

现代管理科学通讯丛刊

初等管理數學教材

CHUDENG GUANLI SHUXUEJIAO CAI

江苏省技术经济研究会
管理现代化

前 言

为了适应企业管理人员学习现代化管理的需要，我会特组织出版了这本《初等管理数学教材》，作为管理人员掌握常用数学的必要工具。考虑到我国的实际情况，管理人员的数学水平差距很大，而且大多数人数学水平很低，所以本书从最简单的四则运算讲起，由浅入深、循序渐近的讲到代数、几何、线性代数与概率论以及微积分初步等的基本知识。本书可作为具有小学三年级以上数学水平的人学习数学的系统教材；也适应于较高数学水平的人选作复习数学的参考资料。本书的目的只是作为管理人员学习常用数学的工具书，因此，从纯数学角度上讲还很不严密，敬请读者谅解。

江苏省技术经济研究会
管理现代化研究会

1983. 7. 17

目 录

前 言

第一章 基本算术运算	(1)
第一节 四则运算.....	(1)
第二节 分数与小数.....	(7)
第三节 比和比例.....	(10)
第四节 正负数及其四则运算.....	(13)
第五节 幂与根的运算.....	(15)
第六节 百分数、利率的计算.....	(31)
第二章 初等代数	(35)
第一节 方程和方程组.....	(35)
第二节 指数与对数.....	(42)
第三节 数列.....	(45)
第四节 排列与组合.....	(47)
第五节 行列式.....	(51)
第三章 函 数	(57)
第一节 函数的概念.....	(57)
第二节 常用的函数.....	(63)
第三节 函数的极值.....	(66)
第四章 线性代数	(69)
第一节 矩阵的定义.....	(69)
第二节 矩阵的基本运算.....	(70)
第三节 常见矩阵.....	(76)

第四节	逆矩阵及其求法	(77)
第五节	向量的线性相关和线性无关	(80)
第六节	线性方程组	(81)
第七节	规划问题简介	(81)
第五章	基本统计方法	(85)
第一节	统计的意义与历史的发展	(85)
第二节	统计研究的方法	(86)
第三节	平均指标分析法	(89)
第四节	标志变动态	(100)
第五节	动态分析法	(105)
第六节	相关分析	(118)
第六章	概率论	(121)
第一节	基本概念	(121)
第二节	概率的基本运算	(123)
第三节	随机变量	(129)
第四节	几种常用的概率分布	(131)
第七章	微积分简介	(138)
第一节	函数的极限	(138)
第二节	导数、微分及其应用	(139)
第三节	积分	(142)
习题答案		(144)

第一章 基本算术运算

第一节 四则运算

一、自然数

1. 自然数：表示物体个数的1、2、3、4、5、……等，叫做自然数，又叫正整数。“1”是自然数的单位。

注意：“0”不属自然数的范围。

2. 整数：0和自然数1、2、3、4、……以及-1、-2、-3、-4、-5、……都叫做整数。

3. 自然数列：从“1”起，顺次加上“1”，就得到1、2、3、4、5、……，这样一列数，叫做自然数列。自然数列是无限的。

4. 扩大自然数列：由0、1、2、3、4、5、……织成的一列数，叫做扩大自然数列。

5. 数字：用来写数的符号叫做数字。

我们把1、2、3、4、5、6、7、8、9、0，这十个数码叫做数字。

6. 数：在数学中我们学过由十个数字中的一个或某几个排列起来，表示事物的次序或多少的叫做数。例如：2、0、12345、都是数。2和0都是由一个数字组成的，12345是由1、2、3、4、5这五个数字组成的，它表示一个万、二个千、三个百、四个十、五个1的和。

