

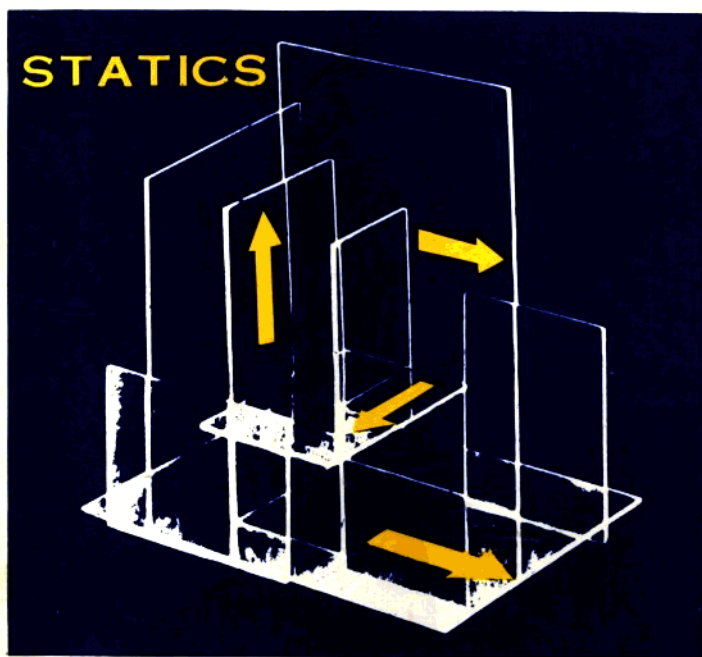
Third Edition

Vector Mechanics for Engineers

Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston, Jr.

工程靜力學

編譯：盧堅



久大書局

299440

工程靜力學 下冊

版權所有・翻印必究

原著人：BEER JOHNSTON

編譯者：盧堅

發行人：

總經理：久大書局

地址：淡水鎮英專路68號

電話：6211032

台北總經銷：台北市齊東街82巷8號

電話：5927473・3511918

郵政劃撥：112537許秋子帳戶

中華民國六十八年十月十五日

定價：新台幣80元

序

近代工程力學的新發展乃偏重「向量代數」用爲解答空間或三度力學問題的利器，一面強調剛體力學基本原理的衍導，並針對工程及其他實用科學爲重點，Ferdinand P. Beer 及 E. Russell Johnston Jr. 兩氏合著之 “Vector mechanics for Engineers” 一書，均具有上述諸特色，且內容充實簡練例題特多，能激勵讀者之思考，使充分瞭解與接受，堪供我國大學教本或參考資料，亦爲有關研究人士所樂於攻讀。

本書原名工程師向量力學，現譯名爲工程力學，分爲靜力學上下貳冊及動力學壹冊。原書執筆一爲 Leigh 大學機械工程學院教授兼主席，一爲 Connecticut 大學土木工程教授兼院長，各任其所專而合著此一浩繁之教材，俾使機械與土木兩方面能兼顧，此亦爲原書之一大特色。

爲詳細介紹應力聯體及功能特增數篇，聯供參考。

一面搜集並增添關於

- 1 Carleton G Fanger : Engineering Mechanics, Statics.
- 2 E. C. Peotel & W. T. Thomson : Science of Mechanics, Statics .
- 3 T. C. Huang : Engineering Mechanics, Statics.
- 4 Bayl'ss C. Mc Innis & George R. Webb "Mechanics"
- 5 何智武 “工程靜力學”。
- 6 陳重光、黃中元 “工程力學”。

各書中特殊或興趣之習題，以充實讀者之構想力而啟發解答的熟練與技巧，一面顯明向量與一般慣用方法的參照與其應用範圍。並特將上述參考資料錄出，以誌謝忱，倘有未盡善之處，尙祈教正。

盧 堅 謹識

68 年 10 月 10 日 於台北

目錄

(工程靜力學 下冊)

第六章(B) 結構分析

6 B.1 內力牛頓第三定律.....	1
---------------------	---

(a)桁架

6 B.2 概念.....	2
6 B.3 簡單桁架.....	3
6 B.4 桁架分析，節點法.....	5
6 B.5 特殊載重情況下之節點.....	8
6 B.6 空間桁架.....	10
6 B.7 桁架分析斷面法.....	18
6 B.8 數個簡單桁架構成之桁架.....	19

