

中国造船工程学会船舶力学学术委员会

第四届船舶振动与噪声

学术讨论会

論 文 集

( 船 舶 振 动 学 组 )



武 汉

1985

中国造船编辑部

# 目 录

1. 结构和流体耦合振动计算及螺旋桨导管振动研究·····	贾明章 吴士冲	(1)
2. SAP-5 程序行列式搜索法推广及自由振动多工况计算的实现·····	朱胜昌 吴士冲 何富坚 赵敏	李军毅 (17)
3. 动态有限元在阻抗矩阵综合法中的应用·····	段根宝	朱农时 (34)
4. 理论模态与试验模态综合技术·····	恽伟君	毛家祥 (41)
5. 大型矩阵特征值计算·····	朱农时	恽伟君 (51)
6. 双桨平底船尾振原因剖析·····	李昌龙	(56)
7. 关于舰炮装置下加强结构强度计算中几个问题的探讨·····	王裕玮	(63)
8. 起重船吊杆在波浪作用下的动力响应·····	董艳秋	林维学 (76)
9. 关于船舶水弹性统一理论·····	董艳秋	(87)
10. 转动导管拖轮船体振动及其减振设计·····	毛立忠	(94)
11. 船舶辐射噪声测试分析与研究·····	洪我世	张保玉 (103)
12. 水面船舶(船队)的运动与振动问题的实用弹性壳体内力模型·····	金伏生	(110)
13. 估算船舶上层建筑固有频率的新方法·····	马广宗 刘健宜	石慈忠 (120)
14. 船体尾部振动计算·····	束汉兴	姚有顺 (136)
15. D 船尾部振动的“综合治理”及舰船的减振设计·····	贾崇伟 倪国文	杜国和 (144)
16. 在航舰船的螺旋桨的脉动压力测量·····	徐顺棋	(153)
17. 舰艇火炮基座与加强结构动力响应的有限元计算方法·····	宋文翰 王裕玮	杨鸿新 (163)
18. 船体高谱振动固有频率的估算·····	赵德有 罗志雍 杨晓东	洪 明 (172)
19. 40 马力渔轮机舱底部外板振裂分析及减振措施·····	赵德有 罗志雍 洪 明 杨晓东 史文波 刘刚芳	于连清 (182)
20. 论内河船舶机舱允许噪声级的制订·····	翁长俭	(193)
21. 中、小船舶的噪声控制与衡准建议·····	王锦章	(201)
22. 应用功率流理论研究振动噪声在船体结构内的传递·····	沈顺根 杨 波	李洪华 (213)
23. 关于船上振动的二次激励源分析·····	许运秀	(232)
24. 海洋平台结构的安全性监测技术·····	陆圣才	(240)

# 结构和流体耦合振动计算 及螺旋桨导管振动研究

贾明章 吴士冲

(中国船舶科学研究中心)

**提要** 本文把结构有限元法和流体奇点法结合起来,用模态分析的原理求解任意形状的平面或空间浸水结构的前几谐调的附连水质量和固有频率。并编制了流固耦合振动的通用程序。对自由液面、水底平面和岸壁的各种组合边界条件,程序中用映射法处理。文中给出了导管模型在空气中和水中的振动试验结果和计算结果,并进行了比较。还导出了导管附连水质量的近似公式。

## (一) 引言

随着导管螺旋桨的大量使用,导管振动所引起的导管损坏、断裂多次发生<sup>(1)~(6)</sup>成为突出问题。

如何准确地计算导管水下自由振动频率,以避免共振状态,是防止导管振裂的关键问题。1978年在英国船舶研究协会(B、S、R、A)举行的导管螺旋桨会议上,与会者们强调,导管振动时的附连水质量对合理地准确地计算固有频率十分重要,但遗憾的是没有足够的资料可以估算这个量<sup>(7)~(8)</sup>。本文将从试验和理论上分析研究导管的固有振动特性及其周围流场的影响。

浸水导管是个流场边界条件比较复杂的三维流固耦合问题。若用有限元法,流体元的划分很不规则,且在数学模型中出现无限域和奇点时比较麻烦。而用边界积分法则比较方便。作者的目的是要从研究导管振动着手,编制浸水结构的通用程序。为了有效地节约计算机容量和计算机时,并有良好的计算精度,本文把结构有限元法、流体奇点法和模态分析法结合起来进行计算,并用映射技巧简化计算。

## (二) 计算方法

结构在流体中振动。设流体为无粘、不可压缩的均匀的理想流体,流动是无旋的。这时,在流场内部 $\Omega$ 域内有:

$$\Delta^2 \phi = 0, (x, y, z) \in \Omega \quad (1)$$

式中 $\phi$ 为流场速度势。在自由表面 $S_f$ 上应满足条件:

$$\phi = 0, \text{在 } S_f \quad (2)$$

式(2)适用于高频小振幅振动所引起的流动,船体结构振动属于这种情况。在无限远界

面  $S_r (r \rightarrow \infty)$  处, 扰动速度势的幅射条件为:

$$\Delta \phi = 0, \text{ 在 } S_r (r \rightarrow \infty) \quad (3)$$

在水底或其他固壁处  $S_b$  上应满足条件:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \text{ 在 } S_b \quad (4)$$

式中  $n$  为流域界面外法向。在流固交界面  $S_h$  上

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \dot{w}_n, \text{ 在 } S_h \quad (5)$$

