

幾何原本

三





幾何原本

(三)

利瑪竇口譯
徐光啓筆受

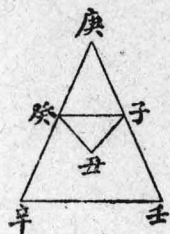
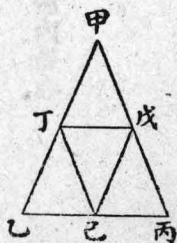
幾本原本第四卷之首

界說七則

第一界

直線形居他直線形內。而此形之各角。切他形之各邊。爲形內切形。

此卷將論切形在圖之內。外。及作圖在形之內。外。故解形之切在形內。及切在形外者。先以直線形爲例。如前圖。丁戊己角形之丁戊己三角。切甲乙丙角形之甲乙丙三邊。則丁戊己爲甲乙丙之形內切形。如後圖。癸子丑角形。雖癸子兩角。切庚辛壬角形之庚辛壬兩邊。而丑角。不切辛壬邊。則癸子丑。不可謂庚辛壬之形內切形。



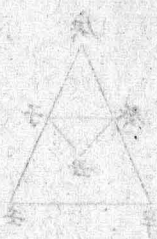
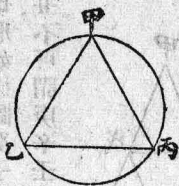
第二界
一直線形居他直線形外。而此形之各邊。切他形之各角。爲形外切形。

如第一界圖、甲乙丙、爲丁己戊之形外切形。其餘各形、倣此二例。

第三界

直線形之各角、切圓之界、爲圓內切形。

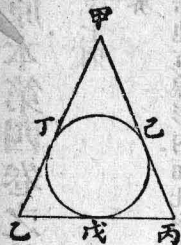
甲乙丙形之三角、各切圓界於甲、於乙、於丙、是也。



第四界

直線形之各邊、切圓之界、爲圓外切形。

甲乙丙形之三邊、切圓界於丁、於己、於戊、是也。



第五界

圓之界切直線形之各邊。爲形內切圓。

同第四界圖

第六界

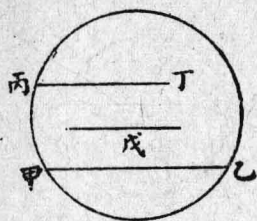
圓之界切直線形之各角。爲形外切圓。

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圓界。爲合圓線。

甲乙線兩界各抵甲乙丙圓之界。爲合圓線。若丙抵圓而丁不至。及戊之兩俱不至。不爲合圓線。



幾何原本第四卷

本篇論圓內外形 計十六題

第一題

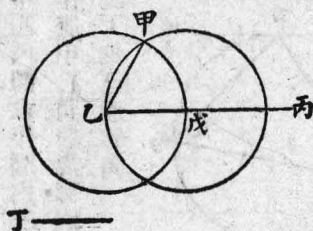
有圓求作合圓線與所設線等此設線不大於圓之徑線。

法曰甲乙丙圓求作合線與所設丁線等其丁線不大於圓之徑線。

徑為圓內之最大線。更大不可合。見三卷十五。

先作甲乙

圓徑為乙丙若乙丙與丁等者即是合線若丁小於徑者即於乙丙上截取乙戊與丁等次以乙為心戊為界作甲戊圓交甲乙丙圓於甲末作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等

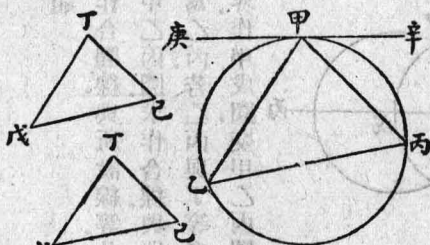


第二題

幾何原本 卷四

有圓求作圓內三角切形與所設三角形等角。

法曰甲乙丙圓求作圓內三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等。先作庚辛線切圓於甲。次作庚甲乙角與設形之己角等。次作辛甲丙角與設形之戊角等。末作乙丙線即圓內三角切形與所設丁戊己形等角。