(b)構架及機械

6 B.9 多力構件之結構.....	29
6 B.10 構架分析(多力構件).....	29
6 B.11 當從支承移去不再為剛性之構架.....	31
6 B.12 機械.....	48

第七章 梁與纜中之力

7.1 構件中內力.....	63
----------------	----

(a)梁

7.2	各種型式之載重及其支承	68
7.3	梁之剪力與彎矩	69
7.4	剪力圖與彎矩圖	71
7.5	載重、剪力與彎矩間的關係	79

(b) 纜索

7.6	承受集中載重之纜索	91
7.7	承受佈均載重之纜索	92
7.8	拋物綫型纜索	93
7.9	懸鏈綫	104

第八章 摩 擦

8.1	引言	115
8.2	乾摩擦定律、摩擦係數	116
8.3	摩擦角	118
8.4	乾摩擦之問題	120
8.5	楔	135
8.6	方頭螺釘	136
8.7	軸頭軸承；軸向摩擦	145
8.8	推力軸承，盤旋摩擦	147
8.9	輪摩擦，滾動阻力	149
8.10	皮帶摩擦	156

第九章 分佈力慣性矩

9.1	面之第二力矩或慣性矩	169
9.2	面慣性矩之積分求法	171
9.3	極慣性矩	173
9.4	面積之迴轉半徑	174

9.5	平行軸定理	181
9.6	合成面積之慣性值	183
9.7	慣性積	198
9.8	主軸與主慣性矩	199
9.9	慣性矩與慣性積之摩氏圓	203
9.10	質量之慣性矩	217
9.11	平行軸定理	219
9.12	薄板之慣性矩	221
9.13	三度物體慣性矩之積分求法	223
9.14	合成物體之慣性矩	224
9.15	物體對通過 O 點任意軸之慣性矩、質量之慣性積	244
9.16	橢圓體慣性、主慣性軸	246

第十章 虛功法

10.1	功之觀念	259
10.2	虛功原理	262
10.3	虛功原理的應用	263
10.4	實際機械、機械效率	265
10.5	力在有限位移間所做之功	278
10.6	位能	281
10.7	位能與平衡	282
10.8	平衡之穩定性	284

第十一章 範例增篇 296 ~ 414

第十二章 聯體增篇

12.1	聯體分類	415
12.2	剛體聯體的慣性觀念	415

12.3	聯體應力之觀念.....	477
------	--------------	-----

第十三章 虛功增篇

13.1	功.....	486
13.2	爲平衡之虛功.....	498
13.3	平衡穩定性之虛功原理.....	507
13.4	虛功法之應用.....	508
13.5	彈性構件體系.....	521
13.6	具摩擦之機械體系.....	527
13.7	平衡之穩定性.....	530
13.8	理想機械體系之穩定度.....	531
13.9	平衡穩定之能量判別.....	532

第十四章 位能增範

14.1	位能.....	535
14.2	推廣座標.....	536
14.3	穩定位能.....	538
14.4	最小位能.....	541

第六章(B) 結構分析

6-1 內力·牛頓第三定律

前面數章係討論剛體平衡所有作用力均為外力 (External force)。現考慮由於若干連接部份所構成之結構的平衡除須決定作用該結構之外力外，並應求出結構內部部份結合一起之力量，該力量遂稱為內力 (Internal forces)。

例如圖 6.1 a 所示之起重機，它承受載重 W 。該起重機包括無摩擦樞所連接之三根梁 AD 、 CF 及 BE ，其分離體圖示於圖 6.1 b 內。圖中所示之外力包括重量 W ， A 處反力之兩分量 A_x 與 A_y 及 D 點由纜所施之力 T 。起重機各內部所連結之內力未現示於圖中。但如將該機各部份且割並繪出各部份之分離體圖，則該三根梁彼此連結之諸力必需表示，由各部份之觀點，該等力應視為外力。