数字虽然只有十个，但数的个数就有无数个，正整数、负整数、0、正分数、负分数、以及无理数、虚数等，它们都是数。

所以，数字和数两个概念含义是不同的，不能混淆。

7. 零：“0”可以说是表示“物体一个也没有”的数。“0”也是一个数，它比任何自然数都小。

“0”是一个重要的数，它还有许多作用：

(1) 表示数位：如304、0.07中的“0”是表示数位的。

(2) 表示界限：如温度以“0”为界；向东、向西以原点“0”为界；正数、负数以中性数“0”为界。

(3) 表示精确度：如0.03表示精确到百分之一。

(4) 记帐的需要：如5元通常记作5.00元，以防错位。

(5) 用于编号：如00045，使人知道最大的号数是五位数。

(6) 表示起点：如在尺的起点刻度线下标个“0”。

(7) 表示关节点：如水结冰，这个关节温度用“0”表示。

8. 数位：一个数的每个数字所占的位置，叫做数位。整数数位从右向左依次是个位、十位、百位、千位、……，小数部分的数位从左向右依次是十分位、百分位、千分位、……。

9. 位数：是指一位数、二位数、三位数，等等而言的。用一个不是零的数字所表示的数叫做一位数；用两个数字其中十位数字不是零所表示的数，叫做二位数。多位数如三位数、四位数、……。

所以，数位和位数有不同的含义。

二、四则运算

1. 四则运算：加法、减法、乘法、除法的运算，叫做四则运算。

2. 加法：把两个数合并成一个数的运算，叫做加法。

3. 减法：已知两个加数的和与其中一个加数，求另一个加数的运算，叫做减法。

4. 乘法：求几个相同加数的和的简便运算，叫做乘法。

5. 除法：已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算，叫做除法。

6. 运算顺序：在一个没有括号的算式里，如果只有加、减法或只有乘、除法，要从左往右顺次演算；如果既有加、减法，又有乘、除法，要先算乘、除法，后算加、减法。在有括号的算式里，要先算括号里面的；如果有小括号又有中括号，要先算小括号里面的，再算中括号里面的。例如：

$$\begin{aligned} & 160 \times [37 + (125 - 50) + 25] \\ &= 160 \times [37 + 75 + 25] \\ &= 160 \times [37 + 3] \\ &= 160 \times 40 \\ &= 6400 \end{aligned}$$

7. 第一级运算：在数的运算中，加法和减法的运算，叫做第一级运算。

$$\begin{array}{rcl} 8. \text{ 加法:} & 25 & + \quad 75 = 100 \\ & \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \\ & \text{加数} & \text{加数} \quad \text{和} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 9. \text{ 减法:} & 100 & - \quad 25 = 75 \\ & \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \\ & \text{被减数} & \text{减数} \quad \text{差} \end{array}$$

10. 整数加法法则：

(1) 相同的位数对齐；

(2) 从个位加起；

(3) 哪一位上的数相加满十，要向前一位进一。

$$\begin{array}{r} \text{加法竖式:} \quad 25 \\ + \quad 75 \\ \hline 100 \end{array}$$

11. 整数的减法法则:

(1) 相同的数位对齐;

(2) 从个位开始减;

(3) 被减数哪一位上的数不够减, 就从前一位退1作10, 和本位上的数加在一起再减。

减法竖式: 100

$$\begin{array}{r} - 25 \\ \hline 75 \end{array}$$

12. 加法交换律: 两个数相加, 交换加数的位置, 它们的和不变, 叫做加法交换律, 例如: $3 + 5 = 5 + 3$

$$a + b = b + a$$

利用这个定律可以验算加法和使某些加法运算简便。

13. 加法结合律: 三个数相加, 先把前两个数相加, 再加上第三个数; 或者先把后两个数相加, 再和第一个数相加, 它们的和不变, 叫做加法结合律。

例如: $2 + 3 + 4 = (2 + 3) + 4$

$$= 2 + (3 + 4)$$

利用这个定律, 可以使某些加法运算简便。

14. 加法单调律:

(1) 两个相等的数各加上同一个数, 其和仍等。

(2) 两个不等的数各加上同一个数, 大的仍大, 小的仍小。

15. 加法运算性质: 从加法的运算定律, 可以得出下面几个加法的运算性质:

(1) 一个数加上几个数的和, 可以依次加上和里的各个加数。

例如: $5 + (8 + 3 + 6) = 5 + 8 + 3 + 6$

(2) 几个数的和加上一个数, 可以先把这个和里的任何一个加数加上这个数, 再和其他的数相加。例如:

$$(5 + 8 + 45) + 6 = (5 + 6) + 8 + 45$$

(3) 几个加数的和加上几个加数的和, 可以把两个和里的加数依次相加。例如:

$$(5 + 8 + 6) + (7 + 4)$$

$$= 5 + 8 + 6 + 7 + 4$$

从上面几种加法运算性质来看, 可以使某些加法运算简便。

16. 减法的运算性质:

从减法的意义和加法的运算定律, 可以得出下面的减法运算性质:

(1) 一个数减去几个加数的和, 可以从这个数里依次减去和里的各个加数。

例如: $59 - (16 + 32 + 5)$

$$= 59 - 16 - 32 - 5$$

$$= 43 - 32 - 5$$

$$= 11 - 5$$

$$= 6$$

(2) 一个数减去两个数的差，可以把这个数减去差里的被减数（在可能的情况下），再加上差里的减数；或者先加上差里的减数，再减去差里的被减数。

例如： $86 - (39 - 19)$

$$\begin{aligned} &= 86 - 39 + 19 \\ &= 50 + 19 \\ &= 69 \end{aligned}$$

(3) 几个数的和减去一个数（等于或小于其中一个加数的数）可以先从这几个加数里任选一个加数减去这个数，再和其它的加数相加。

例如： $(47 + 24 + 16) - 37$

$$\begin{aligned} &= (47 - 37) + 24 + 16 \\ &= 10 + 24 + 16 \\ &= 34 + 16 \\ &= 50 \end{aligned}$$

(4) 几个数的和减去几个数的和，可以从第一个和里的参加数分别减去第二个和里的（不比它大的）各个加数，然后相加。

例如： $(74 + 39 + 27) - (54 + 38 + 24)$

$$\begin{aligned} &= (74 - 54) + (39 - 38) + (27 - 24) \\ &= 20 + 1 + 3 \\ &= 21 + 3 \end{aligned}$$

$$= 24$$

17. 第二级运算：在数的运算中，乘法和除法的运算，叫做第二级运算。

乘法： 因数 因数 积

$$\begin{array}{ccc} \vdots & \vdots & \vdots \\ 15 & \times & 3 \\ \vdots & & \vdots \end{array} = 45$$

被乘数 乘数 积

除法： $45 \div 3 = 15$

被除数 除数 商

18. 整数乘法法则：

(1) 先把乘数和被乘数的数位对齐。

(2) 从乘数的个位起，分别依次去乘被乘数上的每一位数，用哪一位数去乘，乘得的积的末位要和哪一位乘数对齐。

(3) 最后把几次乘得的积加起来。

例如：

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 15 \\ \hline 225 \\ + 45 \\ \hline 675 \end{array}$$

请注意:

(1) 被乘数、乘数的末尾有0, 可先把0前面的数相乘, 乘完以后看 乘数和 被乘数的末尾一共有几个0, 就在乘得的数的末尾添写几个0。

(2) 乘数中间有0的, 用0乘这一步可省略。但要注意用乘数哪一位上的数乘, 乘得的积的末位就要和哪一位对齐。

例一:

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 20 \\ \hline 900 \\ \vdots \\ \text{添 "0"} \end{array}$$

例二:

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 105 \\ \hline 225 \\ \text{用0乘这一步可省略} \\ 45 \\ \hline 4725 \end{array}$$

19. 整数除法的法则:

(1) 从被除数的最高位除起。除数有几位, 就看被除数的前几位 (如果被除数比除数小, 就要多看一位)。

(2) 除到被除数的哪一位, 就把商写到哪一位的上面。

(3) 除到被除数的哪一位不够商1, 就在哪一位的上面写0。(每次除得的余数要比除数小)。

例如: $233910 \div 678 = 345$

$$\begin{array}{r} 345 \\ 678 \overline{) 233910} \\ \underline{2034} \\ 3051 \\ \underline{2712} \\ 3390 \\ \underline{3390} \\ 0 \end{array}$$

20. 乘法交换律: 两个数相乘, 交换被乘数和乘数的位置, 它们的积不变。

例如: $7 \times 8 = 8 \times 7$ $a \times b = b \times a$

21. 乘法结合律: 三个数相乘, 先把前两个数相乘, 再乘以第三个数; 或者先把后两个数相乘, 再和第一个数相乘, 它们的积不变。

例如: $5 \times 4 \times 3 = (5 \times 4) \times 3 = 5 \times (4 \times 3)$

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

22. 乘法分配律: 两个数的和与一个数相乘, 可把两个加数分别与这个数相乘, 再加两个积相加, 叫做乘法分配律。

例如: $(2+3) \times 4 = 2 \times 4 + 3 \times 4$

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$$

23. 乘法单调律:

(1) 两个相等的数各乘以同一个不等于0的数, 其积仍相等。

(2) 两个不等的数各乘以同一个不等于0的数, 大的仍大, 小的仍小。

24. 乘法的运算性质: 根据乘法的意义和乘法的运算定律, 可以推出下面几种乘法的运算性质:

(1) 一个数乘以几个因数的积, 可以依次乘以积里的各个因数。

例如: $125 \times (8 \times 4) = 125 \times 8 \times 4 = 4000$

(2) 几个因数的积乘以一个数, 可以先把任何一个因数乘以这个数, 再和其它因

数相乘。

例如: $(24 \times 25) \times 4 = 24 \times (25 \times 4) = 2400$

(3) 两个数的差乘以一个数, 或者一个数乘以两个数的差, 可以把被减数和减数分别和这个数相乘, 再把所得的积相减。

例如: $(125 - 5) \times 8 = 125 \times 8 - 5 \times 8 = 960$

25. 除法的运算性质: 除法的运算性质, 主要有下面几条:

(1) 两个数的积数除以一个数, 可以先用这个数去除积里的任何一个因数 (要能整除), 再将所得的商与积里的另一个因数相乘。

例如: $(27 \times 8) \div 9$
 $= 27 \div 9 \times 8$
 $= 3 \times 8$
 $= 24$

(2) 一个数除以两个数的积, 可以先用积里的任何一个因数去除这个被除数, 再用积里的另一个因数去除这个所得的商。

例如: $60 \div (5 \times 3)$
 $= (60 \div 5) \div 3$
 $= 12 \div 3$
 $= 4$

(3) 一个数除以两个数的商, 可以先用商的被除数去除这个数 (要能整数), 再用商里的除数去乘所得的商, 或者先用商里的除数去乘这个数。再用商的被除数去除它们的积。

例如: $60 \div (20 \div 5) = 60 \div 20 \times 5 = 15$
或者: $60 \div (20 \div 5) = 60 \times 5 \div 20 = 15$

(4) 几个数的和除以一个数, 可以把这个数分别去除和里的各个数 (要能整除), 再把所得的各个商相加。

例如: $(24 + 18 + 12) \div 6$
 $= 24 \div 6 + 18 \div 6 + 12 \div 6$
 $= 4 + 3 + 2$
 $= 9$

