

天象談話

天象談話

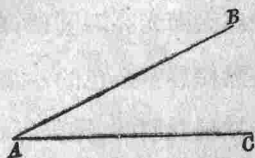
第一課 幾何學

1.——用幾何學量天。2.——角。3.——垂直線和斜線。3.——銳角，鈍角，直角。4.——圓周，半徑，直徑，弧。4.——圓周的分度。5.——量角器。5.——測量角度。5.——經緯儀。6.——多邊形外角的總和。6.——實驗證明和理論證明。7.——三角形。7.——三角形三角的總和。8.——各種不同的三角形。8.——三角形內兩銳角的總和。（數目字表示節數）

1. 假如我們憑外表來判斷天空，那麼我們就要把牠看作一座大而光亮的圓頂，白天是蔚藍的顏色；夜間是漆黑的顏色，還點綴着黃金色的小星。但是科學指示我們，這些外表情形都是欺騙我們的，牠告訴我們，並沒有天那麼大的天花板彎着圍繞我們。空間在我們腳下和我們頭上一樣是無限境的，在右面也和在左面一樣；那兒有無數的星羣住着，我們睜眼的瞎子祇能在那兒看到亮晶晶的點子，空間是向地平線去的四方八面

漫延的，祇有大自然纔知道牠的中心和牠的邊界，也祇有他的視力能够看去。地球在這些漫無限制的天地中浮動着，在整個的天地中是個無足輕重的東西，就好像在一道陽光裏面的一粒微塵似的。我們爲要得到宇宙深淵的知識，和求出各種天體的距離，和牠們真實的大小起見，所以我們要探索幾何學以求得我們的幫助。我承認那是一門困難的科學，牠能使少年人的頭腦感到興趣，除非是很年幼的，但是你放心好了，我不會使你因學習定理而感到倦厭，也許那些定理會出你意料的容易。祇要很基本的解說就够了。假如有一些乾燥無味的幾何學章節阻止了你前進，那麼你就得緊張地坐好，聚精會神地去研究，因爲要這樣去對付纔配度量天空，和測勘宇宙呢。孩子們，你想想看，那可是祇費幾分鐘就能得到的價值呢？好，就從這兒起始。

2. 我們所稱的一個角，就是兩條直線互相交叉，牠們中間所展開的地位的大小。這兩條線所交的那點叫做角的『頂』，這兩條線自己就叫做角的兩邊。這樣，比方說吧，AB和AC（第一圖）兩條直線，相交在A點，彼此離開，在牠倆之間展開的地方，便留下一



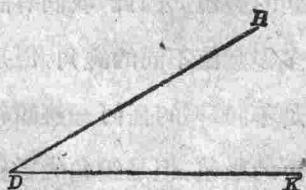
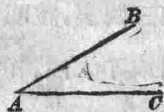
第一圖

個空間，這個空間便叫角。A點就是這角的頂，而AB和AC就是邊。爲了表明角起見，我們就用三個字表明邊，但是總是拿

在頂的那個字放在中間。因此我們把這個角念成和寫成CAB角或BAC角是沒有分別的，可是我們不能把牠念作ABC角。如果非要把角表明出來不可時，祇要注意在角頂的字就行了。用一個字或數目放在牠所張開地方的裏面，也可以表明角。

直線是沒有盡頭的，因為牠總能延長出去的。因此一個角的數值對於牠邊的長短是沒關係的，我們儘可以隨我們的意，要把邊弄多長多短都行，對於牠們的傾斜是絲毫沒有改變的。

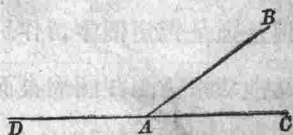
因此（第二圖內），BAC和HDK兩個角是相等的，祇要牠們邊的斜度是相等的，無論邊是畫得怎樣長都沒關係。最後，沒有什麼東西能阻止我們設想BAC角的邊畫得和HDK角的邊那樣長，就是再長也是一樣的，因為一道直線



