



科學技術用書

# 飛機結構學

**AIRCRAFT STRUCTURES**  
for Engineering Students

復漢出版社印行

T. H. G. MEGSON  
李英民譯著

科學技術用書

飛 機 結 構 學  
**AIRCRAFT STRUCTURES**  
for Engineering Students

**T. H. G. MEGSON**  
李 英 民譯著

復漢出版社印行

香港總代理  
香港世界出版社

香港荃灣德士古道220號－248號

荃灣工業中心14樓

電話：0-289081-6

定價：人民幣13.30

# 原序

在我教授飛機結構的經驗中，我感覺到必須要有一本為主修航空工程的學生所寫出的教科書。雖然已經有幾本此種主題的好書已被出版但均太著重於數據或太專門以致於不符合大學教科書的需要。於是為了填補這個空缺同時供給一個可以完全自修飛機結構的路徑，我寫了這本書。不只包括彈性原理和飛機結構分析同時也有耐飛性及航空彈性方面的主題。

本書可用於為了航空工程學位，高級國家證書，高級國家執照，而研究的學生同時對專研結構方面的學生也有其用處。本書主題的選擇可供給一個學生從二年級的開始直到他的畢業者作為一本教科書。我已經將各主題加以排列，所以他們可以從大約二年級的水準開始學習直到最後一年複習到更進一步的部份；例如樑及柱的不穩定可以在二年級左右的結構不穩定中討論而板及格段的不穩定則可以在最後一年研讀。另外我將一些主題合在一起，以加強它們之間的相互關係；所以開口及閉口管的彎曲，剪變及扭轉均放在同一章中以表明它們只是基本結構元件上的不同負荷狀況而已，這樣就比分開來更好。雖然我也了解近來的傾向是只以適項表出分析之方法而後才考慮特定之應用。不過我覺得前面所描述之情況有益於學生對主題的了解以及可看出不同理論之間的關係及異同。

本書的第一部，“彈性原理”，第 1 章至第 6 章，包含了足夠的彈性理論以供給學生在結構分析時作基本工具之用。這些工作相當有代表性而可以某些原始例子表出。在第 4 章中我們已儘量闡明能量分析法的利用，同時對可利用能量法解決的不同形式結構問題作一些舉例。如此，雖然我們討論到好些不同的方法，但我們最重要的乃是補餘能及位能法，在這之中我已將每一分析方法之任務及限制作一指示。

第二部“飛機結構之分析”，第 7 章至第 11 章，包括用於飛機中薄壁、多穴式結構之分析，另外第 7 章包括結構材料之討論，結構元件之加工及製造還有結構理想化之介紹。第 10 章討論到第 8 章及第 9 章中所討論理論的限制以及調查軸向限制影響時的理想化需要。結構分析中計算方法的介紹則示於 11 章，同時也包含連續結構相當現代有限元素法的某些基本應用。

最後，第三部“耐飛性及航空彈性”第 12 章及第 13 章只重於本身的解釋。

在本書中有許多例子用來解釋理論而另有一些未作好的問題及答案附於每章之末；本書全用 SI 單位制。

我很感謝倫敦大學（L.U）及李德大學，因為他們允許我使用他們畢業

論文上所用的一些例題同時也感謝李德大學的土木工程系他們在我準備材料時給予我甚多的方便。我也非常感謝我的妻子 Margaret，她承擔繁重的原稿打字工作同時又細心照顧我們的家及我們的三個兒子，Andrew，Richard 及 Antony。

T.H.G. MEGSON

# 飛機結構學／目次

## 第一部 彈性原理

第一章 基本彈性 Basic Elasticity.....	1
1 - 1 應力.....	1
1 - 2 力及應力的表示法.....	3
1 - 3 平衡方程式.....	5
1 - 4 平面應力.....	6
1 - 5 邊界條件.....	7
1 - 6 應力轉換.....	8
1 - 7 主應力.....	9
1 - 8 應力莫氏圓.....	11
1 - 9 應變.....	14
1 - 10 適用方程式.....	18
1 - 11 平面應變.....	19
1 - 12 應變轉換.....	20
1 - 13 主應變.....	23
1 - 14 應變莫氏圓.....	24
1 - 15 應力應變關係.....	24
1 - 16 表面應變的實驗測量	28
參考書.....	30
問題.....	30
第二章 彈性中的二次問題 Two-dimensional Problems in Elasticity.....	34
2 - 1 二次問題.....	35
2 - 2 應力函數.....	36
2 - 3 反逆及半反逆方法.....	37
2 - 4 St. Venant 氏定理	40
位移.....	41
末端負載懸臂樑的彎曲.....	42
參考書.....	47
問題.....	47
第三章 固體截面之扭轉 Torsion of Solid Sections.....	50
3 - 1 Prandtl 應力函數解.....	50
3 - 2 St. Venant 氏翹曲函數解.....	60
模狀類比.....	62
狹窄矩形板條之扭轉	64
參考書.....	65
問題.....	66