(5) 两个数的差除以一个数, 可以把这个数分别去除差里的被减数和减数 (要能整除), 再把所得的两个商相减。

例如: $(56 - 28) \div 7$
 $= 56 \div 7 - 28 \div 7$
 $= 8 - 4$
 $= 4$

注意: 除法的读数, 应当是被除数除以除数等于商数。或除数除被除数等于商数。

第二节 分数与小数

一、分数

1. 分数:把单位“1”平均分成若干份,表示这样的一份或几分的数,叫做分数。例如: $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{2}{6}$ 。在分数里,表示把单位“1”平均分成多少份的数,叫做分数的分母;表示所取份数的数,叫做分数的分子,其中的一份叫做分数的单位。中间的横线叫做分数线。

$$\begin{array}{c} 2 \quad \cdots \cdots \cdots \text{分子(表示取2份)} \\ \hline 5 \quad \cdots \cdots \cdots \text{分母(示把单位“1”平均分成5份)} \end{array}$$

2. 分数值:分子被分母除得的商,表示分数大小的值,叫做分数值。

3. 最简分数:分子、分母是互质数的分数,叫做最简分数。

例如: $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{1}{2}$ 等都是最简分数。

注:(1)质数又叫“素数”,在自然数中,除了1和它本身之外,再没有能把它整除的数,这个数叫做质数。例如:2、3、5、7、11、13、17等。

(2)互质数:两个(或几个)数的最大公约数只有1,这两个(或几个)数叫做互质数。例如:2、5、7这三个数就是互质数。

4. 真分数:分子比分母小的分数,叫做真分数。真分数的值比1小。例如: $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{7}{8}$ 。

5. 假分数:分子比分母大或者分子和分母相等的分数,叫做假分数。假分数的值大于1或者等于1。例如: $\frac{5}{4}$ 、 $\frac{6}{6}$ 、 $\frac{7}{3}$ 。

6. 带分数:一个整数和一个真分数合成的数叫做带分数。这个整数叫做带分数的整数部分;这个真分数叫做带分数的分数部分。

例如: $2\frac{1}{3}$ 、 $3\frac{3}{4}$ 、 $7\frac{5}{6}$ 。

7. 繁分数:一个分数的分子和分母都含有分数或者其中一个含有分数,这样的分数叫做繁分数。

$$\text{例如: } \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} \quad \frac{1 - \frac{4}{5}}{2}$$

8. 分数的基本性质:分数的分子和分母都乘以或除以相同的数,(零除外),分数的大小不变。

$$\text{例如: } \frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15} \quad \text{反过来} \quad \frac{12}{15} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$$

分数的运算:

9. 分数加法法则:

(1) 同分母的分数相加, 分母不变。将分子相加。

例如: $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{1+2}{7} = \frac{3}{7}$

(2) 异分母分数相加: 先通分, (即利用分数的基本性质, 将分数化为同分母分数) 然后按照同分母分数加法的法则计算。

例如: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

10. 分数的减法法则:

(1) 同分母的分数相减: 把分子相减, 分母不变。

例如: $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}$

(2) 异分母的分数相减: 先通分, 然后按照同分母分数减法的法则进行计算。

例如: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

11. 分数的乘法法则:

(1) 分数乘以整数或整数乘以分数: 用分数的分子和整数相乘的积作分子, 分母不变。为了计算简便, 可以先约分然后再乘。

例如: $\frac{2}{9} \times 4 = \frac{2 \times 4}{9} = \frac{8}{9}$, $27 \times \frac{2}{9} = \frac{3 \times 2}{1} = 6$

(2) 分数乘以分数: 用分子相乘的积作分子, 分母相乘的积作分母。

例如: $\frac{3}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{1 \times 1}{1 \times 3} = \frac{1}{3}$

(3) 带分数乘法乘法: 分数乘法中有带分数的, 一般先把带分数化假分数, 然后再乘。

例如: $3\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{7} = \frac{7}{2} \times \frac{10}{7} = \frac{1 \times 5}{1 \times 1} = 5$

12. 分数除法法则:

(1) 分数除以整数: 分数除以整数 (0 除外), 等于分数乘以这个整数的倒数。

例如: $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{7 \times 1} = \frac{2}{7}$

