

系统工程在水利水电工程中的应用

《下册》



河北省水利学会

1984. 11

系 统 工 程

在水利水电工程中的应用

(下 册)

张鸿茂 主编

张金轩 张玉田 徐兴中
张连洲 刘新娟 周光春 编写

刘宗耀 审订

河北省水利学会
中国水利学会
施工专业委员会 系统工程学组

《系统工程在水利水电工程中的应用》

(下 册)

目 录

第十章 存储论	832
第一节 存储论的基本概念.....	832
一、存储问题的提出.....	832
二、存储论的内容和研究的途径.....	832
第二节 确定性存储问题.....	832
一、无安全存量、不允许缺货的存储.....	833
二、允许缺货的存储.....	841
三、有安全存量的存储.....	842
第三节 变需求量的存储问题.....	844
一、用动态规划存储模型求解.....	844
二、用线性规划的方法求解.....	848
第四节 随机性存储.....	849
一、需求量是随机离散的情况.....	849
二、需求量是随机连续的情况.....	854
第五节 应用实例.....	857
实例一 确定并联水库的规模问题.....	857
实例二、购置水泥问题.....	860
实例三、水库存水量分布应用模型分析.....	861
实例四、关于设置中间仓库问题.....	861
第十一章 模拟技术	866
第一节 概述.....	866
第二节 解析法与模拟法.....	866
第三节 随机数的产生及抽样.....	868
一、均匀分布随机数.....	870
二、任意分布随机数.....	871
三、其他分布随机数.....	871
四、离散随机变量抽样.....	872
五、马尔可夫链的抽样.....	872
第四节 存储策略模拟.....	872
第五节 设备备用模拟.....	874
一、问题的提出和模拟模型的构造.....	874

二、编制计算机模拟程序	875
三、模拟成果的分析 and 决策	877
四、模拟结果的检验	877
第六节 排队系统模拟	879
第七节 P E R T网络模拟	880
第八节 随机网络模拟技术 (G E R T)	882
一、随机网络及其特点	882
二、随机网络的节点和箭线	883
三、G E R T模拟大型混凝土预制构件生产过程示例	885
第九节 数学模拟的模型结构和模拟步骤	888
一、计算机模拟模型的结构	888
二、系统模拟试验的一般步骤	890
三、模拟中的几个问题	891
四、模拟技术小结	892
第十节 应用实例	892
实例一、混凝土坝分块浇注优化问题	892
实例二、水利系统参数的优选模拟	902
实例三、坝基开挖装运过程模拟	904
坝基开挖装运过程推广模拟	910
实例四、溃坝洪水预测模拟	918
实例五、排水系统的最优设计	939
实例六、排水系统最优设计的净增益	947
实例七、福建坑口水电站 R C D施工模拟	953
实例八、鲁布革工程装载和运输机械施工模拟	964
实例九、施工中有限源多级服务系统模拟	992
第十二章 水利经济计算	1001
第一节 概述	1001
一、水利工程经济分析的目的、任务及特点	1001
二、水利工程经济分析的可比条件和工作步骤	1001
三、水利工程经济分析的原则	1002
四、投资、年运行费和效益计算	1002
五、国内外水利经济计算的研究动向	1003
第二节 经济指标	1019
一、资金的时间因素与基本折算公式	1019
二、费用计算	1031
第三节 效益计算	1042
第四节 经济效果分析	1045

一、苏联的方法	1045
二、欧美的方法	1046
三、我国的方法	1048
第五节 财务分析	1054
一、财务内部回收率 (r_c)	1054
二、财务效益费用比 (R_c)	1054
三、产品成本 (r)	1055
四、贷款偿还年限 (T)	1055
五、财务投资回收年限 (T_D)	1055
六、财务投资收益率 (E_c)	1056
第六节 敏感性分析	1060
第七节 应用实例	1061
实例一、小浪底水库工程经济效益分析	1061
实例二、野沟门灌区经济分析	1069
实例三、北排河除涝工程经济效益分析	1081
实例四、机井灌溉经济效益初步分析	1089
实例五、关于城市工业供水经济效益计算方法的探讨	1092
实例六、庙宫水库工程经济效益分析	1098
第十三章 决策论	1106
第一节 概述	1106
一、决策问题的提出	1106
二、决策的概念及类型	1107
第二节 确定型决策	1108
第三节 风险型决策	1108
一、最大可能准则	1109
二、期望值准则	1109
三、决策树法	1110
四、矩阵法	1116
五、灵敏度分析	1119
第四节 非确定型决策	1120
一、乐观准则	1120
二、悲观准则	1121
三、乐观系数准则	1121
四、等可能性准则	1122
五、“后悔值”决策准则	1123
六、分系示例	1124
第五节 效用理论	1131