式中  $w$  为结构位移, “ $\cdot$ ”表示对时间求导, 下标  $n$  表示法向。上述五式构成了完整的定解问题。

从 Green 第二公式出发, 不难推得 (无升力问题) Laplace 方程的解<sup>[9]</sup>为

$$\phi = - \iint_{S_h} \sigma(Q, t) G(P, Q) dS \quad (6)$$

式中  $P = P(x, y, z)$  为场点,  $Q = Q(\xi, \eta, \zeta)$  为物面  $S_h$  上的变点,  $\sigma(Q, t)$  是脉动分布源,  $G(P, Q)$  称为 Green 函数。对于固壁条件和自由液面条件以及结构对称振动或反对称振动问题, 可用映射原理简化处理, 即取 Green 函数为:

$$G(P, Q) = - \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{r(P, Q)} + \sum_{K=1}^M \frac{T_K}{r_K} \right] \quad (7)$$

式中  $M$  为映射次数,  $r_K = r_K(P, Q^{(K)})$  为点  $Q^{(K)}$  与点  $P$  间的距离,  $Q^{(K)}$  为物面点  $Q$  对于第  $K$  壁的象点,  $T_K$  的表达式为

$$T_K = \begin{cases} 1, & \text{当第 } K \text{ 壁为固壁或振形对称;} \\ -1, & \text{当第 } K \text{ 壁 } \phi = 0 \text{ 或振形反对称。} \end{cases}$$

平行双壁间的结构有无限多个象, 本文研究的是小扰动情况, 故不考虑循环映射。由此而引起的误差是不显著的。

对流固交界面条件的处理, 将导出一个第二类 Fredholm 积分方程

$$\frac{\partial \phi(P, t)}{\partial n} = \frac{1}{2} \sigma(P, t) - \iint_{S_h} \sigma(Q, t) \vec{n} \cdot \Delta G(P, Q) dS \quad (8)$$

式中  $\iint_{S_h}$  表示除开  $P$  点外的整个流固交界面积分。下面推导流固耦合方程。

把结构的位移按 (干模态) 主坐标展开

$$w = \sum_{r=1}^{N_1} \phi^{(r)}(x, y, z) a_r(t) \quad (9)$$

式中  $\psi(r)$  为结构在空气中的第  $r$  谐调振形 (由结构在空气中的自由振动方程式组解得)  $N_1$  为保留模态数。简谐振动  $a_r(t) = q_r e^{i\omega t}$ 。当结构离散后,  $w$  相应地离散为节点坐标, 即

$$\{w\} = [\psi] \{a\} \quad (10)$$

式中  $[\psi]$  为  $(N_2 \times N_1)$  的振形矩阵,  $N_2$  为节点自由度总数。

从虚位移原理出发, 可推得结构在水下作自由振动时, 有

$$\delta V - \delta u_1 - \delta u_2 = 0 \quad (11)$$

式中  $\delta V$  为结构发生虚位移时的位能,  $\delta u_1$  为惯性力作的虚功,  $\delta u_2$  为流体脉动压力作的虚功。进一步不难推得

$$\delta V_1 = \{\delta w\}^T (K) \{w\} \quad (12)$$

$$\delta u_1 = - \{\delta w\}^T (M) \{\ddot{w}\} \quad (13)$$

$$\delta u_2 = \iint_{S_h} p(Q, t) \delta w_n(Q, t) dS \quad (14)$$

这里  $(K)$  和  $(M)$  为结构离散后的刚度阵和质量阵,  $p(Q, t)$  为流体动压力。由 Lagrange 积分, 略去高阶项, 有

$$p = -\rho \dot{\phi} \quad (15)$$

式中  $\rho$  为流体质量密度。

本文所研究的流场的定解问题是线性的, 其扰动速度势和脉动源可按模态坐标展开

$$\phi = \sum_{r=1}^{N_1} \phi^{(r)}(x, y, z) \dot{a}_r(t) \quad (16)$$

$$\sigma(Q, t) = \sum_{r=1}^{N_1} \sigma^{(r)}(Q) \dot{a}_r(t) \quad (17)$$

由 (14), (9), (15), (16) 式可得

$$\delta u_2 = - \{\delta a\}^T (\underline{M}) \{\ddot{a}\} \quad (18)$$

式中  $(\underline{M})$  为  $(N_1 \times N_1)$  的附连水模态质量阵, 其元素为

$$\underline{M}_{rS} = \iint_{S_h} \rho \phi^{(r)}(Q) \phi_n^{(S)}(Q) dS \quad (19)$$

由 (5), (8), (9), (17) 式可得

$$\phi_n^{(r)}(P) = \frac{1}{2} \sigma^{(r)}(P) - \iint_{S_h'} \sigma^{(r)}(Q) \vec{n} \cdot \Delta G(P, Q) dS \quad (20)$$

由 (7) 和 (20) 式可得:

$$\{c^*\} \{\sigma\} = \{\phi_n\} \quad (21)$$

式中  $\{\sigma\}$  与  $\{\psi_n\}$  分别为对应于计算面  $S_h$  的源强矩阵和法向振形矩阵。  $\{C^*\}$  阵可用 Hess - Smith 法计算。具体求法见文献(10)。

同理，由(6)，(16)，(17)式可得

$$\{\Phi\} = \{D^*\} \{\sigma\} \quad (22)$$

式中  $\{\Phi\}$  为空间速度势阵，  $\{D^*\}$  为影响系数阵，其求法见附录1。当  $\{C^*\}$ ，  $\{D^*\}$  求得后，可得

$$\{\Phi\} = \{D^*\} \{C^*\}^{-1} \{\psi_n\} \quad (23)$$

进而可求得

$$\{\underline{M}\} = \{\psi_n\}^T \{\underline{S}\} \{\Phi\} \quad (24)$$

其中  $\{\underline{S}\}$  为  $(N, \times N)$  的对角阵，  $N$  为浸水单元数。设第1单元的面积  $S_1$ ，则  $\{\underline{S}\}$  的元素为

$$S_{1j} = \begin{cases} \rho S_1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (i, j=1, 2, \dots, N, \quad (25)$$