(2) 一个数除以分数: 一个数除以分数, 等于这个数乘以原分数的倒数。

例如: $4 \div \frac{2}{8} = 4 \times \frac{8}{2} = 16$

分数除法的统一法则是: 甲数除以乙数 (0 除外) 等于甲数乘以乙数的倒数。

例如: $\frac{3}{10} \div \frac{3}{5} = \frac{3}{10} \times \frac{5}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$

(3) 带分数除法: 分数除法中有带分数的, 先把带分数化成假分数, 然后再除。

例如： $2\frac{1}{3} \div 1\frac{5}{9} = \frac{7}{3} \div \frac{14}{9} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{14} = \frac{1 \times 3}{1 \times 2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

注：倒数：如果两个数相乘得1，其中一个数就叫做另一个数的倒数。或1除以一个数的商，就是这一个数的倒数。

例如：5的倒数是 $\frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{5}$ 的倒数是5。

二、小数

1. 小数：分母是10、100、1000、……的分数，可改写成不带分母的形式。叫做小数。小数的计数单位是十分之一、百分之一、千分之一等。例如： $\frac{1}{10}$ ，写作0.1，读作“零点一”，小数里面的圆点“.”，叫做小数点。小数点左面是整数部分，右面是小数部分。

2. 纯小数：整数部份是零的小数叫做纯小数。

例如：0.3、0.17。

3. 带小数：整数部分不是零的小数，叫做带小数。

例如：3.2、5.34。

4. 有限小数：小数位数有限的小数，叫做有限小数。

例如：0.2、8.345。

5. 无限小数：小数点后面的数字是无限延续下去的，这样的小数叫做无限小数。

例如： $\frac{1}{3} = 0.3333\cdots$ 。

6. 循环小数：一个无限小数的小数部分，从某一位起，一个数字或几个数字依次不断重复出现，这个数叫做循环小数。

例如： $\frac{9}{11} = 0.818181\cdots = 0.\dot{8}\dot{1}$

7. 纯循环小数：小数中的循环节，从小数后第一位开始的，这种循环小数，叫做纯循环小数。

例如： $0.\dot{3}$ 、 $0.\dot{6}$

8. 混循环小数：小数中的小数点和第一个循环节之间有一位或几位不循环的数字的，这种循环小数，叫做混循环小数。

例如：0.142857。（42857上面的横线，表示这五个数为循环节）。

9. 无限不循环小数：一个无限小数，数字排列没有一定规律的，这样的小数叫做无限不循环小数。又叫无理数。

例如：圆周率（ π ）的值是3.14159265……。

10. 小数的基本性质：在小数的末尾添上“0”或者去掉“0”，小数的大小不变。

例如： $0.35 = 0.350$ 。

小数的基本性质是根据分数的基本性质得出的，因为小数是十进分数的另一种形式，所以分数的基本形式也适用于小数。

例如： $\frac{35}{100} = \frac{350}{1000} = \frac{3500}{10000}$

把它写成小数就是 $0.35 = 0.350 = 0.3500$

11. 小数加法法则：小数加法，先要把小数点对齐（也就是相同的数位对齐），再按整数加法的计算法则进行计算，和的小数点也要与加数的小数点对齐。

12. 小数减法法则：小数减法，先要把小数点对齐（也就是相同的数位对齐），再按照整数减法的法则进行计算，差的小数点也要与被减数、减数的小数点对齐。

13. 小数乘法法则：先把被乘数和乘数都当作整数去乘，乘完以后看被乘数和乘数一共有几位小数，就从积的右边起数出几位，点上小数点。小数点末位的0要去掉。

14. 小数除法法则：

(1) 小数除以整数：可以按照整数除法的法则计算，除的时候，商的小数点要与被除数的小数点对齐。如果有余数，就在余数的右边补“0”，再继续除。商的整数部份或小数部份哪一位不够1，要写上0。遇到需要求商的近似值时，要比保留的小数位数多除一位，再按照四舍五入把末一位去掉。

