高等学校教学参考书

材料力学
习题分类详解

（上、下册合订本）

朱　林　生　编

长春地质学院
吉林建筑工程学院
地质部长春计算站

1983年

序　　言

在高等工业院校里，材料力学（以下简称材力）是一门以计算为主的技术基础课。计算的准确、迅速是未来工程必备的基本功。因此除有一本材力教材外，再备一本习题解答对学好材力并不是没有益处的。一本好的习题解答它将启发你如何解题，训练你从一开始就养成严紧的解题思路、完善的解题步骤，反过来又将指导你如何学习好教材，将它当作镜子，而不要当作拐棍，它会促进你更加独立思考，而不会影响你的独立思考。

编者根据教学和工作实践，花了几年的业余时间，编了这本《材料力学习题分类详解》（以下简称详解）。

本《详解》欲达到启蒙、辅导、释难和手册等目的，使它成为自学者和函授大学学员的老师；业（夜）余、职工及电视大学学员的辅导员；高校同学的朋友；教师及科技工作者的助手和参谋。如能在上述某些方面起到点滴的作用，编者将得到最大的安慰。

本书以机械、土建、水利、航空等专业教学大纲为依据，以清华大学和北京航空学院习题集为主，并搜集其它各方面典型习题，经过整理、分类编辑而成。其中搜集了一些难题（带※者），并根据需要自拟了一些题（带△者）。

本书每章内容分三部分：~~第一节内容~~提要——为每章内容总结，条理分明，突出要点，为必须掌握的内容。第~~[illegible]~~解题方法要点——主要阐述每章解题的要点及难点，包括了编者的一~~[illegible]~~第三节本章习题分类详解及习题——为本《详解》的正文。本书不~~想也不可能成为习题~~解答大全，而尽量作到分类齐全，难易兼备，这样可适应各方面的~~[illegible]~~，随类型题后留些习题，供读者练习之用，不再附答案。

本《详解》对材力的术语及~~文字符~~号没有进行统一的工作，因现行教本就各不统一，比如：惯性矩I、J、面积F、A、，扭矩M_n、T、M_k，安全系数n、K，临界力P_{cr}、P_{lj}等等；~~又比如节点、结点、[illegible]~~力、容许应力、允许应力等等，不胜枚举。本书在出现处都~~有说明、均很自明、不统一~~可以适应各种情况，读者可以开阔眼界，增长知识。

本书采用工程~~单位制，图中凡无单位~~的尺寸，均按制图规定为毫米；题中未给出的E、G、μ等数据，均可查表；数字皆用电子计算器计算的。

付春久（地院）、翟淑珍（建院）及薛军（地院）等同志参加了本书的校对及绘图等工作，吉林人民出版社科技责任编辑滕少伍同志审阅了全书，提出了许多宝贵意见和建议，编者特此向他们表示衷心的感谢。

由于编者水平所限和印刷时间紧促，误漏欠妥之处在所难免，竭诚欢迎材料力学教师和广大读者批评指正。

编者　1983年3月于建院

目　　录

材料力学习题分类详解（上册）

第一章　基本概念

第一节　内容提要

1．构　件

材力所研究的主要构件多属于杆件。所谓杆件就是轴线方向的尺寸比横截面方向的尺寸大得多的物体（图1—1）。

轴线是一条通过杆件所有横截面**形心**的连线。杆件按其轴线的**曲直**分为曲杆和直杆；横截面指的是**垂直于**轴线的截面。杆件按其**各处**横截面相等与否，又分为等截面杆和变截面杆。