将(10)代入(12)，(13)式，虑及(18)式，(11)式变为

$$\{\delta\alpha\}^T \{\psi\}^T \{K\} \{\psi\} \{\alpha\} + \{\delta\alpha\}^T \{\psi\}^T \{\underline{M}\} \{\psi\} \{\ddot{\alpha}\} + \{\delta\alpha\}^T \{\underline{M}\} \{\ddot{\alpha}\} = 0$$

由于虚位移到向量  $\{\delta\alpha\}$  中的各元素是彼此独立的，且不全为0，故有：

$$\{K^*\} \{\alpha\} + \{M^*\} \{\ddot{\alpha}\} + \{\underline{M}\} \{\ddot{\alpha}\} = \{0\}$$

式中  $\{K^*\} = \{\psi\}^T \{K\} \{\psi\}$ ，  $\{M^*\} = \{\psi\}^T \{\underline{M}\} \{\psi\}$  分别为结构的模态刚度阵和模态质量阵，都是对角阵。考虑到  $\alpha_r(t) = p_r e^{i\omega t}$ ，若  $\{\psi\}$  为正则振形，则上式可改写如下：

$$\{ \Lambda_{ar}^2 \} \{q\}^{(r)} - \lambda_{wr}^2 \left[ \{I\} + \{M\} \right] \{q\}^{(r)} = \{0\} \quad (26)$$

式中  $\{ \Lambda_{ar}^2 \}$  为结构在空气中的特征值对角阵，  $\{I\}$  为单位阵，  $\lambda_{wr}$  为第  $r$  谐调水下频率。这里振形是正则振形。由于上式的自由度很少，用 Jacobi 法求解频率是方便的。

上面算得的附连水质量阵  $\{\underline{M}\}$  一般是耦合的。为了使用方便，可以假定对于第  $r$  谐调的振形，用一个相当的附连水质量来取代模态耦合的附连水质量，而使其第  $r$  谐调的水下频率不变。对上式的第  $r$  个方程式

$$\lambda_{ar}^2 q_r + \lambda_{wr}^2 \left( (1 + M_{rr}) q_r + \sum_{s \neq r}^{N_s} M_{rs} q_s \right) = 0$$

以下式取代

$$\lambda_{ar}^2 q_r - \lambda_{wr}^2 (1 + M_r^*) q_r = 0 \quad (27)$$

即

$$M_r^* = \sum_{s=1}^{N_s} M_{rs} \frac{q_s}{q_r} \quad (28)$$

根据能量原理, 可导出第  $r$  谐调湿表面上单位面积的附连水质量表达式:

$$m_r = \frac{M_r^*}{\iint_{S_h} (\psi^{(r)})^2 ds} \quad (29)$$

附连水质量系数为:

$$\mu_r = \frac{m_r \cdot S_h}{\rho L^3} \quad (30)$$

式中  $S_h$  为流固交界面面积。  $L$  为结构特征尺度, 仅表示一种量纲关系; 它可以不是唯一的。

作者根据上述计算方法, 编制了计算流固耦合自由振动的通用程序 SSVP (Submerged Structure Vibration Program)。 该程序可以计算任意形状的浸水结构的前几谐调的固有频率、附连水质量等。

### (三) 导管振动的试验与计算

本文研究的是双悬臂式导管的水下振动问题。 作者根据船“ A ”的导管图纸, 设制了一个“ V 型”双臂导管模型, 其纵剖面图见图 1。 两导管几何相似, 尺度比为 6.6 倍。 V 型导管的主要参数为:

$$\begin{aligned} & \text{最大外径 } D_1 = 394 \text{ mm}, \quad \text{最小外径 } D_2 = 358 \text{ mm}, \\ & \text{最小内径 } D_3 = 336 \text{ mm}, \quad \text{弦长 } c = 170 \text{ mm}, \\ & \text{悬臂间夹角 } \theta = 80^\circ. \end{aligned}$$

#### 1. “ V 型 ” 导管的实验

导管的激振试验是在长水池中进行的。 水池宽 3 米, 深 4.3 米。 导管被焊接在池中央的基座上。 基座长 2 米, 宽 1.2 米, 高 1 米。 试验采用共振峰和瞬态激励法进行。 共振峰法是把激振机的顶杆顶在导管中环上进行激振。 逐渐改变激振频率, 可测得各谐调的共振频率。 根据在导管上不同位置处由传感器测得的振幅值, 可绘出导管各谐调的振形图。 瞬态激励法是用激振锤 (装有传感器) 敲击导管所获得的响应衰减曲线, 在专用机上进行模态分析, 获得振形和频率等参数值。 在空气中, 分别应用了上述两种方法对导管进行激振, 见表 2。 在水下, 导管首谐调频率用瞬态侧击法获得, 见图 3; 其余各谐调用共振峰法测定, 见图 2。 图 3 中画出了传感器的布置位置。 本文作者作了变水位的测量。 测量频率见表 1, 振形见图 8~13。

#### 2. “ V 型 ” 导管的计算

在空气中的计算模型:

把导管筒化成由环梁和纵梁组成的交叉梁系, 见图 4。 交叉梁系布置在中性面上。 为了提供内外表面的振形, 在环梁上连接从属梁, 见图 5。 环梁带板宽度取  $(1/6)R$  或环

梁间隔两者中较小者, 本文取  $R/6$  计算。纵梁带板宽度取  $c/6$  或纵梁间隔两者中较小者, 本文取  $c/6$  计算。节点总数 276 (主节点 120, 从节点 144, 边界点 6, 参考点 6)。梁单元 322 (环梁 120, 纵梁 48, 导管臂梁 10, 从属梁 144)。计算频率见表 1, 计算振形见图 8~13。计算程序用 SAP5。

### 在水下计算模型:

把导管连同基座上表面离散成 414 个四边形平面单元, 见图 6 和图 7。图 6 是导管内、外表面浸水单元划分网格情况。图 7 是基座面浸水单元网格划分情况, 其中虚线覆盖处是导管的投影位置。应用作者所编的 SVP 程序计算导管在水下的自由振动, 其结果见表 1。