第二圖

是沒有盡頭的，在我們圖上畫的直線，牠每一部份都一定有無限延長的能力。

3. 讓DC直線和另一條直線BA相交（第三圖）。這樣我們就有了兩個角——一個小的是BAC，一個大些的是DAB。這個小的叫做銳角，那個大的叫做鈍角。我們



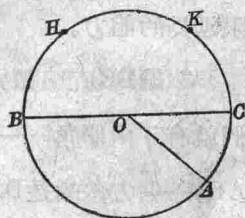
第三圖

假想AB線向上移動不已。那麼銳角便增大而鈍角便減小。過一會兒，當BA直線完全向上時，牠不向DC線的任何一方傾斜，見第四圖所畫的。在那個時候， $\angle BAC$ 和 $\angle BAD$ 兩個角都一樣大小。於是我們就說BA垂直於DC，這樣形成的兩個相等的角，便叫做直角。凡不是垂直的線，就叫做『斜線』。

第四圖

在第三圖裏，證明BA線能隨便向DC傾斜多少，牠能够成爲很傾斜或不大傾斜的斜線，這樣便改變了銳角和牠鄰近鈍角的數值。因此，我們有許許多多數值不同的銳角，還有許許多多數值不同的鈍角，但是祇有一個直角，因爲祇有一個地位是不向DC的任何一邊傾斜的。總而言之：直角有一個不會變更的數值，但是銳角的數值是有很大的變化的，牠總在小於直角的數值裏變化，鈍角也是變化的，但牠總在大於直角裏變化。

4. 當我們用圓規畫一條曲線時，我們把這條由圓規上的移動尖端所畫的線，叫做『圓周』，那個固定點叫做圓心。圓周有時叫做圓，但是還是把這個字留作別的用好，因爲牠是指被圍在圓周裏面的平面說的。由圓心畫到圓周的每一條直條，比

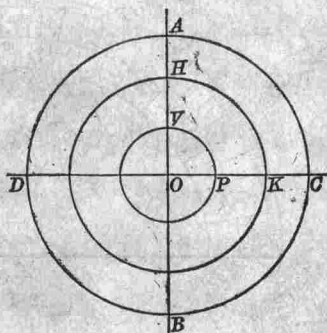


第五圖

方像OA（第五圖），就叫做『半徑』。當然囉，一個圓裏面的半徑數目是無限的，牠們的長都是相等的，因為牠們每一條都是畫圓時圓規兩點之間的距離。通過圓心，兩端都達到圓周的直線，就叫做『直徑』，比方像BC。一根直徑是半徑之長的兩倍，而且牠把圓周分作兩個相等的部份。最後，圓周上面任何一段，像HK，這就叫做圓的『弧』。

規定把每一個圓周分爲360個相等部份，每一部叫做『度』；每一度又分作60個相等部份，這叫『分』；每一分分作60個相等部份，這叫做『秒』（註）。於是，整個圓周有360度，或是21,600分，或是129,600秒。

一個圓的度數不是用英尺或公尺的尺度來量的。牠們僅僅表明在這個弧裏含有圓周的那一份。因此，我們說一個圓的弧是90度，那僅僅說這個弧含有圓周360分之1的90倍，或即是圓周的四分之一，牠並沒有含着任何長度的意思。依照圓面積的大小，牠所屬的弧也能