一、效用概念.....	1131
二、效用曲线.....	1131
三、效用曲线的类型.....	1133
四、效用曲线的应用.....	1133
第六节 多目标决策.....	1135
一、概述.....	1135
二、重排次序法.....	1135
三、层次分析法 (AHP)	1135
第七节 应用实例.....	1141
实例一、地下工程开挖方案的决策分析.....	1141
实例二、大型水利工程的决策研究.....	1150
实例三、土坝危险率分析的系统方法.....	1159
实例四、郑州地区山丘区干旱原因分析及预测.....	1166
实例五、多目标决策在灌溉管理中的应用.....	1171
实例六、水电站水库优化调度.....	1178
实例七、水电站规划的多目标决策方法.....	1185
主要参考文献.....	1190
附录一、矩阵代数基本知识.....	(1)
附录二、最优化的微分法.....	(20)
附录三、忙期概率.....	(26)
附录四、水利经济计算规范.....	(28)

第十章 存储论

第一节 存储论的基本概念

一、存储问题的提出

在现实的许多系统中，存在着供与需的配合问题。例如水电站在雨季到来之前，水库应蓄水多少？这个问题就存在一个矛盾，就发电的需求量来说，当然蓄水以多为好。就安全来说，如果雨季降雨量大，则必须考虑弃水，使水库蓄水量减少。否则，洪水到来时，库水位猛涨，溢洪道渲泄不及，会使水坝坍塌，除了电站被破坏，还会给下游造成巨大的损失。假设只考虑安全，可提前把水库放空。但当雨季降雨量少时，就会造成水库蓄水量不足，使发电量减少。因此，合理地调节水库的蓄水量对国民经济有重大意义。如1981年第一季度，由于我国各地水电站调度合理，比计划多发电14亿度，相当节约用煤80万吨。又如，工地每天都需要机具、物料、另件等，但机具、物料、另件等却是分批进货，这就需要通过仓库存储一定数量的机具、物料、另件等以满足工地每天的需要。工地加工厂为了有节奏地均衡进行生产，从原料开始到中间产品，以至最后的成品都要进行存储。由此可见，与存储量有关的问题，一般都需要通过“存储”方式来调节物资的供需之间的不平衡。这里所谓需要存储的“物资”或“物料”是广义的，它可以是设备、另件、商品、材料，也可以是水库里的水……。

因此，上述这些问题都引起人们对于如何合理地进行存储决策的重视。做为管理科学的一个重要组成部分，它目前已被广泛应用于各领域。在我国工业企业拥有的资金和物资有限的情况下，合理地进行存储决策和有效的存储控制，常能获得调节供需的最佳效果，从而达到充分发挥有限资源的作用，获得更多利润的目的。

二、存储论的内容和研究的途径

研究存储问题，主要是正确地处理“供应”、库存和需求之间的关系，即其主要的研究目的是要确定有关的存储量的最佳策略。一般地来讲，存储量因需求而减少，因补充而增加。然而，最佳策略的确定是以费用分析为基础的，通过费用分析建立适当的数学模型，寻求最佳的存储决策，保证在满足要求的条件下，使相应问题中考虑的各项费用总和为最小。此外，在需求（或补充、供应）为随机的情况下，有时也可以用“缺货概率”做为评价的指标。

存储问题经过长期研究已得出一些行之有效的模型，它大体上可分为两类：一类叫确定性模型，即模型中的数据皆为确定的数值；另一类为随机性模型，即模型中含有随机变量。本章将针对上述各类型的问题，分别结合费用分析，研究它们的存储模型及优化方法

第二节 确定性存储问题

在研究、建模时，需要作一些假设，目的是使模型简单、易于理解。便于计算。为此，作如下假设：①单位时间内的物资需求量（即需求率）是一常数；②每次进货量（订购量或入库量）相同；③每次订货费相同；④单位时间内存储单位数量的某种物资所需的