### 3. 试验与计算的比较

关于“V型”导管模型的频率的试验值及计算值, 见表 1。从表 1 中可见, 除第三谐调外, 其余各谐调的计算值与试验值很一致。第三谐调的计算值与试验值差别较大。主要是第三谐调的共振难于激起, 只有当激振力幅值很大时才能激起, 这就相当于施加了一个较大的集中质量。因而试验频率偏低。从“V型”导管在空气中的两种不同激振方法的比较中可以看出激振机的集中质量影响。

表 1 频率试验值与计算值的比较

		谐调数	1	2	3	4	5	6
在空气中	计算值 $f_a(H_z)$		133.2	339.3	600.1	619.2	700.5	1029
	试验值 $f_a^*(H_z)$		136	322.3	558		658	978
	相对误差		-2.1%	5%	7%		5.2%	5%
浅水情况 $h=0.4$ 米	计算值 $f_w(H_z)$		93.4	219.2	394.2	574.1	439.1	648.4
	试验值 $f_w^*(H_z)$		95.2	207.6	341.8		420	600.6
	相对误差		-0.95%	5.3%	13.3%		4.3%	7.4%
深水情况 计算水深 $h \rightarrow \infty$ 测试水深 $h = 1.2$ 米	计算值 $f_w(H_z)$		91.2	206.4	385.6	572.6	426.4	635.8
	试验值 $f_w^*(H_z)$		95.2	200.2	341.3		417.8	598.3
	相对误差		-4.4%	3%	11.5%		2%	6%

表 2 空气中两种激振法的比较

方 法	阶 数 频 率	1	2	3	4	5	6
		激振机激振	$f_a^*(H_z)$	136	322.3	558	
瞬态激励	$f_a^{**}(H_z)$		325.5	593		694.4	1053.4
计 算	$f_a(H_z)$	133.2	339.3	600.1	619.2	700.5	1029

#### 4. 附连水质量耦合项对频率的影响

按式(24)求出的附连水质量阵一般是耦合的。该矩阵是实对称阵, 即  $M_{rs} = M_{sr}$ 。但对第  $r$  和第  $s$  谐调的影响是不相同的。简言之, 低谐调对某些高谐调频率的影响不可忽视, 而高谐调对低谐调频率的影响可以忽略不计。详细分析论证见文献[11]。

#### 5. 螺旋桨对导管水下频率的影响

本文对静止螺旋桨的影响作了简单计算。即把螺旋桨看作为隔开导管前后流场的圆盘。计算结果表明, 静止螺旋桨盘面对导管水下频率的影响不到百分之一。

#### 6. 导管附连水质量近似公式

研究导管的附连水质量可以先求平面流动解, 即假定流体只在与导管横剖面相重合的平面内流动, 然后再进行三维流动修正。对平面流动, 导管内, 外流场互不干涉, 可分别求解。

外流场定解问题:

$$\begin{cases} \Delta^2 \phi = 0, & (a \leq r < \infty) \\ \Delta \phi = 0, & (r \rightarrow \infty) \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial w_n}{\partial t}, & (r = a) \end{cases} \quad (31)$$

内流场定解问题:

$$\begin{cases} \Delta^2 \phi = 0, & (0 \leq r \leq b) \\ \Delta \phi \text{ 有限}, & (r = 0) \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial w_n}{\partial t}, & (r = b) \end{cases} \quad (32)$$

#### 平面流动的基本解

设  $\phi(r, \theta, t) = \Phi(r, \theta) e^{i\omega t}$ , 用分离变量法求解, 并考虑到解的物理意义, 可得:

$$\text{外流场基本解 } \Phi_1(r, \theta) = r^{-\lambda_1} (A_1 \cos \lambda_1 \theta + B_1 \sin \lambda_1 \theta)$$

$$\text{内流场基本解 } \Phi_1(r, \theta) = r^{\lambda_1} (A_1 \cos \lambda_1 \theta + B_1 \sin \lambda_1 \theta)$$

式中  $\lambda_1, A_1, B_1$  为常数。

#### 物面条件的描述:

对物面条件, 可由基本解的线性迭加来满足。根据附录所示振形, 对第一、二谐调采用图14所示坐标系, 第三谐调取图15所示坐标系, 分别取物面条件的表达式为:

$$\text{首谐调 } \frac{\partial \phi}{\partial r} = (1 + \cos \theta) \sin \theta, \quad (r = a, b)$$

$$\text{第二谐调 } \frac{\partial \phi}{\partial r} = \cos 2\theta, \quad (r = a, b)$$

$$\text{第三谐调 } \frac{\partial \phi}{\partial r} = \begin{cases} (\sin \theta / 4) \theta, & (0 < \theta \leq (4/9)\pi) \\ -1/3, & (4/9 \cdot \pi < \theta \leq 2\pi) \end{cases}; \quad (r = a, b)$$

由上述条件，可求得  $\Phi$  的定解。

附连水质量近似公式：

根据动能不变的原则，不难导出单位面积的附连水质量平面解的表达式<sup>(12)</sup>

$$m_r^* = \frac{\rho \iint_{S_h} \Phi(r) \frac{\partial \Phi(r)}{\partial n} dS}{\iint_{S_h} (\psi(r))^2 dS} \quad (r=1, 2, \dots) \quad (33)$$