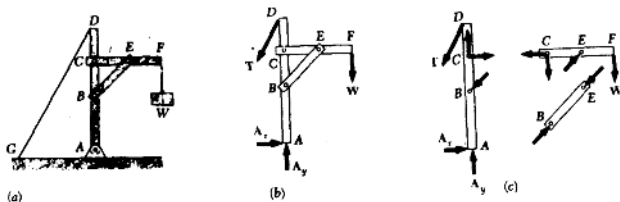


圖 6.1

注意構件 BE 在點 B 對 AD 之作用力與構件 AD 在同一點上對 BE 所施之力係相等但方向相反。同此，在 E 處由 BE 對 CF 之作用力亦等於 CF 對 BE 之作用力但方向相反；在 C 處由 CF 對 AD 之作用力的分量亦與由 AD 對 CF 之力分量相等而方向相反。此乃與牛頓第三定

律相符合，蓋其陳述，兩物體間之作用力與反作用力（反力）具有相同力量相同之作用體及相反之方向。該律係依實驗結果而導出，並主要應用於連結之物體的分析。

桁架 (Trusses)

6-2 桁架

桁架為工程結構結構主要型式之一，它尤對橋梁或房屋建築能提供實用且經濟之解決方法；它主要由直構件（straight member）在各節點（Joint）上連結而組成，如圖 6-2 a 所示之典型桁架。桁架構件固須在各末端而連結牢固，且不能在一節點上連續而通過，如圖

6-2 a 中，此因無構件 AB 的存在，並祇有兩個構件 AD 與 DB 而連結一起。實際結構均由幾個桁架連結一起而形成空間構工（space frame work）。每一桁架皆承受作用於平面上之載重，故稱為二度結構（Two-dimensional structure）。

一般言之，桁架的構件均為細長並祇能支撐微小之橫向載重，故一切之載重必施於各節點上，（當不能施於各構件本身上）。當一個集中載重施於兩接點間，或為由桁架承受分佈載重之情形

，類如橋梁桁架則需另鋪設橋面系統（Floor system），並藉用下設立之縱梁（stringers）及橫梁（Floor beams）將載重傳至各節點上（見圖 6.3）。

桁架構件之重量亦假定作用於各節點上，每個構件重量之一半係

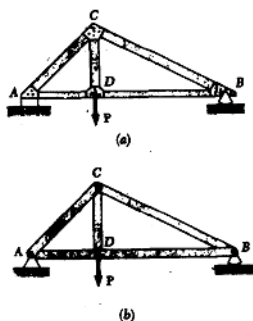


圖 6.2

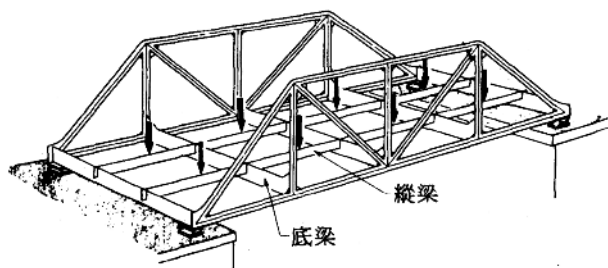


圖 6.3

分別作用於該構件之連結兩節點上。雖各構件係用鉚接或銲接，此常假定為樞接；故各構件之兩端所施之力可簡化為單一力，並無力偶的存在。如此，假定施於桁架構件上之唯一力量均為構件末端之單一力的作用。每構件皆視為一個兩力之構件，並整個桁架故考慮為一群之樞接兩力構件（圖 6-2 b）。各個構件可作用如下述兩式（圖 6-4（a）（b））。（a）圖表示張力之作用，將構件拉開，而（b）圖示將構件壓縮並為壓力作用。另圖 6-5 詳述幾種典型之桁架。

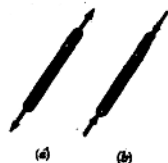


圖 6.4

6-3 簡單桁架

圖 6.6 a 之桁架由四根構件各在 A、B、C 及 D 之樞連結而組成；若一載重施在 B 點，則該桁架將有大變形或完全失掉其原來之形狀，但如圖 6.6 b 之桁架，因係由三根構件各在 A、B、C 等樞連接而成一種三角形之結構雖在 B 受有載重下，僅呈輕微的變形，故在此種桁架之可能變形，祇含構件長度有一點改變並不輕易而崩解。因此，