論曰甲丙乙與庚甲乙兩角等。甲乙丙與辛甲丙兩角亦等。而庚甲乙辛甲丙兩角既與所設已

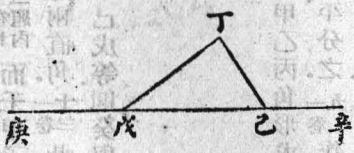
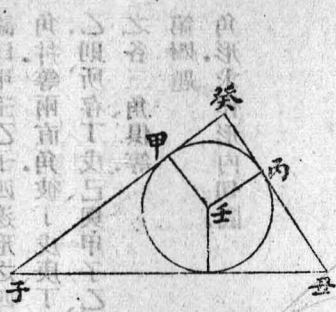
圓內三角切形與所設三角形等角
 法曰甲乙丙圓求作圓內三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等
 先作庚辛線切圓於甲
 次作庚甲乙角與設形之己角等
 次作辛甲丙角與設形之戊角等
 末作乙丙線即圓內三角切形與所設丁戊己形等角

戊、兩角各等。即甲丙乙、甲乙丙、亦與己、戊各等。而乙甲丙必與丁等。則三角俱等。

第三題

有圓求作圓外三角切形。與所設三角形等角。

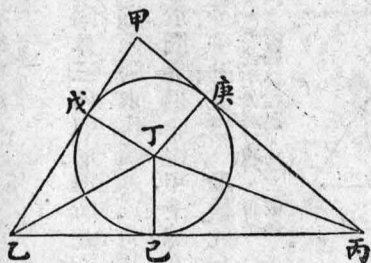
法曰：甲乙丙圓。求作圓外三角切形。其三角與所設丁戊己形之三角各等。先於戊己一邊引長之。爲庚辛。次於圓界抵心作甲壬線。次作甲壬乙角。與丁戊庚等。次作乙壬丙角。與丁己辛等。末於甲乙丙上作癸子。子丑。丑癸。三垂線。此三線各切圓於甲、於乙、於丙。三卷十而相遇於子、於丑、於癸。若作甲丙線癸、丑癸、兩線必相遇。餘二做此。此癸、子、丑三角與所設丁、戊、己三角各等。



論曰。甲壬乙子四邊形之四角。與四直角等。一卷卅二題內而壬甲子壬乙子兩爲直角。卽甲壬乙甲子乙兩角并。等兩直角。彼丁戊庚丁戊己兩角并。亦等兩直角。一卷十三此二等率者。每減一相等之丁戊庚甲壬乙。則所存丁戊己與甲子乙等。依顯丑角。與丁己戊等。則癸與丁亦等。一卷卅二而癸子丑與丁戊己兩形之各三角俱等。

第四題

三角形求作形內切圓。

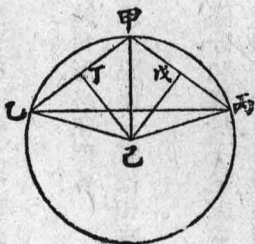
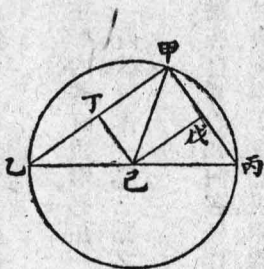
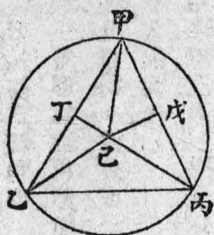


法曰。甲乙丙角形。求作形內切圓。先以甲乙丙角。甲丙乙角。各兩平分之。一卷九作乙丁丙丁兩直線。相遇於丁。次自丁至角形之三邊。各作垂線。爲丁己丁庚丁戊。其戊丁乙角形之丁戊乙。丁乙戊兩角。與乙丁己角形之丁己乙。丁乙己兩角。各等。乙丁同邊。卽丁戊丁己兩邊亦等。一卷六依顯丁丙己角形。與丁庚丙角形。之丁己丁庚兩邊亦等。卽丁戊丁己丁庚三線俱等。未作圓。以丁爲心。戊爲界。卽過庚己爲戊庚己圓。而切角形之甲乙乙丙丙甲三邊於戊於己於庚。三卷十 六之系此爲形內切圓。