式中  $\psi(r)$  为第  $r$  谐调振形。应用上式可求得前三谐调单位面积附连水质量平面解：

$$m_1^* = \frac{3}{8} \rho \left( \frac{a^2 + b^2}{a + b} \right)$$

$$m_2^* = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{a^2 + b^2}{a + b} \right)$$

$$m_3^* = 0.56 \rho \left( \frac{a^2 + b^2}{a + b} \right)$$

考虑各谐调的三维流动修正，可得到导管单位面积附连水质量的近似公式：

$$m_1 = \frac{3}{8} \rho K_T^{(1)} \left( \frac{a^2 + b^2}{a + b} \right) \quad (34)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \rho K_T^{(2)} \left( \frac{a^2 + b^2}{a + b} \right) \quad (35)$$

$$m_3 = 0.56 \rho K_T^{(3)} \left( \frac{a^2 + b^2}{a + b} \right) \quad (36)$$

式中  $a$ 、 $b$  分别为导管的平均外半径和平均内半径。 $K_T^{(r)}$  ( $r=1, 2, 3$ ) 为三维流动修正系数，用程序 SSVF 计算，见图 16。图 16 中  $D_{均} = (a + b)$ 。作者用式(35)对 A 船导管的附连水质量进行了计算（实船试验只得出第二谐调的附连水质量），其结果与实船试验结果很接近，见表 3。

表 3 A 船导管第二谐调附连水质量  $(Kg/cm^2)$

实船试验值 $m_2^*$	计算值 $m_2 = \frac{1}{2} \rho K_T^{(2)} \left( \frac{a^2 + b^2}{a + b} \right)$	相对误差
0.0337	0.0326	3.5%

## (五) 致谢

作者感谢金永详、顾国良、胡国经等同志对导管的制作和试验所给予的支持，以及张景波、何富坚、胡敬等同志所给予的帮助。

### 附录 1 平面单元对空间点的 诱导速度势积分

速度势影响系数矩阵( $D^*$ )的元素  $D_{ij}^*$  为:

$$D_{ij}^* = \frac{1}{4\pi} \left( \iint_{S_j} \frac{dS_j}{r(P_1 Q_j)} + \sum_{K=1}^M T_K \iint_{S_j} \frac{dS_j}{r_K(P_j Q_j^{(K)})} \right)$$

为叙述方便把上式改记为

$$D_{ij}^* = \frac{1}{4\pi} (D_{ij}^{(0)} + \sum_{K=1}^M T_K D_{ij}^{(K)}) \quad (1-1)$$

这里  $D_{ij}^{(K)} = \iint_{S_j} \frac{dS_j}{r_K}$ , ( $K=0, 1, \dots, M$ ),  $r_0 \triangleq r$ . 下面介绍本文计算  $D_{ij}^{(K)}$

的方法。

设  $L_j$  为第  $j$  单元的最大对角线长度。  $r_{ij}^{(K)}$  为  $j$  单元的第  $K$  次映射的形心点到 1 单元形心点之间的距离，见图 17。本文把扰动流场分为三部分：近场，中场和远场。

#### 1. 远场

当  $r_{ij}^{(K)} / L_j \geq 5T_c$  时，把面源看作点源：

$$D_{ij}^{(K)} = r_{ij}^{(K)} / S_j \quad (1-2)$$

上面  $T_c$  为远场控制系数，一般取 1 或 2 即可。

#### 2. 中场

当  $2.5 \leq r_{ij}^{(K)} / L_j < 5T_c$  时，取变步长数值积分，见图 18。

$$\left\{ \begin{aligned} T &= N \text{INT} \left( \frac{5T_c L_j}{r_{ij}^{(K)}} \right) \\ D_{ij}^{(K)} &= \sum_{S=1}^T \frac{\Delta S_j}{(r_{ij}^{(K)})_S} \end{aligned} \right. \quad (1-3)$$

#### 3. 近场

当  $r_{1j}^{(K)} / L_j < 2.5$  时, 用精确积分公式<sup>(\*)</sup> 设  $Q_j^{(K)}$  单元在平面  $M$  上, 见图 19.  $P_1$  点在平面  $M$  上的投影点为  $P_1'$  点.  $P_1$  点到平面  $M$  的距离为  $h$ .  $P_1'$  点与四边形的四个角点  $K_I (I=1, \dots, 4)$  构成四个三角形  $\Delta P_1' K_I K_{I+1} (K, \triangle K_I)$ . 在  $S_j$  上对  $P_1$  点的积分值可化为四个三角形的积分. 令  $H_I = R_I^2 / (h^2 + R_I^2)$ ,  $R_I$  为  $P_1'$  到  $\overline{K_I K_{I+1}}$  边的垂点  $A_I$  的距离, 即三角形的高. 取局部坐标系  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ , 设  $P_1'$  点为局部坐标系的原点. 局部坐标系中  $\bar{z}$  轴垂直于平面  $M$ , 正向与四边形单元  $K_1, K_2, K_3, K_4$  顺序由左手螺旋定出的法向正方向一致. 记  $K_I$  点在局部坐标系中的坐标为  $(\bar{x}_I, \bar{y}_I)$ ,  $A_I$  为  $(\bar{x}_I^*, \bar{y}_I^*)$ . 设  $\gamma_I = \bar{x}_{I+1} \bar{y}_I - \bar{x}_I \bar{y}_{I+1}$ , 令

$$v_I^{(K)} = \begin{cases} -1, & \gamma_I < 0 \\ 0, & \gamma_I = 0 \\ 1, & \gamma_I > 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

设定比分点系数为  $\lambda_I$ , 即

$$\begin{cases} \bar{x}_I^* = \bar{x}_I + \lambda_I (\bar{x}_{I+1} - \bar{x}_I) \\ \bar{y}_I^* = \bar{y}_I + \lambda_I (\bar{y}_{I+1} - \bar{y}_I) \end{cases}$$

令

$$F_1^{(K)} = \begin{cases} -1, & \lambda_I < 0 \\ 0, & \lambda_I = 0 \\ 1, & \lambda_I > 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

$$F_2^{(K)} = \begin{cases} 1, & \lambda_I < 1 \\ 0, & \lambda_I = 1 \\ -1, & \lambda_I > 1 \end{cases} \quad (1-6)$$