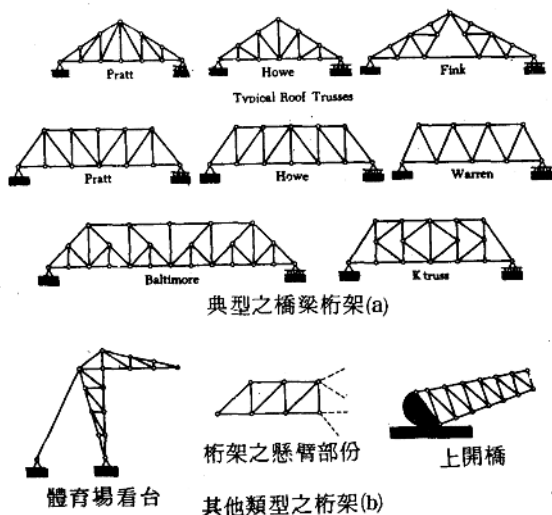


圖 6.5

圖 6-6 b 之桁架遂稱為剛性桁架 (Rigid truss)。

更大之剛性桁架可獲得，如將圖 6-6 b 之基本三角形之桁架，另增加兩構件 BD 及 CD。此種佈置方法可隨時重複如所欲得之次數，每在增進兩個新的構件時，將接在不同的節點上又成另一新節點。

簡單桁架並非皆由三角形所組成。如圖 6.6 d 係由三角形 ABC，連續增進 D、E、F、G 所構成之簡易桁架。反言之，剛性桁架亦非均為簡單桁架。

圖 6.5 中之 Fink 與 Baltimore 桁架並不是簡單桁架，因無法從一單簡三角形所構成。該圖中其他桁架皆為簡單桁架（如 K 桁架係以中央之三角形開始）。

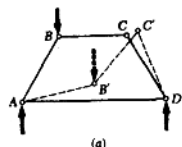
再細閱圖 6.6 b 之基本三角形桁架，注意此桁架必具有三構件及三節點。但圖 6.6c 中之桁架則有二個更多之構件及一個更多之節點即其為五構件及四節點。總言之，每次兩個構件增進時，則節點之個數就增加一個。因此，簡單桁架構件的總個數 $m = 2n - 3$ 此中， n 為節點的總個數。

6-4 桁架分析 節點法

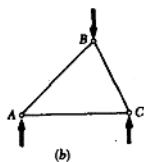
(method of Joints)

(1) 如上所述，一個桁架可視為一群之樞 (Pin) 與兩個構件”而構成。且可繪得每個樞及每個構件之分離體圖 (圖 6.7 b)。每一構件受兩力，各在每端而作用；該等力具有相同數值相同作用綫及相反之方向。此外，牛頓第三定律指出其構件與樞間之作用力與反力為相等並相反方向。因此，由一構件在用以連接之兩樞上所施之力，必沿構件方向上，為相等但方向相反。更言之由一構件在兩端之樞上所施相等數值之力，即稱為構件之內力，雖其為純量亦非重要。倘在一桁架中之一切內力的作用綫為已知，則各構件之內力可分析而求得並決定其為張力或壓力的作用。

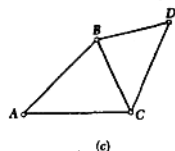
因整個桁架既呈平衡則每樞必為平衡。樞及構件之排置在一簡易桁架中，係使在每一節點上，可能求出之未知數，僅為二個之未知力。



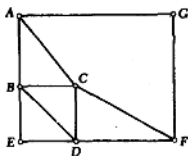
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 6.6

若繪就其分離體圖並寫出兩個平衡方程式以證實各節點是否平衡。假定該桁架有 n 個樞承及 m 個之構件，則 $m = 2n - 3$ ，故其知個數為 $2n = m + 3$ 。由於分離體圖所應求得之未知個數亦為 $m + 3$ 。此意謂在一切構件中之力，及反力 R_A 之兩個分量相加後係等於 3。

