

数理精蘊

数理精蘊



御製數理精蘊下編卷十六

面部六

割圓

割圓八線
八線相求

六宗

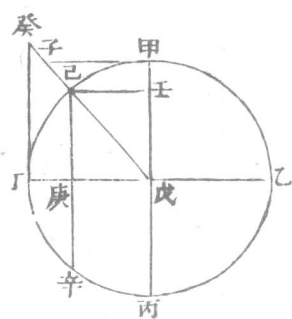
三要

二簡法

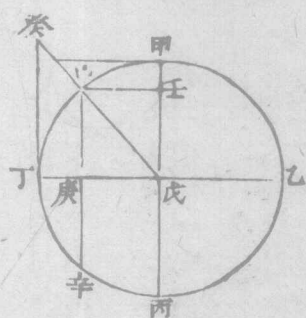
求象限內各線總法

割圓八線

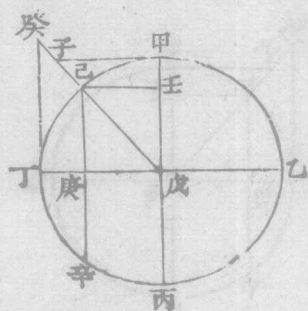
圓周定爲三百六十度。大而周天。小而寸許。皆如之。
 蓋圓有大小。而度分隨之。其爲數則同。自圓心平
 分圓周爲四分。名曰四象限。每一象限九十度。一
 象限之中。設爲正弦餘弦正矢餘矢正切餘切正
 割餘割。名之曰割圓八線。



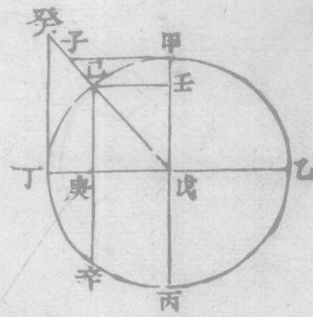
設如甲乙丙丁之圓。自圓心戊。平分全
 圓爲甲乙乙丙丙丁丁甲四象限。其每
 一象限皆九十度。乃自圓心戊。任作一



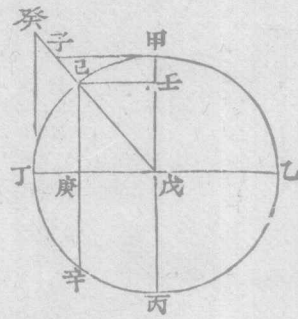
戊己半徑。則將甲丁九十度之弧。分爲甲己。己丁二段。己丁爲己戊丁角所對之弧。甲己爲甲戊己角所對之弧。如命己戊丁爲正角。則甲戊己爲餘角。甲戊己爲正角。則己戊丁爲餘角。正角所對爲正弧。餘角所對爲餘弧。今以己丁爲正弧。故甲己爲餘弧。又自己與甲丙全徑平行作己辛線。謂之通弦。其對己丁正弧。而立於戊丁半徑者。曰正弦。又與



戊丁半徑平行作壬己線。謂之餘弦。以
 其爲甲己餘弧之所對也。於戊丁半徑
 內。減戊庚。餘庚丁。謂之正矢。於甲戊半
 徑內。減壬戊。餘甲壬。謂之餘矢。自圓界
 與甲戊半徑平行。立於戊丁半徑之末。
 作垂線。仍與己戊丁角相對者。曰正切。
 將己戊半徑引長。與正切相遇於癸。成
 戊癸線。謂之正割。又自圓界與戊丁半
 徑平行。作甲子線。謂之餘切。戊癸正割。



被甲子餘切截於子。所分戊子謂之餘割。每一角一弧。卽有正弦餘弦。正矢餘矢。已成四線於圓界之內。復引出半徑於圓界之外。而成正切餘切。正割餘割之四線。內外共爲八線。故曰割圓八線。逐度逐分。正弧之餘。卽爲餘弧之正。餘弧之正。卽爲正弧之餘。是以前四十五度之八線。正餘互相對待爲用。不必復求後四十五度之八線也。凡此八線皆



九十度以內銳角之所成。若直角九十度者。則不能成八線。蓋因半徑卽九十多度之正弦。甲戊半徑。卽甲丁弧之弦。而切線割線爲平行。終無相遇之處也。若鈍角過九十度以外者。則於半周一百八十度內。減其角度。用其餘度之八線。卽如己庚爲己丁弧之正弦。亦卽乙己弧之正弦也。要之八線以正弦爲本。有正弦則諸線皆由此生。故六宗三要皆