可得  $D_{1j}^{(K)}$  的精确积分公式:

$$D_{1j}^{(K)} = \sum_{I=1}^4 \sum_{J=1}^2 v_I^{(K)} F_J^{(K)} I_{IJ}^{(K)} \quad (1-7)$$

式中  $I_{IJ}^{(K)}$  的表达式为:

$$I_{IJ}^{(K)} = (h^2 + R_I^2)^{\frac{1}{2}} \left\{ \sqrt{1 - H_I^2} \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{\sqrt{H_I^2 + \operatorname{ctg}^2 \theta_{IJ}}}{\sqrt{1 - H_I^2}} \right) \right) + \frac{1}{2} H_I \ln \left( \frac{\sqrt{H_I^2 + \operatorname{ctg}^2 \theta_{IJ}} + H_I}{\sqrt{H_I^2 + \operatorname{ctg}^2 \theta_{IJ}} - H_I} \right) \right\} - h \theta_{IJ} \quad (1-8)$$

(\*) 该积分系作者与冯锦璋讨论时, 由冯锦璋首先提出. 作者在此表示感谢.

式中  $\theta_{IJ}$  为夹角, 见图 20.  $\theta_{IJ}$  的表达式为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{I_1} = \arccos \left( \frac{\sqrt{\bar{x}_I^2 + \bar{y}_I^2}}{\sqrt{\bar{x}_I^2 + \bar{y}_I^2}} \right) \\ \theta_{I_2} = \arccos \left( \frac{\sqrt{\bar{x}_I^2 + \bar{y}_I^2}}{\sqrt{\bar{x}_{I+1}^2 + \bar{y}_{I+1}^2}} \right) \end{array} \right. \quad (1-9)$$

$A_I$  的坐标值  $(\bar{x}_I^*, \bar{y}_I^*)$  为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_I^* = \frac{\bar{x}_I(\bar{y}_{I+1} - \bar{y}_I)^2 - \bar{y}_I(\bar{y}_{I+1} - \bar{y}_I)(\bar{x}_{I+1} - \bar{x}_I)}{(\bar{x}_{I+1} - \bar{x}_I)^2 + (\bar{y}_{I+1} - \bar{y}_I)^2} \\ \bar{y}_I^* = \frac{\bar{y}_I(\bar{x}_{I+1} - \bar{x}_I)^2 - \bar{x}_I(\bar{y}_{I+1} - \bar{y}_I)(\bar{x}_{I+1} - \bar{x}_I)}{(\bar{x}_{I+1} - \bar{x}_I)^2 + (\bar{y}_{I+1} - \bar{y}_I)^2} \end{array} \right. \quad (1-10)$$

当  $P_1$  点落到  $M$  平面上时,  $h$  为 0, 则上述公式自动退化为平面内诱导速度势积分公式。

### 参考文献

- (1) 胡敬: "A 船振动试验综合报告", 中国船舶科学研究中心技术文件, 1982 年。
- (2) 陈玉书: "A 船导管强度试验报告", 中国船舶科学研究中心技术文件, 1982 年。
- (3) 胡敬: "A 船振动试验报告", 中国船舶科学研究中心技术文件, 1982 年。
- (4) Sentvedt, T., Lohansson, P., Mugaas, B. and Vaage, B. "Loads and Response of Large Ducted Propeller Systems" RSDP, London, 1973.
- (5) Sentvedt, T. and Others "Steady-State Dynamic Loadings and Response" PISSC, Paris, PI-4-33, August, 1979.
- (6) Ogawq, Y. "SNO.2670, DEDA, Study on Vibration of Nozzles" IHI, Mar. 15, 1982.
- (7) 奢特菲特, T., 约翰逊, B., 穆加斯 B., 瓦格, B. "大型导管螺旋桨系统的载荷与响应", PP256-285, 中国船舶科学研究中心译文 78-005, 1978 年。
- (8) 考德威尔, T. B. and 安德鲁, R. N. "导管及导管支承的结构设计", PP238-255, 中国船舶科学研究中心译文 78-005, 1978 年。
- (9) 刘应中, 缪国平: 《船舶与海洋工程水动力学导论》, 上海交通大学, 1983 年。
- (10) Hess, J. L. and Smith, A. M. O. "Calculation of Nonlifting Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Bodies", Douglas Aircraft Company Report, No BS 40622, 1962.

- (11) 贾明章：“结构和流体耦合振动计算及螺旋桨导管振动研究”：中国船舶科学研究中心，研究生论文，1984年6月。
- (12) 吴士冲、何富坚、朱胜昌：“应用奇点法计算流体对结构振动的影响以及关于附近水质量的相似关系”，第三届船舶振动与噪声学术交流会，1983年。
- (13) 陆鑫森：“海洋工程中的流体——结构耦合动力学”，上海交通大学讲义，1983年。