存储费（即单位存储费或存储费率）为常数。

一、无安全存量、不允许缺货的存储

这类存储问题根据补充存储物资的供应方式不同，可有两种情况：①订购物资的存储；②批量生产物资的存储。下面分别介绍这两种情况和确定最佳存储参数。

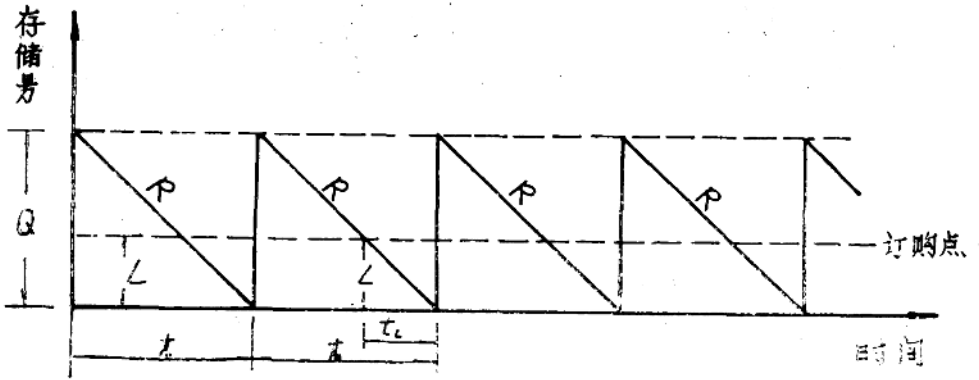


图10-1 无安全存量的订购存储模式图

（一）订购物资的存储

1、存储模型

这种存储情况是分批地集中供应，连续均匀耗用。它的供（订购）需（耗用）过程及存储模型如图10-1所示。图中 Q 表示每批订购的物资数量（订购批量），也就是每一批补充存储入库的物资数量； R 为在单位时间内物资的需求量（需求率）， t 为每批物资的存储周期时间； t_L 叫予订时间或备运时间，它是指每次订货到开始请购起至物料送达存储地点止所需经历的时间。这种模型表示，每批订购的物资 Q 到达后，立即入库存储起来，然后以每单位时间（天、周或月）耗用 R 的速率使用存储的物资，库内的存量逐渐减少，经过一个周期时间 t 后耗用完毕，这时第二批订购的物资应当立即及时补充入库，从而开始了第二个循环。

2、费用分析

（1）订购费

它包括有关处理订货的费用，例如用于请购手续。发订单、催货、货物验收等所需的费用。这种费用是每订购一批（次），就需要消耗一笔的费用。它与订货的批次有关，而与每次订购的货物数量无关。对于一个存储循环而言，每个循环周期 t 内的总订购费 F_0 就等于每订购一次物资的单位订购费 C_0 ，即 $F_0 = C_0$ 。

（2）存储费

它是用于物料的贮存和保管方面的费用，除了支付在仓库里存储物资所需的费用（如贮存，内部搬运，管理等方面）外，还应包括在存储期内物资的损耗及资金积压损失等方面的费用。若单位物料存储一单位时间所需的费用为 C_c ，则每一循环周期 t 时间内的总存储费 F_c 为：

$$F_c = \frac{1}{2} Q t C_c = \frac{1}{2} C_c R t^2 \quad (10-1)$$

由上可知，每一循环周期 t 时间内的总费用 F 为：

$$F = F_c + F_0 = \frac{1}{2} R t^2 C_c + C_0 \quad (10-2)$$

单位时间所需的总费用 f 为：

$$f = (F/t) = \frac{1}{2} C_c R t + (C_0/t)$$

或

$$f = \frac{1}{2} C_c Q + (C_0 R/Q) \quad (10-3)$$

从式(3)可以看出单位时间总费用 f 值的大小受到订购费及存储费两部分的影响。当 C_c 及 C_0 为常数时，订购批量 Q 值愈大，存储周期时间 t 愈长，则存储费用就相应愈大，而订购费用则愈小(图10-2)。为了减少存储费的开支，应当使 Q 值定得低些，而为了节省订购费的开支，则应将 Q 值定得高些。因此，对于每个一定的 Q 值，就有一个相应于 t 值的 F_0/t 及 F_c/t 值(图10-3)。从图10-3中不难找到一个使单位时间总费用为最低(f^*)的相应的订购批量 Q^* ，这个 Q^* 值就是最佳订购批量，亦叫经济订购量。

(3) 确定经济订购量(最佳批量) Q^*

要确定最佳批量 Q^* ，可将式(3)对 Q 或对 t 求导，且令 df/dQ 或 df/dt 等于0，从而得出当 t 值为最小值的相应最佳批量 Q^* 及周期时间 t^* 值为：