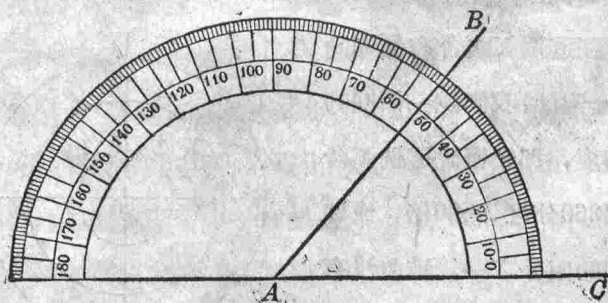


第六圖

（註）一個圓弧的這些分和秒切不可和時間上的分秒弄混。雖然牠們的名稱是相像的，但是牠們並沒有相同的地方。

大能小，然而牠們的度數是相等的。如果我們繞着圓心O畫三個圓（第六圖），再通過圓心畫AB和DC兩條直線，使牠們相交為直角，彼此互相垂直，那麼這三個圓裏的任何一個，都被平分為四個相等部份，雖然AC, HK, 和VP，牠們這三個弧的長度不同，但是牠們的度數是相同的。牠們每一個都是90度，因此牠們都是牠們圓周的四分之一。

5.『量角器』是一種角質或人造象牙做成的透明的半圓，把牠平分作度數。直徑是刻在底部的，從這根直徑的一極端所刻出的數目自0到180，這就是一個完全圓周的一半，也就是說360度的一半。量角器是測量畫在紙上的角的。

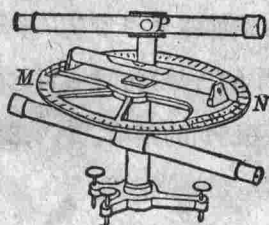


第 七 圖

因此，爲了要求得BAC角（第七圖）的數值起見，就拿量角器放在這個角上，使這個器具的中心放在這個角的A頂，

而直徑便和這角的一邊相合，如AC。然後我們再把角的那一邊在圓上所截的分度線讀出來就得了。在這個圖裏面的是截在50度的分度線上。這就是說這個角的數值是50度。一個直角的數值總是90度，即圓周的四分之一。一個銳角所含的總比90度小，而一個鈍角所含的總比90度大。

在天文學上，或就在平常的測量上，那要用很大的銅的量角器，安在三角架上，這個測量角度的儀器叫做經緯儀（第八圖）。在這些儀器上面可以讀到圓弧的『分』以下的數目，就是弧的秒度也可以讀出。經緯儀上有兩個



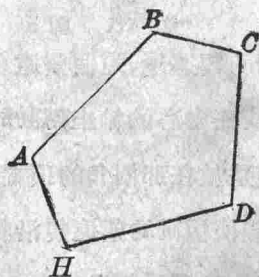
第八圖

望遠鏡，一個是沿着量角器的直徑看的望遠鏡，這個望遠鏡是固定不動的。另外一個是可以繞着安在中心的軸上轉動的望遠鏡。測量在空間中的角時，經緯儀是放在那個角的頂端，固定着的望遠鏡便指向角的一邊，然後使活動的望遠鏡沿着另一邊指好。這樣纔好把刻在儀器邊緣上的度數讀出來。

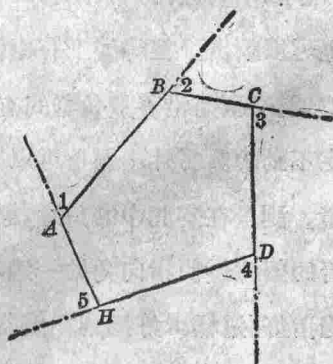
6. 由幾根直線依次互相交遇成的圖形，叫做『多邊形』。如果多邊形祇有三個邊的，那就叫三角形；如果有四個邊，五個邊，六個邊，或是邊再多一些的，那就叫四邊形，五邊形，六邊形，等等。

一個多邊形的形式，能够起無限的變化；牠可以隨便有多少邊，牠可以大也可以小，牠可以各邊都相等或是各邊都不等，牠可以由各邊所成的角都相等，或是不相等。然而，在所有這些變化的幾何圖形中，有一件事卻是永遠不變的，我們就要討論的。

讓我們在紙上，畫一個隨便什麼樣的多邊形，愛怎樣就怎樣，比如像多邊形 $ABCDH$ （第九圖）。假如我們把這個多邊形中的各邊，向同一的方向裏延長出去，如第十圖，我們就得到一個角的系列，1, 2, 3, 4, 5，這五個角叫做多邊形的外角。