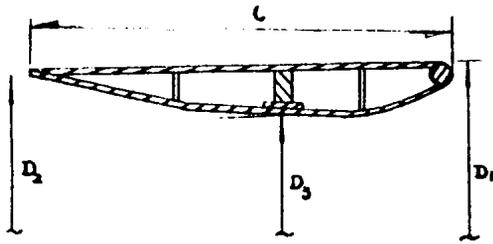


图1 导管纵剖面图

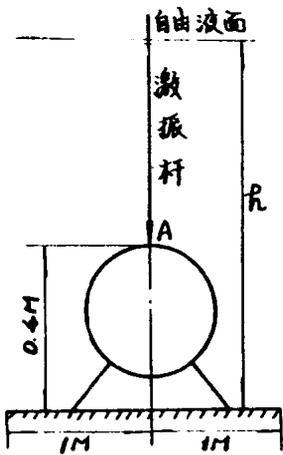


图2 共振峰法  
试验简图

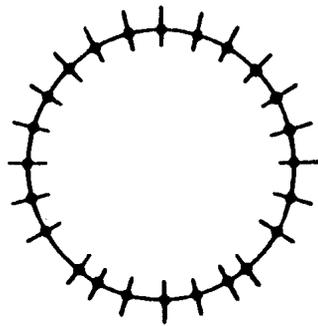


图5 环梁上连接  
从属梁

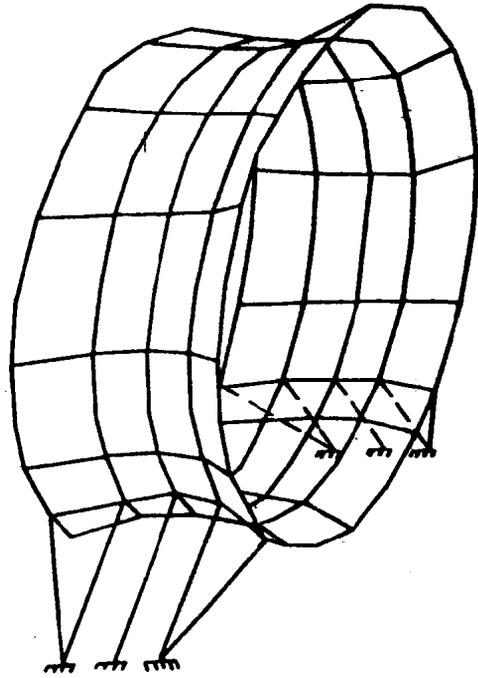


图4 导管有限元计算模型

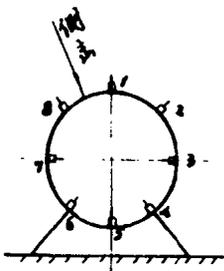


图3 瞬态侧击法  
试验简图

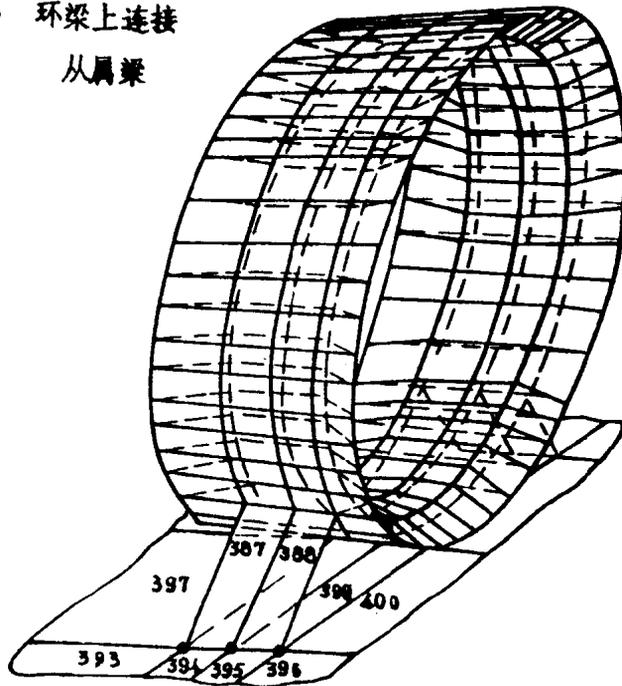


图6 导管表面单元的划分

389	392	402	412
390	393	397	403
	394	395	396