## 第四章 結構分析的能量方法

### Energy Methods of Structural Analysis ..... 68

4 - 1	應變能及補餘能.....	69	用.....	84
4 - 2	總位能.....	71	4 - 8 單位負載法.....	99
4 - 3	虛功原理.....	72	4 - 9 重疊原理.....	101
4 - 4	總位能穩值理論.....	73	4 - 10 交換理論.....	102
4 - 5	總補餘能穩值原理.....	75	4 - 11 溫度影響.....	106
4 - 6	變形問題的應用.....	76	參考書.....	109
4 - 7	靜不定系統解法的應 問題.....			109

## 第五章 薄板之彎曲 Bending of Thin Plates ..... 120

5 - 1	薄板之純彎曲.....	120	5 - 5 具有小量初值曲率薄 板的彎曲.....	141
5 - 2	承受彎曲及扭轉之板	123		
5 - 3	承受分佈橫斷負荷的 板.....	127	5 - 6 薄板彎曲的能量法.....	142
5 - 4	薄矩形板上彎曲及平 面負荷的結合.....	137	參考書.....	150
			問題.....	151

## 第六章 結構不穩定 Structural Instability ..... 154

6 - 1	柱的 Euler 形皺曲	154	驗決定法.....	178
6 - 2	非彈性皺曲.....	157	6 - 9 局部不穩定.....	178
6 - 3	初始缺陷的影響.....	162	6 - 10 加強格段的不穩定.....	180
6 - 4	在橫斷及軸向負荷下 桿的穩定性.....	164	6 - 11 板及加強格段的破壞 應力.....	182
6 - 5	用能量法計算柱之皺 曲負荷.....	169	6 - 12 薄壁柱的扭轉性不穩 定.....	185
6 - 6	薄板的皺曲.....	173	6 - 13 張力場桿.....	189
6 - 7	板的非彈性皺曲.....	176	參考書.....	194
6 - 8	平面臨界的負荷的實 問題.....			195

## 第二部 飛具結構之分析

## 第七章 應加作用下表皮的裝置原理

Principles of Stressed Skin Construction.....205

7 - 1	飛機裝置的材料.....	205	7 - 5	結構理想化.....	223
7 - 2	結構部份的負荷.....	214		參考書.....	228
7 - 3	結構構件的任務.....	217		問題.....	228
7 - 4	結構元件的材料加工	219			

## 第八章 開口及閉口薄壁管的彎曲，剪變及扭轉

Bending, Shear and Torsion of Open and  
Closed, Thin-walled Tubes.....230

8 - 1	開口及閉口管的一般 彎曲工程理論.....	230	8 - 5	閉口管的扭轉.....	260
8 - 2	開口及單穴閉口管的一 般應力，應變及位移 關係式.....	244	8 - 6	開口管的扭轉.....	265
8 - 3	開口管的剪變.....	248	8 - 7	開口及閉口管分析的 構柱結果.....	268
8 - 4	閉口管的剪變.....	253	8 - 8	開口及閉口管的變形	274
				參考書.....	278
				問題.....	278

## 第九章 多穴式管 Multicell tubes.....292

9 - 1	彎曲.....	292	9 - 6	推拔的影響.....	308
9 - 2	扭轉.....	295	9 - 7	多穴管的變形.....	314
9 - 3	剪變.....	300	9 - 8	此分析的限制.....	317
9 - 4	剪模數之變化.....	304		參考書.....	317
9 - 5	剪中心及撓曲軸.....	308		問題.....	318