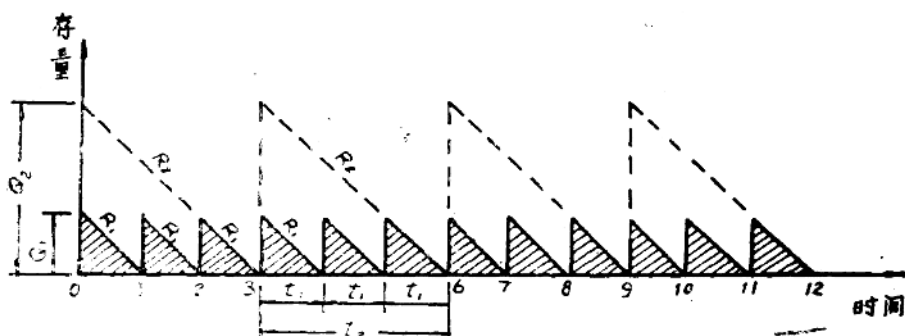


图10-2 订购量与周期时间关系

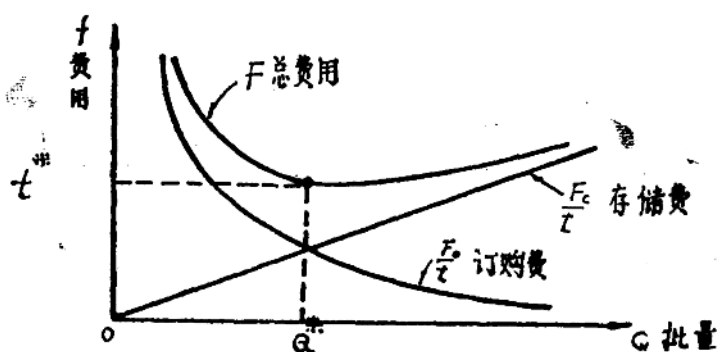


图10-3 批量—费用关系曲线

注：字母的右上角标有*为最优值。

$$Q^* = \sqrt{2R(C_0/C_c)} \quad (10-4)$$

$$t^* = Q^*/R = \sqrt{2C_0/R C_c} \quad (10-5)$$

这就是著名的“最佳批量公式”也叫经济订购量模型。

4、确定“订购点”

为了保证所存储的物质不致发生中断和短缺，当库存量下降到某一临界值时，必须开始着手订购下一批物资，以便及时补充存储。这一反映订货时机的临界库存值就叫做“订购点”。订购点L的数值可由图10—1按下式计出：

$$L = R \cdot t_L \quad (10-6)$$

例10—1：某工地需用模板拉条螺栓，设每月均匀需用1200套，规定不准缺货。现知每套螺栓每月存储保管费为0.1元，每批螺栓的订购费为350元问该工地每批订购螺栓多少套为宜？

解：本题属于确定性无安全储量的存储问题的订购物资问题。

欲求经济订购批量，也就是求单位时间总费用 f^* 最小，应用(4)式可得：

$$R = 1200 \text{套/月}, C_0 = 350 \text{元}, C_c = 0.1 \text{元/套-月}$$

$$Q^* = \sqrt{2R(C_0/C_c)} = 2898 \text{ (套)}$$

即该工地每批订购螺栓2898套为宜。

例10—2：已知某工地的水泥使用量为每个月200吨，水泥价格为60元/吨。现考虑要在工地上储存一定数量的水泥，以保证正常供应使用。若每吨水泥存储一个月所需的存储保管费水泥价格的5%，每一次的订购费为5元。试计算①每批应存储多少水泥最经济？

②订购及存储水泥的相应总存储费为多少？

解：本题中一吨水泥一个月的存储保管费 $C_c = \text{水泥单价} \times 5\% = 60 \times 5\% = 3 \text{元/吨-月}$ 。单位订购费 $C_0 = 5 \text{元}$ ，单位时间水泥需求率为 $R = 200 \text{吨/月}$ 。