	396	400	406
391	401	411	414

图7 基座的单元划分

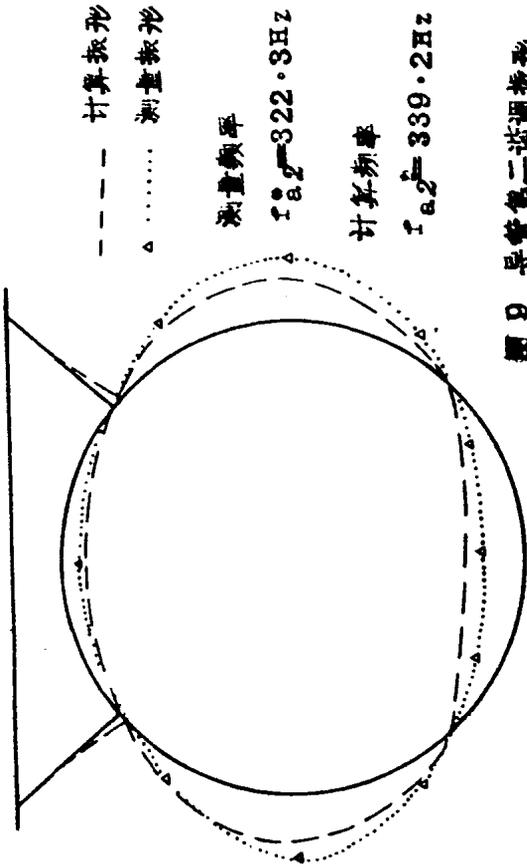


图9 导管第二谐波振形

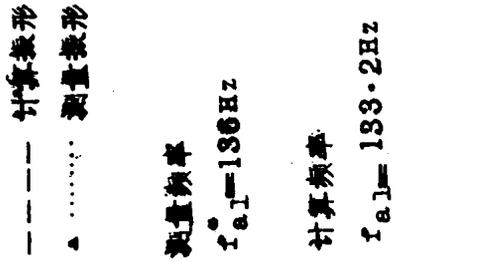


图8 导管首谐波振形

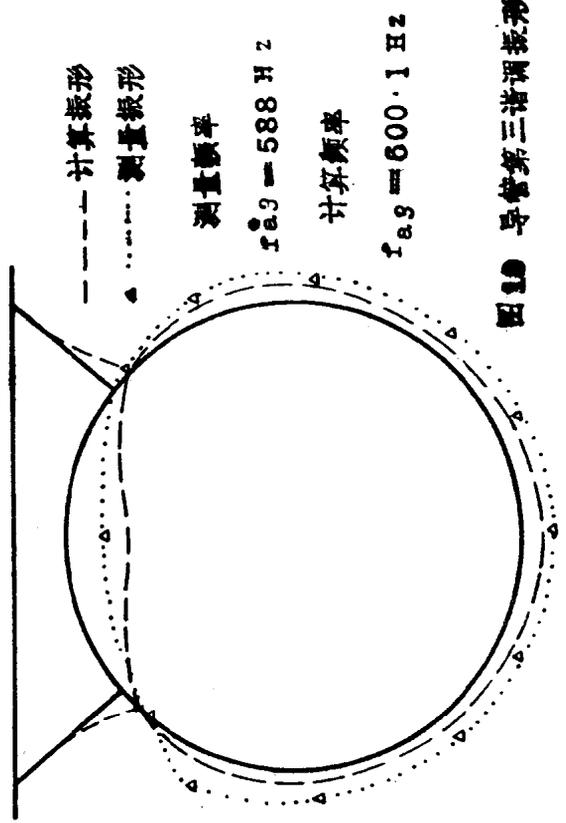


图10 导管第三谐波振形

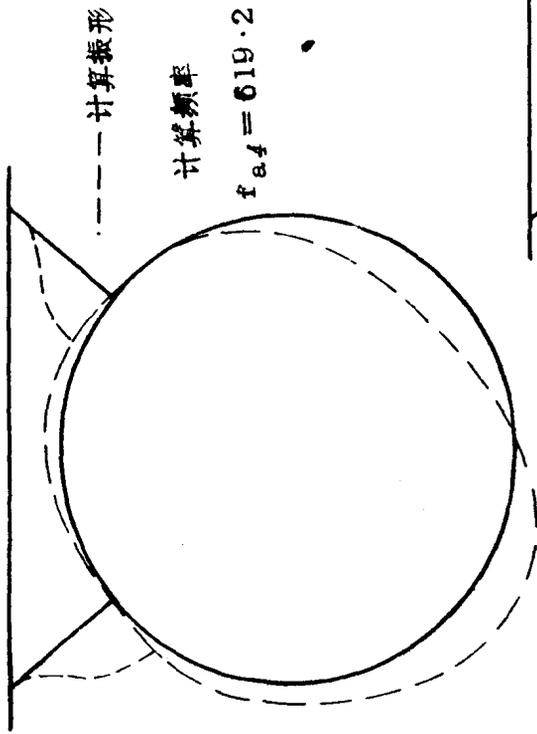


图 11 导管第四谐波调波形

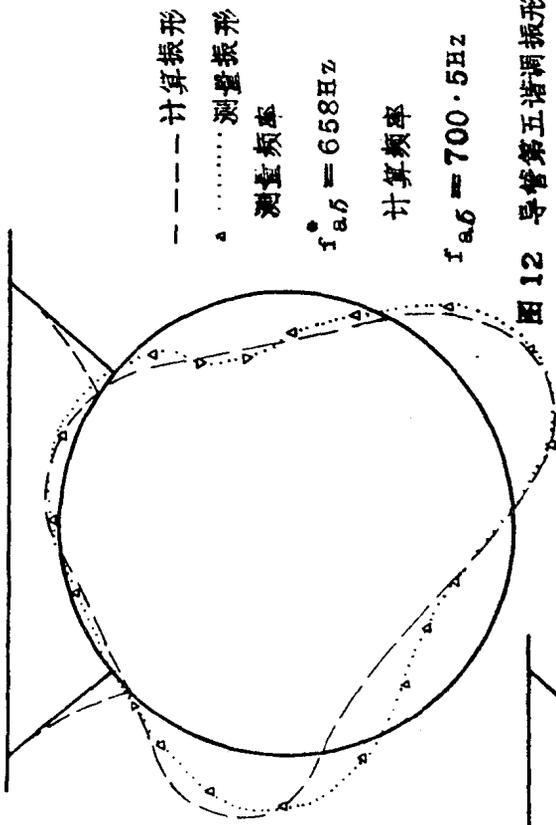


图 12 导管第五谐波调波形

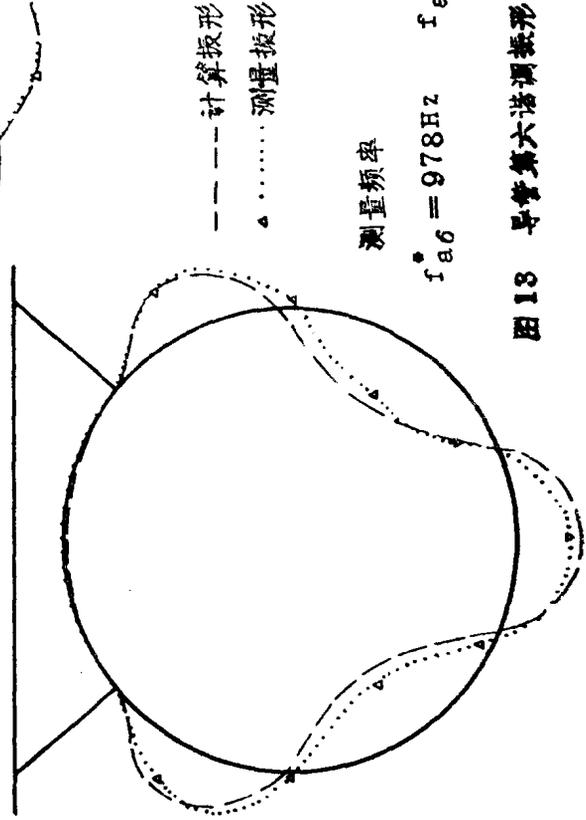


图 13 导管第六谐波调波形