{-1}所确定的函数$x=f^{-1}(y)$叫函数$y=f(x)$的反函数。

函数$y=f(x)$的定义域和值域分别是其反函数$x=f^{-1}(y)$的值域和定义域。

函数$y=f(x)$的反函数$x=f^{-1}(y)$，习惯上记为$y=f^{-1}(x)$。

例4　求下列函数的反函数。

（1）$y=x^3+1$　　　　（2）$y=\frac{2x+2}{x-1}$

解：（1）由$y=x^3+1$　　解得 $x=\sqrt[3]{y-1}$

$\therefore$　反函数为 $y=\sqrt[3]{x-1}$

（2）由$y=\frac{2x+2}{x-1}$　　解得　$x=\frac{y+2}{y-2}$

$\therefore$　反函数为 $y=\frac{x+2}{x-2}$

函数与其反函数的图象关于直线$y=x$对称。就是$y=f(x)$图象与$y=f^{-1}(x)$的图象关于直线$y=x$对称。

3° 实数的基本知识

1．实数系

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数（自然数）
      - 零
      - 负整数
    - 分数
      - 有限小数如 $\frac{3}{4}=0.75\cdots$
      - 无限循环小数如 $\frac{2}{3}=0.\dot{6}$
  - 无理数（无限不循环小数如 $\sqrt{2}$，$\lg 3$，π，$e\cdots$）

2、几种数的定义及性质

正整数：表示物体件数或事物顺序的数，叫正整数

两个连续整数的积是2的整数倍。

三个连续整数的积是6的整数倍。

（1）$n, n+1, n+2, \cdots\cdots$ 表示连续的正整数设 $n \in N$，则

（2）$2n$ 表示正偶数；$2n+1$ 表示正奇数。

有理数：整数和分数，统称有理数。

无理数：无限不循环小数称为无理数。

任何一个有理数都可以表示成一个既约的分数 $\frac{p}{q}$，其中：

p、$q \in Z$，$q \neq 0$

如：$7=\frac{7}{1}$，$0.102=\frac{102}{1000}=\frac{51}{500}$，$0.\dot{1}\dot{3}\dot{5}=\frac{135}{999}=\frac{5}{37}$