①最优批量为

$$Q^* = \sqrt{2R(C_0/C_c)} = 25.82 \text{ (吨)}$$

②相应于最优批量的最小费用为：将 Q^* 代入(10—3)式

$$f^* = \sqrt{2R C_c C_0} = 77.5 \text{元/月}。$$

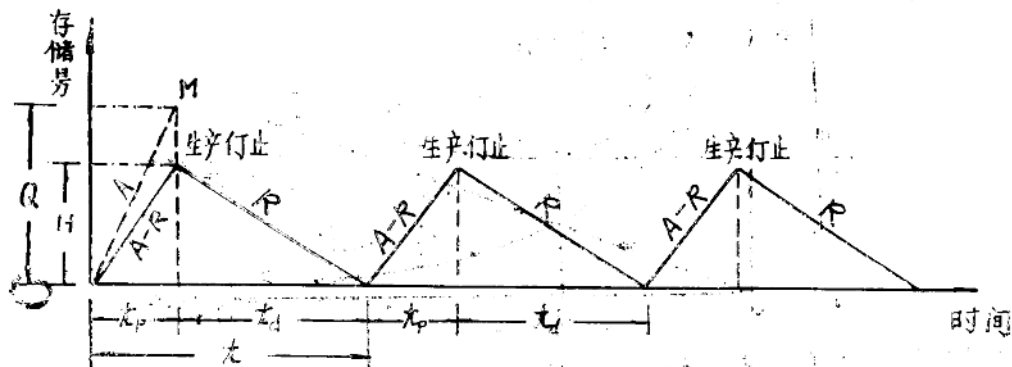


图10—4 无安全存量的生产批量存储模式图

(二) 批量生产的物资存储

1、存储模型

这类存储与前一种订购物资的存储主要区别在于：它所需要存储的物资一般是由自己生产，随着每批物资生产的同时，陆续领用，多余的则入库存储，其存储模型如图10—4所示。在一个循环周期时间 t 中的前一段时间 t_p ，一方面以单位时间产量为 A 的速度进行生产，同时，还以需求率为 R 的速度耗用物料。所以，物料入库的积存率为 $(A - R)$ 。显然，在 t_p 时间内产生的物资数量必须满足整个一个循环周期 t 内的需求量，即应符合于 $A \cdot t_p = R \cdot t$ 。在时间 t_p 内则完全是耗用库存的物资。图中 Q 为每一批生产的批量， H 为最大库存量，它们之间的关系为 $H = Q(A - R)/A$ 。

2、费用分析

每一循环周期时间 t 内所需的总费用 F 由存储费 F_c 及设置费 F_s 两部分组成。设置费即生产前的准备费。它是用于生产设备的准备、调整或改装所消耗的费用；这种费用也是随着生产批次而计量的。如果每进行一次生产准备的设置费为 C_s ，物资储存单价为 C_c ，则每一循环周期时间 t 内所需的总费用 F 为：

$$F = F_c + F_s = \frac{1}{2} C_c H t + C_s \dots \dots = \frac{1}{2} C_c \frac{Q(A - R)}{A} t + C_s \dots (10-7)$$

单位时间内所需总费用 f 为：

$$f = \frac{F}{t} = \frac{1}{2} C_c \frac{Q(A - R)}{A} + \frac{C_s}{t}$$
$$f = \frac{1}{2} C_c \frac{Q(A - R)}{A} + \frac{R}{Q} C_s \quad (10-8)$$

式(8)中的 A 、 R 、 C_s 、 C_c 值均为常数，因此取不同的 Q 值或 t 值就有一个与它对应的 f 值；在所有的 f 值中总可以找到一个总费用为最低的 f^* ，与其相应的生产批量 Q^* 即为最佳批量或经济批量。

3、求最优解

要确定单位时间总费用为最小的 Q^* 值，可将(8)式对 Q 求导，令 $dF/dQ = 0$ ，则得：

$$Q^* = \sqrt{2R \left(\frac{A}{A - R} \right) \frac{C_s}{C_c}} \quad (10-9)$$

因为 $H^* = \frac{Q^*(A - R)}{A}$ ， $t^* = \frac{Q^*}{R}$ ，所以

$$H^* = \sqrt{2R \left(\frac{A - R}{A} \right) \frac{C_s}{C_c}} \quad (10-10)$$

$$t^* = \sqrt{\frac{2}{R} \left(\frac{A}{A - R} \right) \frac{C_s}{C_c}} \quad (10-11)$$

例10—3：如果例10—1螺栓由工地机修厂生产，该厂生产能力为5000套/月，每批螺栓的准备费为500，问该厂每批生产螺栓多少套为宜？工地最高存量是多少？

解：本题属于批量生产的物资存储问题。依题意可知： $A = 5000$ 套/月， $R = 1200$ 套/月， $C_c = 0.1$ 元/套一月， $C_s = 500$ 元。

将上述条件代入式(10—9)和(10—10)

$$Q^* = \sqrt{2R \left(\frac{A}{A-R} \right) \frac{C_s}{C_c}} = 3974 \text{ (套)}$$

相应于最佳批量 Q^* 的工地最高存储量 H^* 为:

$$H^* = \frac{Q^*(A-R)}{A} = 3020 \text{ (套)}$$

即该厂每批生产螺栓以3974套为宜, 工地最高存储量为3020套。

例10-4: 某工地予制件厂, 在某个时间内每周需要供给工地1000块予制混凝土板, 已知予制件厂的生产能力为每周2500块, 每块予制板的管理费为0.1元/周, 予制厂开工一次生产一批予制板所需的设置费为50元。求: ①每批生产予制板若干块为最经济? ②工地贮存予制板的最高量为多少块?