此證明該桁架係為平衡之剛體，且一切節點均受最少三個之未知數故在圖 6.7 a 之之分離體圖上，可寫出至少三個之方程式。反力 R_A 發現為垂直方向， R_A 與 R_B 兩值須另求之。（考慮整個桁架為一自由體，並利用此剛體之平衡方程式而計算）

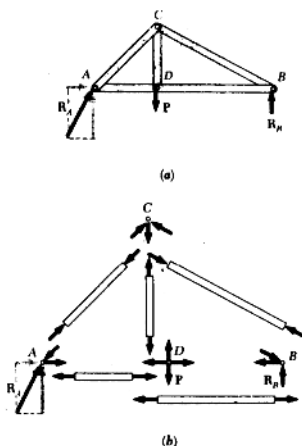


圖 6.7

節點 A 之未知力個數由此減至兩個。先考慮節點 A 之平衡，即可求出該等力。反力 R_A 及構件 AC 與 AD 分別對樞 A 所施之作用力 F_{AC} 與 F_{AD} 三者乃形成一個力三角形。先繪出 R_A （圖 6.8）； F_{AC} 與 F_{AD} 必沿着 AC 與 AD 之方向而繪就；遂繪成一個力三角形，並分別求得 F_{AC} 與 F_{AD} 之力值。（此即代表構件 AC 與 AD 之內力）。因 F_{AC} 之方向係向左而朝下，亦即指向節點 A，且構件 AC 推着節點 A，是為壓力；另以 F_{AD} 方向背離節點 A，且構件 AD 拉着節點 A，是為張力。

接在節點 D，僅有兩個力， F_{DC} 與 F_{DB} 為未知；其已知量為重量 P 及構件 AD 對 A 之作用力 F_{DA} 。現先 D 之力多邊形（如圖 6.8 節點 D），並由該多邊形求出力 F_{DC} 與 F_{DB} ，因其所須之力多於三個，可

	Free-body diagram	Force polygon
Joint A		
Joint D		
Joint C		
Joint B		

圖 6.8

用平衡方程式 $\sum F_x = 0$
 $\sum F_y = 0$ 求之，該
 未知之兩力均背離節點
 D，並構件 DC 與 DB
 均對 D 拉着，是為張力
 。

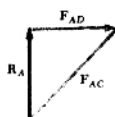


圖 6.9

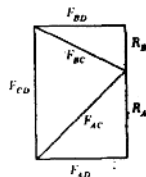


圖 6.10

次考慮節點C，其 F_{CD} 與 F_{CA} 現為已知，祇須求出 F_{CB} 。繪出該力三角形，（圖6.8 C點）遂求得 F_{CB} 之大小與方向。 F_{CB} 因指向於C且構件對CB推着故為壓力。

在節點B，所有之力均為已知，因其相當各節點均呈平衡此力三角形之各邊必能閉合，此亦驗證其分析結果正確。

另如圖6.8所示之力多邊形（Force polygons）。每個三角形均可由另一圖形而替代。例如節點A之力三角形，另繪成如圖6.9之圖形，此即將三個力 R_A ， F_{AC} ， F_{AD} 按順序並依頭接尾之方式，而沿A點作順時針方向移動。其他節點D，C及B均依此方法而形成如圖6.10之圖形。此圖形之做法，稱為耳克斯威爾（Maxwell）圖，對於桁架的圖解分析，實助益不少。

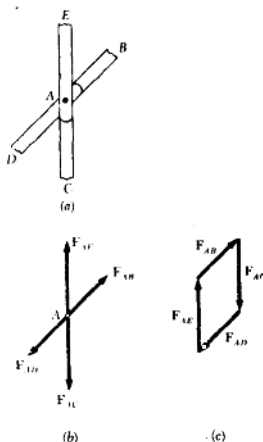


圖 6.11

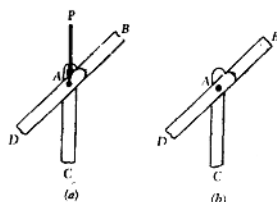


圖 6.12

6-5 特殊載重情況下之節點

如圖6.11a所示之節點，它連接於兩相交線上之四個構件，其分離體圖（圖6.11b）表示樞A係受兩對相反力的作用。該相當力多邊形必為平行四邊形（圖6.11c）且在相對構件