第五題

三角形求作形外切圓。

法曰。甲乙丙角形。求作形外切圓。先平分兩邊。若形是直角、鈍角。則分
 線。爲己丁、己戊。而相遇於己。若自丁至戊、作直線。即己丁戊角形之己丁戊、己戊。於丁於戊。次於丁、戊、上各作垂
 形外。俱作己甲、己乙、己丙三線。或在乙丙邊上。止作己甲線。其甲丁己角形之甲丁。與乙丁己角形之
 乙丁。兩腰等。丁己同腰。而丁之兩旁角。俱直角。即甲己、己乙、兩底必等。四。依顯甲己戊、丙己戊、兩形
 之甲己、己丙、兩底亦等。則己甲、己乙、己丙三線俱等。末作圓。以己爲心。甲爲界。必切丙乙。而爲角形之
 形外切圓。

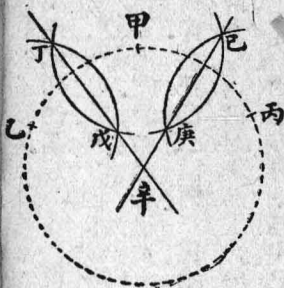


一系。若圓心在三角形內。卽三角形爲銳角形。何者。每角在圓大分之上。故若在一邊之上。卽爲直角形。若在形外。卽爲鈍角形。

二系。若三角形爲銳角形。卽圓心必在形內。若直角形。必在一邊之上。若鈍角形。必在形外。

增。從此推得一法。任設三點。不在一直線。可作一過三點之圓。其法。先以三點作三直線相聯。成三角形。次依前作。

其用法。甲、乙、丙三點。先以甲、乙兩點各自爲心。相向各任作圓分。令兩圓分相交於丁、於戊。次甲、丙兩點亦如之。令兩圓分相交於己、於庚。末作丁、戊、己、庚兩線。各引長之。令相交於辛。卽辛爲圓之心。論見三卷二十五增。



第六題

有圓求作內切圓直角方形。

法曰。甲乙丙丁圓。其心戊。求作內切圓直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交於戊。次作甲乙、乙丙、丙丁、丁甲、四線。即甲乙丙丁、為內切圓直角方形。



論曰。甲乙戊角形之甲戊。與乙戊丙角形之戊丙。兩腰等。乙戊同腰。而腰間角。兩為直角。即其底甲乙、乙丙等。一卷 四。依顯乙丙丙丁、亦等。則四邊形之四邊。俱等。而甲、乙、丙、丁、四角。皆在半圓分之上。又皆直。三卷 角。是為內切圓直角方形。

第七題

有圓求作外切圓直角方形。

法曰。甲乙丙丁圓。其心戊。求作外切圓直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交於戊。次於甲、乙、

丙、丁作庚己、己辛、辛壬、壬庚、四線、爲兩徑之垂線、而相遇於己、於辛、於壬、於庚、卽己庚壬辛、爲外切圓
直角方形。



論曰、甲戊乙、己乙戊、既皆直角、卽己辛、甲丙、平行、一卷廿八、依顯甲丙、庚壬、亦平行、則己庚、辛壬、亦平行、一卷三十、
又甲丙辛己、既直角形、卽甲丙、己辛、必等、卅四而甲丙辛、甲己辛、兩角亦等、甲丙辛、既直角、卽甲己辛、
亦直角、依顯庚壬辛、亦直角、而辛壬、壬庚、庚己、三邊、俱等於甲丙、乙丁、兩徑、既四邊俱等於兩徑、則己
庚壬辛、爲直角方形、而四邊各切圓、三卷十六之系。

第八題

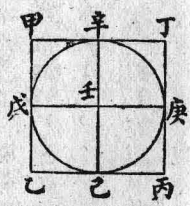
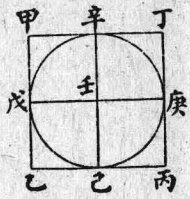
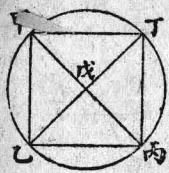
直角方形、求作形內切圓。

法曰、甲乙丙丁、直角方形、求作形內切圓、先以四邊各兩平分於戊、於己、於庚、於辛、而作辛己、戊庚、兩
線、交於壬、其甲丁、與乙丙、既平行相等、卽半減線之甲辛、乙己、亦平行相等、而甲乙、與辛己、亦平行相