## 第十章 軸向拘束 Axial Constraint.....323

10 - 1	軸向拘束的一般狀況	323	10 - 4	剪擴散.....	334
10 - 2	在一固定端的剪應力 分析.....	325	10 - 5	雙對稱單穴六構柱管 承受剪變下的軸向拘 束應力.....	343
10 - 3	雙對稱單穴，四構柱 管在扭轉下的軸向拘 束應力.....	328	10 - 6	開口管之軸向拘束應 力.....	346

參考書	360	問題	361
<b>第十一章 結構分析的矩陣方法 Matrix Methods of Structural Analysis ..... 368</b>			
11-1 記號	369	11-6 空間框架的矩陣分析	384
11-2 一彈性彈簧的剛性矩 陣	370	11-7 一均勻桿的剛性矩陣	386
11-3 兩彈性彈簧同時排列 的剛性矩陣	371	11-8 連續結構的有限元素 法	394
11-4 銷接構架的矩陣分析	375	參考書	407
11-5 對靜不定構架的應用	383	問題	408
<b>第三部 耐飛性及航空彈性</b>			
<b>第十二章 耐飛性 Airworthiness ..... 414</b>			
12-1 安全性係數——飛行 包絡線	414	向加速度	425
12-2 負荷係數的決定	416	12-5 陣風負荷	428
12-3 對稱變航負荷	420	參考書	434
12-4 不同形式變航時的法		問題	434
<b>第十三章 基本航空彈性 Elementary Aeroelasticity ..... 438</b>			
13-1 負荷分佈及發散	439	13-4 動力航空彈性現象	469
13-2 控制有效性及反態	445	參考書	473
13-3 結構振動	451	問題	473

# 第一部 彈性原理

## FUNDAMENTALS OF ELASTICITY

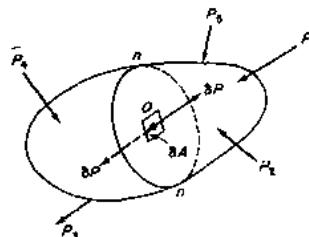
### 第一章 基本彈性

#### Basic Elasticity

在本章中，我們要討論到將在本書後面部分發展所需要彈性理論的基本觀念及關係。本章我們分三部份來討論，應力、應變及應力－應變關係。我們所以將三個部份放在此章的結尾乃是為了要強調應力及應變的分析，例如在應用平衡方程式時並不必假設出一種特殊的應力－應變比。也就是說從1.1節至1.14節中所導出的關係式都適用於非線性以及線性彈性體。

#### 1.1 應 力 ( Stress )

考慮圖1.1中所示三次固定形狀的物體。此物體在外力 $P_1, P_2, \dots$ 的作用下處於平衡狀態。同時假定它是由一種具連續性及不變性的材料所構成。如此所有外力可以直接傳遞過整個體積。所以在任一內部點O存在一合力 $\delta P$ ，而在O點材料質點對外力 $\delta P$ 形成平衡，所以在此必存在一相等且符號相反之力量 $\delta P$ （圖1.1中所示之點綫）同時作用於此質點上。



■ 1.1 固定形狀物體中一點的內力

假設我們現在用任一包含  $O$  點的平面  $nn$  將此物體分開則會如圖 1.2 所示，此兩力  $\delta P$  可以被想成平均分佈於兩極外面積  $\delta A$  上。此兩面積為在平面上對映於  $O$  點的兩面上。如此在  $O$  點上的應力可以用一方程式表示出

$$\text{應力 ( Stress )} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta P}{\delta A} \quad (1.1)$$

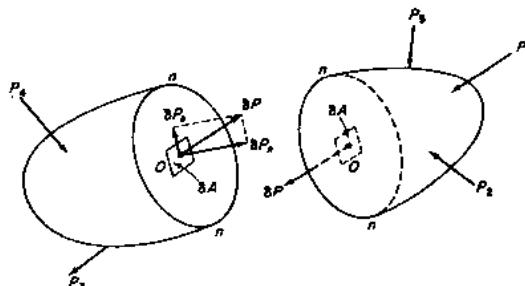


圖 1.2 在點  $O$  的內力分量

圖 1.2 中力  $\delta P$  的方向在平面  $nn$  的表面上產生了伸張應力 ( tensile stress )。此處我們要了解，不管平面是如何的選擇， $\delta P$  的方向是一定的。所以雖然在  $O$  點應力的方向永遠是  $\delta P$  的方向，但它的數值將依據真實平面而定，因為不同的平面具有不同的斜率，也同時有不同的  $\delta A$  面積值。我們看圖 1.3 就可以有更簡潔的了解，一桿承受一簡單張力。在  $mm$  截面平面上均勻應力為  $P/A$  而在傾斜平面  $m'm'$  上其應力之數值為  $P/A'$ 。在這兩例中應力均與  $P$  的方向平行。