(2) 除数是小数的除法：先把除数的小数点去掉，使它变成整数，原来除数有几位小数，就把被除数的小数点向右移动几位（位数不够的用0补足），然后按照除数是整数的除法进行计算。

例如： $1.34 \div 0.2 = 6.7$

$$\begin{array}{r} 6.7 \\ 0.2 \overline{) 1.34} \\ \underline{1} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

第三节 比和比例

1. 比的意义：两个数相除又叫做两个数的比。

例如：一个长方形长5分米、宽3分米，要求长是宽的几倍。可以这样计算： $5 \div 3 = 1\frac{2}{3}$ （倍）。长是宽的几倍，有时也可以说成长和宽的比是5比3，可以记作 $5:3$ 或 $\frac{5}{3}$ 。

除法、分数、比的关系

除法	被除数	$\div$ （除号）	除数	商
分数	分子	$-$ （分数线）	分母	分数值
比	前项	$:$ （比号）	后项	比值

$$\begin{array}{ccc} 5 & : & 3 = 5 : 3 = 1\frac{2}{3} \\ \text{前项} & \text{比} & \text{后项} \qquad \qquad \text{比值} \end{array}$$

2. 比和分数的区别：比是表示两个数相除的关系，而分数除了可以表示两个数相除的关系外，还可以看作一个独立的数，比是个不名数，而分数可以是不名数，也可以是名数。

3. 比和除法的区别：比不一定要求出比值来，而除法则要求出商来。

4. 分数和除法的区别：除法是一种运算，而分数可以看作是一种运算，更主要的是将分数看作一种独立的数。

5. 除法、分数、比在读法上也不同。在除法 $a \div b$ 中，可读作“a除以b”也可读作“b除a”，但分数 $\frac{a}{b}$ 只能从分母读起，读作“b分之a”不能反读； $\frac{a}{b}$ （或 $a:b$ ）则只能从前项读起，读作“a比b”。

5. 求比值与简化比的区别：比的前项除以后项，所得的商叫做比值。例如： $3:2 = 3 \div 2 = 1\frac{1}{2}$ 。

简化比是应用比的前项和后项都乘以或除以相同的数（零除外）比值不变的性质，把比化成最简单的整数比。

例如： $36:16 = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} = 9:4$ 。

6. 正比：甲数对乙数的比叫做正比。

例如：4与5的正比是 $4:5 = \frac{4}{5}$ 。

7. 反比：把比的前项作为后项，后项作为前项，得到的比叫做原来比的反比。

例求：4:5的反比是5:4。

8. 单比：两个简单的数量所组成的比叫做单比。

例如：完成一项工程前后所用的时间的比为3天：12天 $= 3:12 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 1:4$ 。

9. 复比：两个（或几个）单比的前项的积作前项，后项积作后项，所成的新比叫做这几个单比的复比。

例如：
$$\left. \begin{array}{l} 12:10 \\ 5:4 \end{array} \right\} = 12 \times 5 : 10 \times 4$$

10. 连比：三个或三个以上的量组成的比，叫做这三个量的连比。

例如：甲与乙的比是5:4，乙与丙比是4:3，那么甲、乙、丙的连比是5:4:3。

比与比值：

11. 比与比值的区别：例如 $\frac{5}{8}$ 可看为“5:8”，也可看为5:8的比值为 $\frac{5}{8}$ ，所以比和比值容易混淆，其区别是：