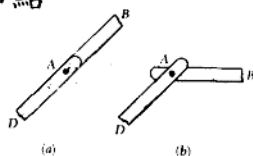


圖 6.13

(opposite member) 上之力必定相等。

次考慮如圖 6.12a 所示之節點，它連接三個構件並支承載重 P 。其中兩個構件係在同一線上，並載重 P 沿第三個構件而作用。A 點之樞及其相當力多邊形均示於它的分離體圖 (6.11b 及 c) 中並以 F_{AE} 由載重 P 所代替。因此，在兩個相反之構件之力必相等，並在其他構件中之力必等於 P 。另如圖 6.12b 所示之特殊情況；因無外載重施於該節點上， $P = 0$ ，因此在構件 AC 之力為零故稱為零值構件。

另有兩個構件並以一節點連接 (圖 6.13a) 從節 2.8 得知若一質點係受同力值，同作用綫但相反方向之兩個力所作用，則該質點必呈平衡，依圖 6.13a 之情形，它由兩構件位在同一直綫上之 AB 與 AD 而連接，對樞 A 之平衡條件必需要在該兩構件中之力各必相等。但在圖 6.13b 之情形，樞 A 之平衡竟為不可能，除在該兩構件中之力均等於零。構件如圖 6.13b 所示之連接故必為零力構件。(Zero-force member)

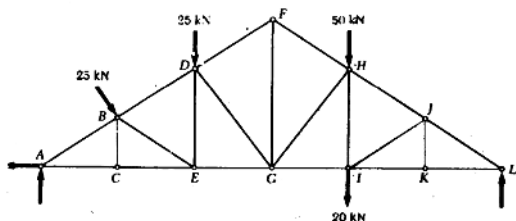


圖 6.14

如圖 6.14 所示之豪威桁架並受載重情形亦詳於圖內。節點 C 連接有三個構件，其中兩構件係位在同一直綫上，且不受任何外載重，構件 BC 因此係為一個零力構件。因此節點 K，亦為零力構件。但節點 J 現與節點 C 與 K 處於同一之情況，故構件 IJ 必亦為一個零力構件。細看節點 C，J，K 亦得知構件 AC 與 CE 之力必相等，構件

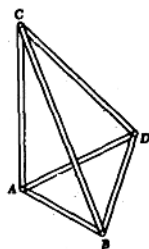
HJ 與 JL 之力亦相等，構件 IK 與 KL 之亦相等。且觀察節點 I，其 20-KN 之載重與構件 HI 在同一綫上，故為共線性，故知構件 HI 之力亦為 20-KN 之力（張力），且構件 GI 與 IK 之力相等。因此，構件 GI、IK 及 KL 上之力均相等。

此應細心注意，在本例中倘構件 DE 之力為 25 KN 或構件 AB 與 BD 相等之假定發現錯誤。上述討論之條件則不適用於節點 B 與 D。該等構件及其他一切構件之力應以一般方法作各節點 A，B，D，E，F，G，H 及 L 之分析。

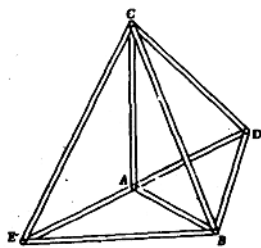
6-6 空間桁架

當若干直構件在各端點處相連接而構成三度結構時該結構遂稱為空間桁架。

在 6.3 節已述及二度剛性之平面桁架是由三個構件在各端點相連接所構成之三角形結構；此一基本二度剛性三角形之結構可一次增進兩個構件且增加一個新的節點。則可得到一個較大之剛性平面桁架。同理，基本剛性空間桁架是由六個構件在各端點處相連接而構成四面體 ABCD（圖 6.15a）。該基本剛性空間桁架，若一次增進三個構件，例如 AE，BE，CE 將它連接在不同的節點（如 C，A，B 及 E），並另成一個新節點 E。基本之四面體具有六個構件及四個節點，在



(a)



(b)

圖 6.15