一般來說  $\delta P$  的方向並不一定垂直於面積  $\delta A$ ，在前例中我們可以將  $\delta P$  分成兩分量，一為  $\delta P_n$ ，垂直於平面，另一個  $\delta P_s$ ，包含在平面本身（參考圖 1.2）。這兩種力所造成的應力，一為垂直或稱直接應力定義為

$$\sigma = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta P_n}{\delta A} \quad (1.2)$$

另一為剪應力 ( shear stress ) 定義為

$$\tau = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta P_s}{\delta A} \quad (1.3)$$

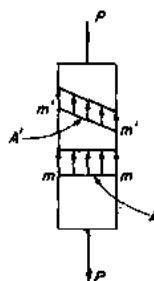


圖 1.3 一均勻桿上不同平面的應力值

藉著向量相加的一般方法，我們將總合應力計算為，

$$\text{總合應力} = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

正確的來說，應力並不只是用數值與方向特定的向量，我們必須將應力作用的平面確定。這樣說來應力就是一種張量 (tensor)，它的完全描述要依據力量的向量及作用的表面來決定。

## 1.2 力及應力的表示法

( Notation for forces and stresses )

一般用來表示物體某一點上應力狀態的方法是先設出一直角座標軸  $Oxyz$ 。在此情況時我們將物體以平行軸向的平面來分割。在某一平面上  $O$  點的總合力  $\delta P$  將可利用一垂直分量及兩個沿平面的分量所表示如圖 1.4 如此造成一直接應力分量及兩個剪應力分量。

此直接應力分量可以利用其作用的平面來確定。但剪應力分量需要利用平面上的方向來確定。於是我們分配一直接應力的描述來定出它所作用的平面另外兩個剪應力的描述先確定平面，第二個定出方向。如此在圖 1.4 剪應力分量為  $\tau_{zz}$  及  $\tau_{xz}$ ，作用於  $z$  平面而在直接應力為  $\sigma_z$  時定出  $x$  及  $y$  的方向。

我們現在可以利用如圖 1.5 所示的方法完全的將某物體上  $O$  點應力的狀態利用一單位正方體  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$  諸邊面上剪應力及直接應力分量的特定表示出來。

此單位元素的諸邊均為無限小，所以在每一面上的應力均設為均勻分配。對前面的簡化方式來說，此正方體的每一對稱表面均有一對相等而反號的

應力。

我們現在定義圖 1.5 中應力的諸方向為正。如此從這些相對表面垂直離開的應力為伸張且正號，而相向的壓應力為負號。當直接伸張應力作用於座標軸的正向時而剪應力也作用於相關軸的正向時，這些剪應力為正向。假設伸張應力在反向時，則正號的剪應力就是當其作用於相關軸走向的反向時。

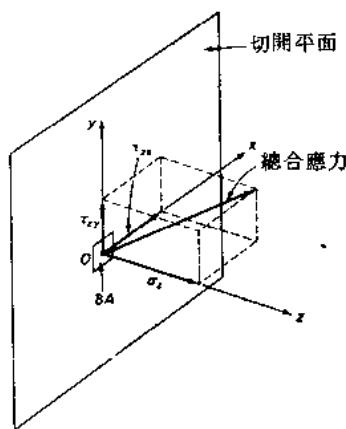


圖 1.4 一物體上某點的應力分量

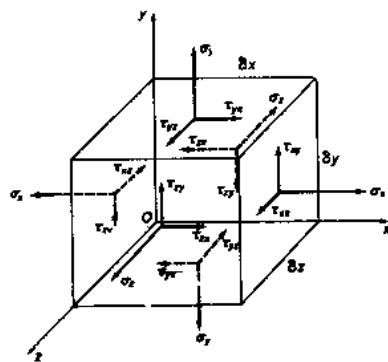


圖 1.5 一物體某點上諸應力符號的習慣命名法。

我們已經討論過有兩種形式的外力作用在物體上可以產生內應力系統。其一為表面力 (surface forces) 例如  $P_1, P_2, \dots$  成液體靜壓力，分佈在物體的表面面積上。每單位面積的表面力可以化成平行，我們直角系統座