比是表示两个相除的关系，它有前后两个项，而比值是表示前后两项相除所得的

商，结果是一个数。

12. 比和比例的区别：

	意 义	项 数
比	表示两个数相除关系	两项（前项、后项）
比例	表示两个比相等的式子	四项（两个前项、两个后项）

13. 比的基本性质：比的前项和后项都乘以或者除以相同的数（0除外），比值不变。

例如： $4 : 12$

$$= (4 \times 2) : (12 \times 2)$$

$$= (4 \div 2) : (12 \div 2)$$

应用比的性质，可以把比化成最简单的整数比。

14. 比例的基本性质：在比例中两个外项的积，等于两个内项的积。这是比例的基本性质。

例如： $4 : 12 = 10 : 30$

外项

内项

两个外项的积： $4 \times 30 = 120$

两个内项的积： $12 \times 10 = 120$

根据比例的基本性质，知道比例中任意的三个项，就可以求出另外一个未知项。

15. 解比例的一般方法：

（1）比例中的一个外项等于两个内项的积除以另一个外项（不为0）

未知外项 = $\frac{\text{内项} \times \text{内项}}{\text{已知外项}}$ 即， $a : b = c : d$, $a = \frac{b \times c}{d}$ ($d \neq 0$)

$$d = \frac{b \times c}{a} \quad (a \neq 0)$$

例如： $3 : 8 = 15 : X$, $X = \frac{8 \times 15}{3} = 40$

（2）比例中的一个内项等于两个外项的积除以另一个内项（不为0）

未知内项 = $\frac{\text{外项} \times \text{外项}}{\text{已知内项}}$ 即， $a : b = c : d$, $b = \frac{a \times d}{c}$ ($c \neq 0$)

$$c = \frac{a \times d}{b} \quad (b \neq 0)$$

例如： $17 : X = 4 : 12$, $X = \frac{17 \times 12}{4} = 51$

16. 成正比的量：两种相关联的量，一种量变化，另一种也随着变化，如果这两种

量中相对应的两个比值（也就是商）一定，这两种量就叫做成正比的量，它们的关系叫做正比例关系。

例如：（1）轮船行驶的速度一定，行驶的路程和时间。

（2）小麦的亩产量一定，小麦的亩数和总产量。

（3）花布的单价一定，花布的总价和尺数。

17. 成反比的量：两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的积一定，这两种量就叫做反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。

例如：（1）轮船行驶的路程一定，行驶的时间和速度。

（2）煤的总量一定，每天的烧煤量和能够烧的天数。

（3）总产量一定，生产效率和生产时间。

第四节 正负数及其四则运算

1. 正负数：

凡是大于零的带有正号的数叫做正数。如+1、+2、+3…（正号也可以不写）

凡是小于零的带有负号的数叫做负数。如-1、-2、-3……

正负数不仅限于整数，也有分数和小数。如 $+\frac{1}{4}$ 、 $-\frac{1}{8}$ 、+1.73、-0.24

通常情况下，正数前面的正号“+”可以不写。

在正负数中，相互对应的数 a 与 $-a$ ，+2与-2互称为相反数，零不算正数，也不算负数。0与-0是同等的。

符号“+”、“-”表示正负数时，叫做性质符号，表示加减时，叫做运算符号。

2. 绝对值：正负数运算中，时常要运用到它们的绝对值。正数的绝对值就是这个正数。例如3的绝对值就是3；负数的绝对值是指与它相反的正数，例如-3的绝对值也是3，零的绝对值就是零。

正数中，绝对值大的数大；负数中，绝对值大的数小。

3. 正负数相加，同号二数相加，取它们绝对值的和作为和的绝对值，用加数的符号作为和的符号。如： $(+2) + (+3) = +5$ 或 $2+3=5$

$$(-2) + (-3) = -5$$

异号二数相加，取它们绝对值的差作为和的绝对值，用绝对值较大加数的符号作为和的符号。如 $(-2) + (+3) = +1$ ，

$$(+2) + (-3) = -1。$$

某数加零，或零加上某数，仍等于某数。零加零其和仍为零。两个相反数的和等于零。如 $(+3) + 0 = +3$ ， $0 + 0 = 0$

$$0 + (-2) = -2，(-2) + (+2) = 0$$

在正负数的加法中，可把括号外的加号略去，而把这些数的性质符号当作运算符