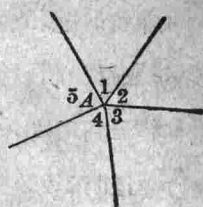
第 九 圖



第 十 圖

讓我們想像這些角都被剪刀剪下來，然後又繞着同一點，邊對邊地排起來（第十一圖）。牠們總是這樣的，不論多邊形的形狀和邊數多少，這些角總可以湊成一個完全不缺的一圈，把牠

們一個一個地排置起來，那麼最後的一個總是填上第一個和末了一個——除去牠自己——中間的地位。現在，如果我們繞着 A 點（第十一圖）畫一個圓，那是很清楚的告訴我們：如此一點缺縫也沒



第十一圖

有的繞着這點所組合的這些角，就是一個整個的圓周。於是，任何多邊形外角的總和總是等於 360° 。（註）

這真是個奇怪的性質，我很誠懇地要求你，請你去證明這個性質，把各種不同的多邊形畫在紙上，再把牠的外角剪下來，再繞着共同的一點聚集起來。稍爲想一下，你就可以預知這個特性。事實上（第十圖），你可以注意到，多邊形的外角 1, 2, 3, 4, 5，每一個角都向圖所畫在的那個平面上，一個特殊的區域裏伸展，在經過那個平面所有可以想得到的方向裏，容納牠們的集合。因此，假如牠們是繞着一共同點集合的，那麼牠們必定包括所有可能的方向，於是牠們就湊成一完全無缺的一圈。比如在第十圖的 2 角經過平面，到 1 角的旁邊，3 角又到 2 角的旁邊，這樣下去牠們不是成爲一圈了嗎？

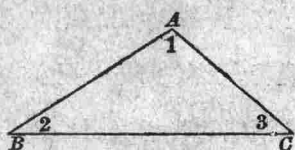
7. 三角形是一個最簡單的多邊形。牠祇有三個邊。雖然牠很簡單，但是牠也有極複雜的多邊形所俱有的特性，那就是說，

（註）角是凹入的多邊形例外，因爲在那種情形中的定律是不同的。

牠的外角的總和也是360度。從這個我們可以推出三角形的特性，那是對我們以後很有用的。

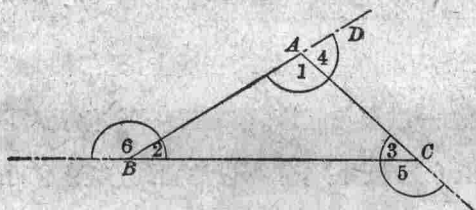
拿三角形ABC（第十二圖）。

我們要證明1 2 3 三角的總和是180度。讓我們先把牠的三邊延長，這樣就形成4, 5, 和6, 三個外角



第 十 二 圖

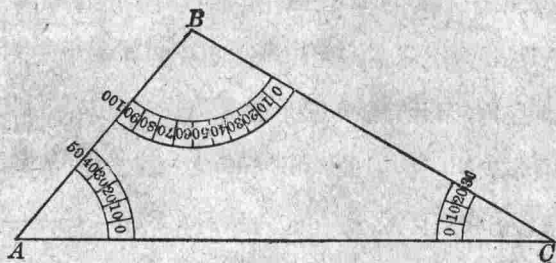
（第十三圖）。1 和 4 兩角合起來等於180度，這是很顯明的，



第 十 三 圖

因為假使我們放一個量角器在上面，牠的直徑就和BAD直線相合，牠的中心就和A點相合，這兩個角就含有組成量角器的半圓。如畫在圖上的半圓。同樣的，3 和 5 兩角之和是180度，2 和 6 兩角也是一樣。這樣我們就知道1, 2, 3, 4, 5, 6, 六角集合起來的總數是180度的三倍。如果從這個總數裏減去4, 5, 6 三外角的總和即等於360度，或即180度的兩倍，那麼我們便得到1, 2, 3, 三角的總和正好是180度。依照上面所說，因此，每一個三角形裏的三角總和是180度。