標軸的分量而一般是以  $\bar{X}$ 、 $\bar{Y}$  及  $\bar{Z}$  的記號來表示。第二種力是由地球引力及慣性影響所產生的這些力稱之為體力 (body forces)。這種力分佈於物體的整個體積上，每單位體積體力的分量可以  $X$ 、 $Y$  及  $Z$  的記號來表示。

### 1.3 平衡方程式 (Equations of equilibrium)

一般來說，除了在均勻應力的狀況下，圖 1.5 中所示單位正方體對應面上的直接及剪應力將不會相等，但它們之間的差異很小。我們可以說，假如  $z$  平面上的直接作用應力為  $\sigma_z$  時，作用於  $z + \delta z$  平面上的直接應力將會是泰勒展開數列 (Taylor's series expansion) 的頭兩項  $\sigma_z + (\partial \sigma_z / \partial z) \delta z$ 。

我們現在要找出一彈性體中某內部點上單位正方體的平衡狀況，其中的應力系統可以利用剛才討論的方法來導出。

圖 1.6 中的單位元素諸已示應力及體力分量 (未示) 均在平衡狀況。表面力作用在物體的邊界上，雖然對內應力系統有所貢獻，但並沒有直接顯示在平衡方程式中。

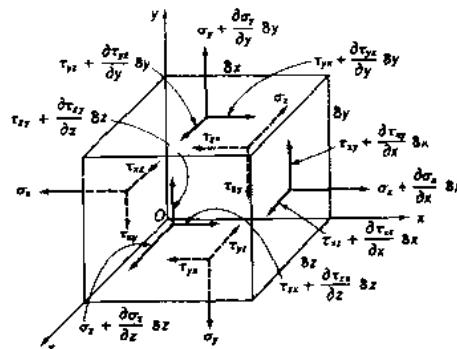


圖 1.6 彈性物體中某點單位元素諸面上之應力。

對單位元素中心平行  $z$  座標軸之軸取力矩平衡。

$$\begin{aligned} & \tau_{xz} \delta y \delta z \frac{\delta x}{2} + \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \delta x \right) \delta y \delta z \frac{\delta x}{2} - \tau_{yz} \delta x \delta z \frac{\delta y}{2} \\ & - \left( \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \delta y \right) \delta x \delta z \frac{\delta y}{2} = 0 \end{aligned}$$

簡化後

$$\begin{aligned} & \tau_{xz}\delta y\delta z\delta x + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}\delta y\delta z - \frac{(\delta x)^2}{2} - \tau_{yz}\delta x\delta z\delta y \\ & - \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}\delta x\delta z - \frac{(\delta y)^2}{2} = 0 \end{aligned}$$

諸項除以  $\delta x\delta y\delta z$  後再取  $\delta x$  及  $\delta y$  極限為零，

則可得  $\left. \begin{array}{l} \tau_{xz} = \tau_{yz} \\ \tau_{zz} = \tau_{yy} \\ \tau_{yz} = \tau_{xy} \end{array} \right\}$  (1.4)

現在考慮此單位元素在  $x$  方向的平衡可得，

$$\begin{aligned} & \left( \sigma_x + \frac{\partial\sigma_x}{\partial x}\delta x \right) \delta y\delta z - \sigma_z\delta y\delta z + \left( \tau_{yz} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}\delta y \right) \delta x\delta z \\ & - \tau_{yz}\delta x\delta z + \left( \tau_{zz} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z}\delta z \right) \delta x\delta y \\ & - \tau_{xy}\delta x\delta y + X\delta x\delta y\delta z = 0 \end{aligned}$$

而得，  $\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} + X = 0$

或者，由式(1.4)得出之  $\tau_{xy} = \tau_{yz}$  及  $\tau_{zz} = \tau_{yy}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial z} + X = 0 \\ \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial z} + Y = 0 \\ \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + Z = 0 \end{array} \right\} \quad (1.5)$$