等^{卅三卷}。依顯丁丙與辛己亦平行相等。甲丁乙丙戊庚俱平行相等。而甲壬乙壬丙壬丁壬四俱直角。形壬戊壬己壬庚壬辛四線與甲辛戊乙丁辛甲戊四線各等。夫甲辛戊乙丁辛甲戊各爲等線之半。卽與之等者壬戊壬己壬庚壬辛亦自相等。次作圓以壬爲心戊爲界必過己庚辛而切甲丁丁丙丙乙乙甲四邊。^{三卷}十六是爲形內切圓。

第九題

直角方形求作形外切圓。

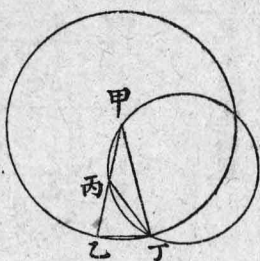


法曰。甲乙丙丁直角方形求作外切圓。先作對角兩線爲甲丙乙丁而交於戊。其甲乙丁角形之甲乙甲丁兩腰等。卽甲乙丁甲丁乙兩角亦等。^{一卷}而乙甲丁爲直角。卽甲乙丁甲丁乙俱半直角。^{卅一卷}依顯丙乙丁丙丁乙亦俱半直角。而四角俱等。又戊甲丁戊丁甲兩角等。卽戊甲

戊丁兩邊亦等。一卷依顯戊甲戊乙兩邊亦等。而戊乙戊丙戊丁兩邊各等。次作圓以戊為心甲為界必過乙丙丁而為形外切圓。

第十題

求作兩邊等三角形而底上兩角各倍大於腰間角。



法曰先任作甲乙線次分之於丙其分法須甲乙借丙乙矩內
直角形與甲丙上直角方形等。二卷次以甲為心乙為界作乙
丁圓次作乙丁合圓線與甲丙等。本篇末作甲丁線相聯其甲
乙甲丁等即甲乙丁為兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙兩角各
倍大於甲角。

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圓。本篇其甲

乙借丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等。即亦與至規外之乙丁上直角方形等。而乙丁線切甲

丙丁圓於丁。三卷卽乙丁切線借丁丙割線所作乙丁丙角與負丁甲丙圓分之甲角交互相等。三卷

此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁甲兩角并等。夫乙丙丁丁外角亦與丙甲丁

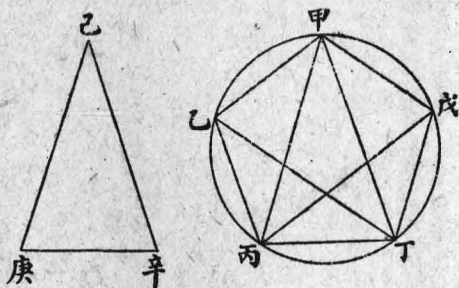
丙丁甲相對之兩內角并等。一卷卽乙丙丁角與甲丁乙全角等。而與相等之甲乙丁亦等。丙丁與乙

丁兩線亦等。六卷夫乙丁元與甲丙等。卽丙丁與甲丙亦等。丙甲丁丙丁甲兩角亦等。而甲角既與乙

丁丙角等。即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等。是甲丁乙倍大於丙丁甲。必倍大於相等之甲角也。而相等之甲乙丁亦倍大於甲也。

第十一題

有圓求作圓內五邊切形。其形等邊等角。



法曰。甲乙丙丁戊圓求作五邊內切圓形。等邊等角。先作己庚辛兩邊等角形。而庚辛兩角各倍大於己角。本篇次於圓內作甲丙丁角形。與己庚辛角形各等角。本篇次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分。一卷作丙戊丁乙兩線。末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯。即甲乙丙丁戊為五邊內切圓形。而五邊五角俱自相等。

論曰。甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大於丙甲丁角。而兩角又平分。即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙甲五角皆等。而五角所乘之甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五圓分亦等。三卷廿六即甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等。三卷廿九是五邊形之五邊等。又甲乙戊丁兩圓分等。而各加一乙丙丁圓分。即甲乙丙丁