如果你對我的敘述感到有點不懂，那麼請再做下面的實驗。在紙上畫一個隨便什麼樣的三角形，比如 ABC （第十四圖）。用一個量角器來測量那三個角。 A 角找出是50度， B 角

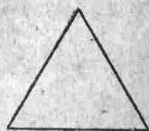


第 十 四 圖

是100度， C 角是30度。50, 100, 30, 這三個數值加在一起正正是180度。好，你總可以沒有例外地在隨便什麼三角形中，求得180度的總和，設使你的測量準確，總不會有什麼困難的，尤其是使用一具簡單的量角器時要格外小心。

8. 在所有各種的三角形裏，我們要特別注意三種。

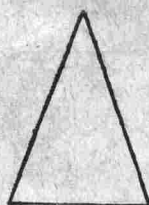
假如像第十五圖，三角形的三邊都相等長，這個三角形是等邊三角形。等邊三角形裏，三個角彼此都相等的，每一個都是180度的三分之一，即60度。



第 十 五 圖

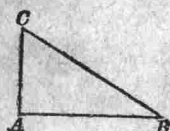
假如三角形裏祇有兩邊是相等的，那就叫做『等腰三角

形』(第十六圖)。等腰三角形中,和兩等邊相對的角是相等的。



第十六圖

假如三角形裏有一個直角,那就叫直角三角形,如第十七圖的ABC三角形。牠的A角是由AB和AC兩條直線互相垂直而成的,牠是一個直角,因此等於90度。因為ABC三角的總數等於180度,因此B和C兩角之和是90度。最後,我們再注意,和直角相對的BC一邊叫做直角三角形的『斜邊』,即『弦』。



第十七圖

祇有那麼一會兒,在這兒我們就完結了毫不過分的幾何學研究。我們將要用這些很基本的東西來幹嗎呢?我們要來測量地球呢!

第二課 測量地球

1. ——地球的圓形，地平線。2. ——一架鐘的圓周。
3, 4, 5. ——測量地球的圓周。4. ——鉛垂線。6. ——
切隻蘋果；球形的最大圈和最小圈。7. ——地球的最
大圈。7. ——徒步的旅行。7. ——雲采翻山越嶺的疾
駛。8. ——世界最高峯和一粒沙。8. ——海洋上的疾
行。8. ——大氣的厚和桃子上的毛。9. ——地球的圓
形並不因表面的不平而有影響。9. ——關於地球的一
些數值。

1. 地球是一個毫無支撐的，浮在太空中浮遊的巨大球體。
讓我們追憶地球是圓形最簡單的證據。在一個光坦的鄉村中，
我們所見的地球是被一根圓線所限制的，這根圓線我們就叫
做『地平線』，無論我們陸高多少，總被這根線限制的。這根
線又好像是平原和天空所交界的線。在海洋上面，各種不規則
的東西，岩石，山丘，和山嶽，這些常阻住視線的東西沒有出現
的時候，地平線的圓形是非常動人的。航船向前行幾天，幾個
星期，幾個月，航行者總是在限制他那視線的那個單調的圓心，
雖然向前走了那麼多時候，也沒有改變他在那圓心的地位。沿

着一條完全圓的線，他總看見水的藍色和天空的藍色參混起來。是不是因為我們視力的薄弱，地平線纔出現的呢？我們的視力不是在一定的距離以外，就不能辨別東西了嗎？不是這個原因，因為要那麼講，我們用望遠鏡就立刻可以把地平線縮回來了。但是並沒有；限制肉眼的那根圓線也限制了最好的望遠鏡的視程。地平線是不可勝過的，因此牠是由地球的視界線而成的，牠是由地球可見部份和不可見部份之間的分界線而成的，牠在每一個地方都彎曲的，因此一個東西在一定界限以外就看不見的原因，並不是我們視力薄弱，而是地球彎曲形的原故。這個結論是很自然的：假如在眼睛所見的地球的範圍總是圓的，那麼地球的本體就是圓的。