解: 应用公式(10-9)和(10-10)

本题中 $R=1000$ 块, $C_c=0.1$ 元/周一块, $C_s=50$ 元, $A=2500$ 块/周。

①最优生产批量

$$Q^* = \sqrt{2R \left(\frac{A}{A-R} \right) \frac{C_s}{C_c}} = 1291 \text{ (块)}$$

②相应最高存储量

$$H^* = \frac{Q^*(A-R)}{A} = 775 \text{ 块}$$

(三) 用Lagrangian乘子法求解无安全存量、不允许缺货的存储

下面通过一个例子来说明这种求解方法。

设一砼坝, 工程要求每天提供 R 吨水泥, 若水泥需要从某城市运来, 除正常的运费以外, 每组织一次运输尚需订货费 C_0 元, 运来后每吨水泥贮存一天需 C_c 元。若不考虑供应不足的损失, 问应每隔多久运输一次, 每次运多少吨水泥可使总费用最省?

用Lagrangian乘子法进行优化求解, 依题意分析, 可拟出下列数学模式, 其约束条件为:

$$\begin{cases} \varphi(t, Q) = (Q/t) - R = 0 \\ t \geq 0; Q \geq 0 \end{cases}$$

使得目标函数:

$$f(t, Q) = \frac{1}{2} C_c (Q + R) + (C_0/t) \text{ 为最小。}$$

上式是由以下分析建立的。

由于每批运 Q 吨, 故每隔 Q/R 天运一批, 第一天贮存费为 $C_c Q$, 第二天贮存费为 $C_c (Q - R)$, 第三天贮存费为 $C_c (Q - 2R)$, ……直到最后一天的贮存费为 $C_c R$ 。故每批总贮存费 F_c 为一等级数求和的问题。即:

$$\begin{aligned} F_c &= C_c Q + C_c (Q - R) + C_c (Q - 2R) + \cdots + C_c 2R + C_c R \\ &= C_c R (Q/R) + C_c R [(Q/R) - 1] + C_c R [(Q/R) - 2] + \cdots + C_c R \\ &= \frac{Q}{R} \left(\frac{C_c R \frac{Q}{R}}{2} + C_c R \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{R} C_c R \left(\frac{Q}{R} + 1 \right) = \frac{1}{2} C_c Q \left(\frac{Q}{R} + 1 \right) \end{aligned}$$

若考虑到每次运输的订货费用 C_0 时, 则每批单位时间的平均费用即为:

$$f = \frac{1}{2} C_c (Q + R) + (C_0/t)$$

只有在进货量每次相等的情况下,其贮存总费用才是最小之故)现证明如下:

依上例分析,若在批数 n 一定的情况下,设每次进货量为 q_i ($i=1, 2, \dots, n$), 又 C_c , R 为已知, 则:

$$f = f(q'_i) = R \sum_{i=1}^n \frac{q'_i(q'_i+1)}{2} C_c = \frac{1}{2} C_c R \left(\sum_{i=1}^n q_i'^2 + \sum_{i=1}^n q'_i \right)$$

式中: $q'_i = q_i / R$

$$\therefore \sum_{i=1}^n q'_i R = Q \text{ (总需要量)}$$

$$\therefore f = 0.5 C_c R \sum_{i=1}^n q_i'^2 + \frac{1}{2} Q C_c$$

于是问题可归结为, 确定函数:

$$f(q'_i) = 0.5 C_c R \sum_{i=1}^n q_i'^2 + 0.5 C_c Q$$

在约束条件:

$$\begin{cases} \Phi(q'_i) = R \sum_{i=1}^n q'_i - Q \equiv 0 \\ q'_i \geq 0, i=1, 2, 3, \dots, n \end{cases}$$

下的最小值。

根据Lagrangian函数:

$$L = \frac{1}{2} C_c R \sum_{i=1}^n q_i'^2 + \frac{1}{2} C_c Q - \lambda (R \sum_{i=1}^n q'_i - Q)$$

对 q'_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) 求导可得:

$$\begin{cases} C_c R q'_1 - \lambda R = 0 \\ C_c R q'_2 - \lambda R = 0 \\ \vdots \\ C_c R q'_n - \lambda R = 0 \end{cases}$$

联立求解可得:

$$q'_1 = q'_2 = \dots = q'_n = \lambda / C_c$$

而

$$q_i = R q'_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

$\therefore R$ 为常数

$$\therefore q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n = (\lambda / C_c) R$$

且

$$(\partial^2 L / \partial q_i'^2) > 0$$

故求证得每批运输量相等时, 贮存费用最小。这就是为什么要假设每批订货量相等的原因。

例10—5: 某码头工地, 在100天砼施工工期中, 需要1000吨水泥, 平均每天用10吨, 由于工地是城市闹市区, 无地自设水泥仓库, 故需租用仓库, 贮存费每天每吨水泥为0.2元。又水泥需从外地运来, 每次订货费用为100元。问水泥应分几批运, 每批运输量为多少, 可使总费用最少。

根据题意已知:

$Q = 1000^T$, $T = 100$ 天, $R = Q/T = 10^T$, $C_c = 0.2$ 元/吨·天, $C_o = 100$ 元/批, 求 n (批数) 及 q (批量)。

分析得:

每批贮存费为:

$$F_c = 0.5 C_c q [(q/R) - 1] = 0.1 q [(q/R) - 1]$$

则 n 批总贮存费为:

$$F_s = 0.1 n q (0.1 q - 1)$$

若将每批订货费考虑进去, 则总费用为:

$$F = 0.1 n q (0.1 q - 1) + 100 n$$

故该问题就可以归纳为:

$$\begin{cases} \varphi(n \cdot q) = nq - 1000 = 0 \\ q \geq 0, n > 0, \text{且为整数} \end{cases}$$

的约束条件下, 使目标函数:

$$f(n \cdot q) = 0.1 n q (0.1 q - 1) + 100 n$$

为最小。

根据Lagrangian乘子法, 其函数为:

$$L = 0.1 n q (0.1 q - 1) + 100 n - \lambda (nq - 1000)$$

$$\because nq = 1000$$

故上式整理成:

$$L = 10q - 100 + 100n - \lambda nq + 1000\lambda$$

对其求偏导得:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q} = 10 - \lambda n = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial n} = 100 - \lambda q = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -nq + 1000 = 0 \end{cases}$$

联立上式得:

$$n = 10, q = 100, \lambda = 1$$

故求得在分10批运输, 每批运量为100吨时, 其总费用为最省, 即:

$$F = 0.1 n q (0.1 q - 1) + 100 n = 1900 \text{元}$$

但是, 问题在于若 n 不为整数时, 应如何办呢? 例如:

$$Q = 1150^T, T = 100 \text{天}, R = 11.5^T, C_c = 0.2 \text{元/吨} \cdot \text{天}, C_o = 100 \text{元/批}$$

此时根据Lagrangian乘子法求得:

$$n = 10.72, q = 107.28^T$$

这里就提出一个整数非线性规划求解的问题, 处理办法是采取比较法, 即取 n 值为所求的非整数的前后整数值 (大于或小于该非整数之临近整数值), 代入目标函数, 进行比较其 F 值, 然后取舍之。这样处理是否妥当, 还可以进一步讨论研究之。

二、允许缺货的存储

(一) 存储模型

这类存储问题的模型如图10—5所示。允许缺货的存储问题就是指在两批进货的间隔时间 t 内允许有一定时间（如图中的 t_2 ）的暂时缺货，待下一次来货后，再集中补充短缺的数量 W 。这样，就可以使最大库存量减少到 H 值（ $H < \text{进货批量 } Q$ ）。

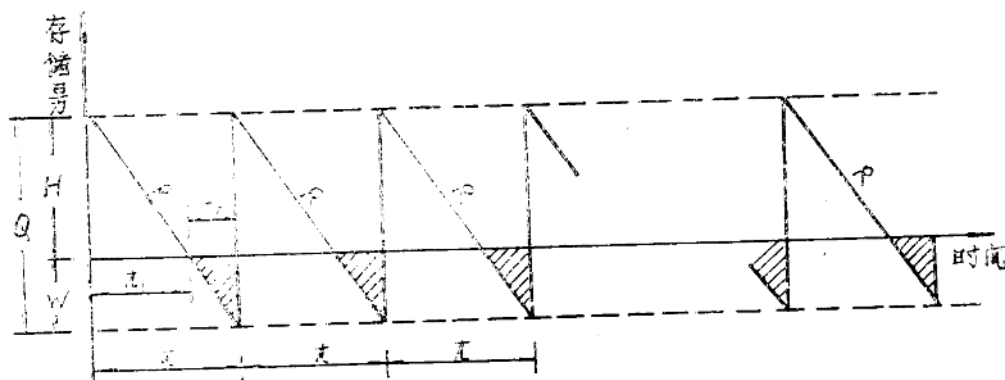


图10—5 允许缺货的存储模式图

这种情况虽然会由于暂时缺货引起某种程度的经济损失，需多支付一些“缺货损失费”，然而由于存储量降低，从而会降低存储费及总费用。

(二) 费用分析

这类存储方式的每一存储循环周期 t 时间内的总费用 F 包括下列三项费用：

$$1、\text{存储费 } F_c = \frac{1}{2} C_c H t_1 = \frac{1}{2} C_c (H^2 / R)$$

$$2、\text{订购费 } F_0 = C_0$$

$$3、\text{缺货损失费 } F_z = \frac{1}{2} C_z W \cdot t_2 = \frac{1}{2} [(Rt - H)^2 / R] \cdot C_z$$