$$2.13\dot{8}=2\frac{138-13}{900}=2\frac{125}{900}=2\frac{5}{36}$$

实数：有理数和无理数统称实数

有顺序性（即可比较任何两个实数的大小）

有调密性和连续性

加、减、乘、除（除数不为零）四则运算总可施行。

例5 一个形如1 2 3a4的五位数，试问a取怎样的最小正整数（或零）时，它是（1）3的倍数 （2）4的倍数

解：（1）若一整数为3的倍数，则其各位数字之和必为3的倍数

$\because\ 1+2+3+a+4=10+a$

$\therefore\ a=2$ （最小正整数）

（2）若一整数为4的倍数，则其末两位数必为4的倍数

$\because\ (a\times10+4)\div4\in N$

$\therefore\ a=0$ （最小正整数或零）

例6 求证：奇数平方减去1能被8整除

解：设奇数为 $2n+1\ (n\in Z)$

$\because\ (2n+1)^2-1=4n^2+4n+1-1=4n(n+1)$

而$n(n+1)$是两连续整数，一定可被2整除，$4\times2=8$

$\therefore$ 原命题成立

例7 a取什么整数时，方程$(a+1)x=4x+3$的解为

（1）整数 （2）有理数

解：原方程可化为$(a-3)x=3$ 当$a\neq3$时 $x=\dfrac{3}{a-3}$

（1） $\because\ x\in Z$ $\therefore\ a-3=\pm1,\ \pm3$。

$\therefore\ a=4、2、6$或0

（2）∵ x为有理数　则$x\neq 3$的一切整数均可。

3、实数与数轴

数轴：规定了方向、原点和长度单位的直线，叫数轴。

数轴上的点集合中的点与实数集合中的数是一一对应的；

数轴上越右边的点所表示的实数越大。

相反数：a和$-a$互为相反数，零的相反数是零；

倒　数：a和$\frac{1}{a}$互为倒数，零没有倒数；

数的绝对值：称数 $|a|$ 叫做a的绝对值。

$$|a| = \begin{cases} a\ (a\geqslant 0) \\ -a\ (a<0) \end{cases}$$

$|a|$ 是一个非负数，它的几何意义就是指数a对应于数轴上的点到原点的距离。

4、算术平方根："非负数的一个非负的平方根，"叫算术平方根。

数a（$a\geqslant 0$）的一个非负的平方根$\sqrt{a}$，叫a的算术平方根。

显然，算术平方根$\sqrt{a}$也是一个非负数

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a\ (a>0) \\ 0\ (a=0) \\ -a\ (a<0) \end{cases}$$

5、实数的运算：加、减为第一级运算；乘、除为第二级运算；乘方、开方为第三级运算。演算顺序是先高级后低级。若带有运算符号，则从小括号到大括号（即从

里到外）解脱之。

运算定律： 设a、b、c为实数

$a+b=b+a$　　加法的交换律

$(a+b)+c=a+(b+c)$　　加法的结合律

$ab=ba$　　乘法的交换律

$(ab)c=a(bc)$　　乘法的结合律

$(a+b)c=ac+bc$　　乘法对加法的分配律

例8　计算 $\left[(-5)^4\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)+150\right\}\times 10+5-(-1)^{103}$

解： 原式 $=[-100]\times 10+5-(-1)$

$=-200+1$

$=-199$

例9　设x和y是有理数，且$(x-y\sqrt{2})^2=6-4\sqrt{2}$

试求x、y的值

解： 原方程可化为　$x^2+2y^2-2xy\sqrt{2}=6-4\sqrt{2}$

$\because$　x、y为有理数

$\therefore \begin{cases} x^2+2y^2=6 \\ 2xy=4 \end{cases}$　　即　$\begin{cases} x^2+2y^2=6 \\ x^2\cdot 2y^2=8 \end{cases}$

x^2、$2y^2$是下面方程的两根

$Z^2-6Z+8=0$　　　$Z_1=2$，$Z_2=4$

$\therefore \begin{cases} x^2=2 \\ 2y^2=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x^2=4 \\ 2y^2=2 \end{cases}$　$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

（不合）（x、y取同号）

例10 解方程 $|x-4|+|x+1|=5$

解：必须去掉绝对值后来解，如何去掉，则要分别情况处理。

当$x<-1$时，$-(x-4)-(x+1)=5$　$x=-1$　与前提不合，无解。

当$-1\leqslant x<4$时，$-(x-4)+(x+1)=5$ $\therefore 5=5$ $x\in R$

其解就是前提　$-1\leqslant x<4$

当$x\geqslant 4$时，$(x-4)+(x+1)=5$　$x=4$　与前提配合得解$x=4$

$\therefore$　原方程的解是　$-1\leqslant x\leqslant 4$

注：此方程的解系一解集。

例11　化简下列各式

(1) $\dfrac{\sqrt{1-2\sin 10^\circ\cos 10^\circ}}{\cos 10^\circ-\sqrt{1-\sin^2 80^\circ}}$

(2) $\sqrt{(x-y)^2}+|y-x|+|x+y|$　$(x<y<0)$

解：(1) 原式$=\dfrac{\sqrt{(\sin 10^\circ-\cos 10^\circ)^2}}{\cos 10^\circ-\sqrt{\cos^2 80^\circ}}$

$$=\frac{|\sin 10^\circ-\cos 10^\circ|}{\cos 10^\circ-\cos 80^\circ}=\frac{\cos 10^\circ-\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ-\cos 80^\circ}$$

$$=\frac{\cos 10^\circ-\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ-\sin 10^\circ}=1$$

(2)用条件$x<y<0$ 知$x-y<0$　$y-x>0$　$x+y<0$

原式$=-(x-y)+(y-x)-(x+y)$

$=-3x+y$

例12　试证：数列11，111，1111……中没有一项是完全平方数

证：设数列中有一项是完全平方数，11……111，依题