係正弦之法。

此處有模糊之墨迹，似為「此處有模糊之墨迹」。

六宗三要 二簡法附

西洋曆算家作割圓八線表。始自圓內容六邊。四邊。十邊。三邊。五邊。十五邊。名曰六宗。蓋用圓徑求各等邊形之一邊。爲相當弧之通弦。以爲立表之原。故謂之宗。然六者實本於三。如六邊形之一邊。卽圓之半徑。不藉他求。數無零餘。而理最易見。此其一也。四邊形之一邊。則爲半徑所作正方形之對角斜弦。此又其一也。十邊形之一邊。則爲半徑所作連比例三率之中率。西法謂之理分中末線。此又其一也。至於三

邊形則出於六邊。五邊形則出於十邊。十五邊形則又出於三邊及五邊。非別自立一法也。旣得此六種形之一邊各半之。卽得六種弧之各正弦。爰命此六種弧爲本弧。按法可求本弧之餘弦。可求倍本弧之正弦餘弦。亦可求半本弧之正弦餘弦。是爲三要。又以不等兩弧之正弦餘弦。求相加相減弧之正弦。又兩弧距六十度前後之度等。得其兩正弦之較。卽得距弧之正弦。是又名爲二簡法。由此錯綜之。可得正弦一百二十。其中最小有四十五分之弦。其次一

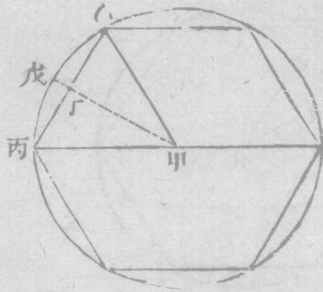
度三十分。又次爲二度十五分。又次爲三度。如此每
越四十五分而得一弦。其自一分至四十四分之弦。
則以比例求之。因弧分甚微。與直線所差無幾。故以
弦求弦而得之。此西法立割圓八線表之大綱也。爾
來西法對數表內。有設連比例四率。以求圓內容七
邊九邊二法。因推廣其理。於六宗之外。增求圓內容
十八邊形十四邊形之法。俱以半徑爲首率。求連比
例四率之第二率。卽十八邊形十四邊形之每一邊。
而九邊七邊。又因之以生。亦猶三邊之出於六邊。五

邊之出於十邊也有此二形。與六宗相叅伍。可得正
弦三百六十。其中最小者爲十五分之正弦。又增一
法。求十五分之三分之一。五分之正弦。所少者止一
分至四分之正弦。較之四十五分爲尤密可知矣。今
以六宗三要二簡法。理分中末線并新增數法。皆按
類具例於左。

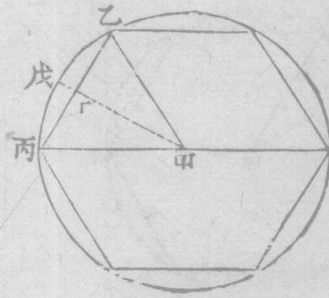
六宗

圓內容六邊形。四邊形。三邊形。十邊形。五邊形。十五邊形。

設如圓徑二十萬。求內容六邊形之一邊幾何。

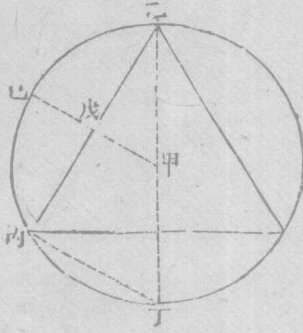


法以圓徑二十萬折半得半徑十萬。即
圓內容六邊形之每一邊也。如甲圓內
容六邊形。每邊之弧。得圓周六分之一。
皆六十度。試自圓心甲至圓界乙。丙二
處作甲乙。甲丙二半徑線。成甲乙丙三
角形。則甲角所對之弧為六十度。而甲
乙。甲丙兩腰俱為半徑。既相等。則乙角



丙角亦必相等。而各爲六十度矣。三角
既等。則三邊亦必相等。故乙丙邊卽與
甲乙甲丙半徑相等也。乙丙弧既爲六
十度。則乙丙邊十萬爲六十度之通弦。
折半得乙丁五萬。卽乙戊弧三十度之
正弦也。此卽六邊起算之理。前設圓徑
爲二兆者。所以求其密合。今設圓徑爲
二十萬。所以取其便於用也。

設如圓徑二十萬。求內容三邊形之一邊幾何。



法以圓徑二十萬為弦。自乘得四百億。

又以半徑十萬為勾。自乘得一百億。相

減餘三百億。開方得股一十七萬三千

二百零五。小餘。八。七五六八。即圓內容三邊

形之每一邊也。如甲圓內容三邊形。每

邊之弧得圓周三分之一。皆一百二十

度為六邊形。每邊弧之一倍。試自乙角

過圓心至對界。作乙丁全徑線。又自丁

依半徑度至丙。作丁丙線。則成六邊形。