式中 C_z 为缺货损失费率，即每单位物资短缺一个单位时间所需支付的损失费。

$$\text{总费用 } F = F_c + F_0 + F_z = \frac{1}{2} C_c (H^2 / R) + C_0 + [(Rt - H)^2 C_z / 2R] \quad (10-12)$$

单位时间的总费用 f 为：

$$f = \frac{C_c H^2}{2Rt} + \frac{C_0}{t} + \frac{(Rt - H)^2 C_z}{2Rt} \quad (10-13)$$

从式(10—13)以及图10—5可以看出，这种存储方式费用值的大小，不但与订购批量 Q （或周期时间 t ）的大小有关，而且也受到缺货量 W 数值的影响。因此，研究这类存储问题时，就要寻求费用最小，不但必须确定最佳订购批量 Q^* ，而且也要确定允许缺货量 W^* 的经济数值。

(三) Q^* 及 W^* 的确定

为求得单位时间所需费用 f^* 值为最小的经济批量 Q^* 及经济缺货量 W^* ，可将式(10—13)分别对 H 及 t 求偏导，则令 $(\partial f / \partial H) = 0$ ，得：

$$H = \frac{C_z}{C_z + C_c} (Rt) \quad (10-14)$$

令 $(\partial f / \partial t) = 0$, 得:

$$(C_0 + C_z)H^2 + 2RC_0 - C_z(Rt)^2 = 0 \quad (10-15)$$

联解(10-14)和(10-15)式得到:

$$t^* = \sqrt{\frac{2(C_c + C_z)C_0}{C_c \cdot C_z \cdot R}} \quad (10-16)$$

$$H^* = \sqrt{\frac{2C_z \cdot C_0 \cdot R}{C_c(C_c + C_z)}} \quad (10-17)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(C_c + C_z)C_0 R}{C_c \cdot C_z}} \quad (10-18)$$

$$W^* = Q^* - H^* = \sqrt{\frac{2C_0 C_c R}{C_z(C_c + C_z)}} \quad (10-19)$$

例10-6: 若将题10-1不允许缺货改为允许缺货, 且在供货不足时, 每套螺栓缺货造成的损失费用为0.2元/月, 问采取何种存储决策最经济?

解: 本题中 $R = 1200$ 套/月, $C_0 = 350$ 元, $C_c = 0.1$ 元/套一月, $C_z = 0.2$ 元/套一月。

将以上已知条件代入式(10-18)和式(10-19)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(C_c + C_z)C_0 R}{C_c \cdot C_z}} = 3550 \text{ (套)}$$

$$W^* = \sqrt{\frac{2C_0 C_c R}{C_z(C_c + C_z)}} + 1183 \text{ (套)}$$

即经济订购批量为3550套, 经济缺货为1183套。

同时, 经济存储量 $H^* = Q^* - W^* = 2367$ (套)

三、有安全存量的存储

(一) 存储模式

安全存量是指库存某种重要物料的最低限度存量。在正常情况下, 库存的存货量不应低于此限度, 其存储模型如图10-6所示。

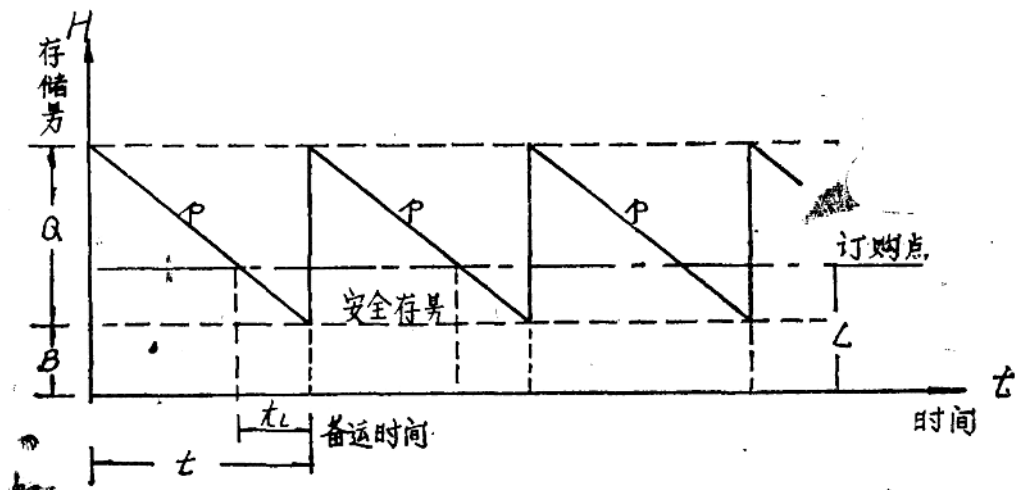


图10-6 有安全存量的存储模式图