以上的平衡方程式可以適用於三次力系統作用下某可變形物體的任何內點。

#### 1.4 平面應力 (Plane stress)

大多數的飛機結構材料都是由薄金屬板作成的，所以橫過板子截面的應力一般都被省略。假設  $z$  軸是厚度的方向，於是 1.3 節的三次情況可以減

少到二次情況，而  $\sigma_z$ ， $\tau_{xz}$  及  $\tau_{yz}$  均為零。這種情形被稱為平面應力（Plane stress）；平衡方程式簡化成

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

### 1.5 邊界條件 (Boundary conditions)

(1.5) 平衡方程式，(也就是在二次系統中的(1.6)式)，可以滿足一物體所有內部點平衡狀態的需要。同時在每單位面積表面力分量為  $\bar{X}$ 、 $\bar{Y}$ 、 $\bar{Z}$  時，此平衡狀態也必須滿足所有在此物體邊界上的位置。如圖 1.7 所示在表面力作用在元素  $AB$  邊界上及內力作用在內表面  $AC$  及  $BC$  時，此一在兩次物體中的三角形元素也處於平衡狀態下。將  $x$  方向所有的力相加，則

$$\bar{X}\delta s - \sigma_x \delta y - \tau_{xy} \delta x + X \frac{1}{2} \delta x \delta y = 0$$

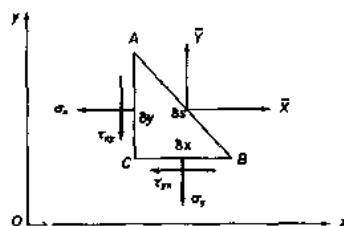


圖 1.7 兩次物體邊界層上一單位元素的應力。

當，取  $\delta x$  的極限為零時，式子變成

$$\bar{X} = \sigma_x \frac{dy}{dx} + \tau_{xy} \frac{dx}{ds}$$

導函數  $dy/ds$  及  $dx/ds$  為  $AB$  與  $x$  及  $y$  軸各自所造成的方向餘弦  $l$  及  $m$ 。

如此

$$\bar{X} = \sigma_x l + \tau_{yz} m$$

以同樣的方法可得  $\bar{Y} = \sigma_y m + \tau_{xz} l$

我們將此結果擴展至三次物體邊界條件的分析時可得。

$$\left. \begin{array}{l} \bar{X} = \sigma_x l + \tau_{yz} m + \tau_{zx} n \\ \bar{Y} = \sigma_y m + \tau_{xz} l + \tau_{zy} n \\ \bar{Z} = \sigma_z n + \tau_{zy} m + \tau_{xz} l \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

此式中的  $l$ ,  $m$  及  $n$  乃是  $x$  軸,  $y$  軸及  $z$  軸各與物體表面所形成的方向餘弦。

## 1.6 應力轉換 ( Stress transformations )

圖 1.6 中所示的整個應力系統是在考慮某真實負荷加在物體上的情況後導出的，我們參考了一種被預先決定的座標軸。這些應力值可能並非涵蓋全部在此點的應力值，所以我們必須計算在其他平面上應力的狀態，是否直接及剪應力的狀態會較大。

我們將分析限制在 1.4 節所定義兩次系統的平面應力。

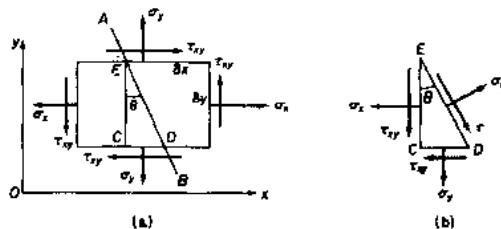


圖 1.8 (a) 兩次矩形單位元素上之應力。  
(b) 某點一傾斜平面上之應力。

圖 1.8 (a) 所示乃是在一物體上某點的整個應力系統參考於軸  $Ox$ ,  $Oy$ 。所有的應力均以 1.2 節之定義為正號。而在 1.3 節中，我們證明剪應力  $\tau_{xz}$  及  $\tau_{yz}$  將會相等，於是將它們都以  $\tau_{xz}$  表示。單位元素的邊  $\delta x$  及  $\delta y$  非常小，所以在整個通過單位元素諸邊的應力分佈將為均勻的。體力 ( body forces ) 將不考慮因為它們為二次項。

假定我們需要找出與垂直方向傾斜  $\theta$  角的平面  $AB$  上的應力狀態。圖