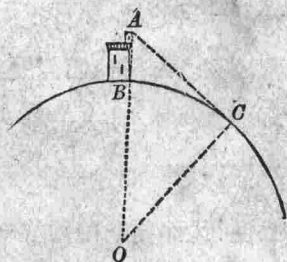
2. 地球是圓的已經認定了，那麼又有個很大的問題發生：這個大球的圓周有多大？牠有幾仟米〔仟字讀千，仟米就是一公里(Kilometre)，等於一千米，米就是公尺〕長呢？我能直爽的告訴你，地球的圓周是40,000 仟米（24,000英里），但是我希望頂好還是要你知道用什麼巧妙的方法測量地球的。去測量一個長度，你祇知道一個方法，那就是帶着一把尺，看牠有多少倍適合在要量的長裏面，就是說用尺去量量那個長，看牠有幾尺。當然，這個方法用在測量地球的周圍時是不適合的。你想：拿着米突尺在滿佈着山嶽的陸地和狂風暴雨的海面上，

去一尺一尺的量，那可不太傻了嗎？人類的力量還不能勝過這件苦事呢。那麼我們怎麼辦呢？我要用幾何學，牠要笑我們對這樣容易的事還有困難呢。

假使你要測量一個鐘面的圓周，無疑的你要照下面的方法去進行。你要正確的繞一根線在牠的面上，然後再放開那根線，量量牠幾寸，結果就是你所要的長度。這是一個直接而完善的方法，但是可不能用在測量地球上面，因為地球太大了。我們測量鐘面的圓周有一個比較間接而簡單的方法。每一架鐘的鐘面都分作十二個相等的部份，等於一天的十二小時。讓我們測量裏面的一份；比方讓我們測量鐘針自12走到1的距離。然後再用12來乘我們所得的長度，這樣我們可不就得到鐘面整個圓周的長了嗎？這個方法有些像應用去測量地球周緣的步驟。我們不能測量地球整個的圓周，但我們可以測量牠圓周的一部份。如果我們再繼續的考察包含在整個圓周裏的長，是那一部份的多少倍，我們就把問題解決了。可是不幸着呢，地球在牠表面上並不像鐘面似的，刻分了相等的部份，所以困難好像還沒有解決。誰來告訴我們地球整個的圓周裏含有我們辛苦測量出的距離多少倍呢？幾何學告訴我們，我們就要知道的。

3. 在一塊廣大而平坦的平地上，我們離地面越高，那麼所

見地平線的範圍也越大。比方說，我們的觀察點是一座塔。在這個觀察所的頂部，讓我們用一架望遠鏡觀察在地平線的那一點，牠是由地球的彎曲限制我們視線之長的。事實上，我們確定是C點



第 十 八 圖

(第十八圖)的地位。然後用普通測量的方法，那就是說，運用測量者的鐵鏈（牠的長是有一定的，由許多定長的鐵鏈連接成的，以作距離的測量用的），把由塔腳到所見在地平線上最遠一點的距離，一下一下的測量出來。換句話說，你去測量BC弧。比方你可以找出的這個距離是50,000米（55,000碼）。你也許要認為那不是一個容易的工作吧，但是祇要你多費些時候，多小心些，你總會成功的。地球的BC弧長我們已經知道了。那麼，現在我們測量整個地球的周緣需要的是什麼呢？我們需要知道在整個圓周內含有那道弧的多少倍；因為，比方說，假如含有一千倍吧，那麼我們就能知道地球的圓周是50,000米的一千倍長，正好像鐘面的全圓周長是由牠的一份之長被十二乘，乘後所得的一樣。但是我們要知道在圓周裏含有一個弧的多少倍，我們一定得知道那個弧是幾度，幾分，幾秒。現在我們要知道那個弧的度數分數起見，我們必得考察COA角，