材力主要研究等截面的直杆，即等直杆。

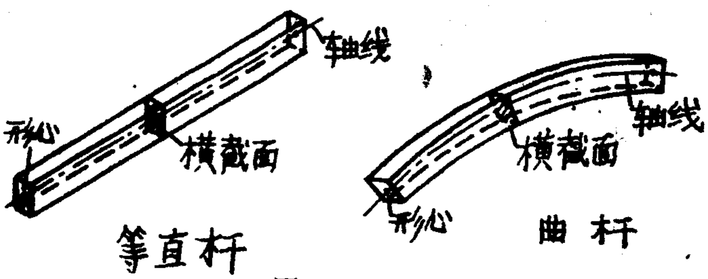


图1—1

2．外力及其分类

构件承受其它物体或相邻构件传递来的载荷，并由其它物体或相邻构件的支反力支持。载荷及支反力均称为外力，习惯上又称为载荷。

外力可分为体积力和表面力两种。体积力包括自重和惯性力，体积力是分布力，以单位体积的力表示（如kg/cm^3等）。

表面力可分为分布的和集中的两种。

分布力又分为**面分布力**和**线分布力**。面分布力以单位面积上的力表示（如kg/cm^2等）。线分布力以单位长度上的力表示（如kg/cm等）。

载荷又分为静载荷和动载荷。材力主要研究静载荷作用下的构件。为了更准确地研究构件，必须把构件上的外力搞清楚。要完整地表示一个外力，必须知道作用点、方向和量值的大小。

3．内　力

内力是一物体各部分之间相互作用的力，一般它是由物体抵抗外力及其所引起的变形而产生的。物体为了维持其一定形状**本来**就有一种内力存在着。而材力中所谓的内

力，是指外力作用所引起的物体内各质点间相互作用力的改变量，又称为“附加内力”简称为内力。

了解构件中内力的分布是材力的主要内容之一。

4．截面法

截面法是求构件内力的一种行之有效的方法，所以必要能灵活准确的运用。截面法求内力可以归纳为下列三个步骤：

（一）**假想地**用一个横截面将物体**截分为**两部分A和B（图1—2），并弃去其中一部分，保留一部分；

（二）将弃去部分对留下部分的作用以**内力来代替**；

（三）对留下部分**建立平衡方程式**，根据已知的载荷及支反力来确定**未知的内力**。

截面法是材力中的基本方法，今后将经常用到。此时构件必须处于**平衡状态**。

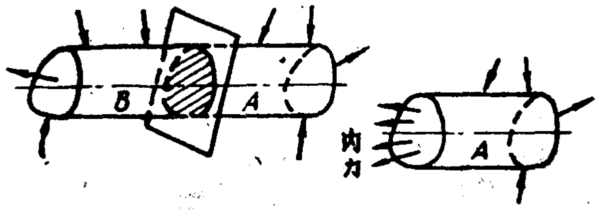


图1—2

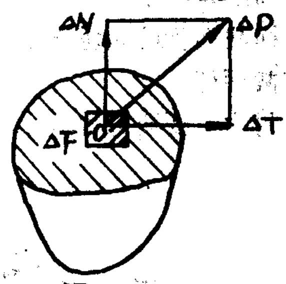


图1—3

5．应　力

为了度量分布在截面上各点内力的大小，引入应力的概念。假定在ΔF面积上作用着内力ΔP（图1—3）。

单位面积上内力值为：

$$P_m = \frac{\Delta F}{\Delta P} \qquad (1-1A)$$

称为平均合应力。

将ΔP分解为与截面垂直及与截面相切的分量ΔN和ΔT，则：

$$\sigma_m = \frac{\Delta F}{\Delta N} \qquad \tau_m = \frac{\Delta F}{\Delta T} \qquad (1-1B)$$

分别称为平均**正应力**和平均**剪应力**。

一般而言，内力并不是均匀分布的。为了表示O点处内力真实情况，必须使ΔF→0，即：

$$p = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF}\text{，为合应力} \qquad (1-2A)$$

$$\sigma = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} = \frac{dN}{dF} \quad \text{为正应力} \qquad (1-2B)$$

$$\tau = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta F} = \frac{dT}{dF} \quad \text{为剪应力} \qquad (1-2C)$$

应力是矢量。为了说明应力，除了作用点、方向和大小外，还必须指出所在截面的方位。研究应力分布情况是材力的主要内容之一。

6．变　形

任何物体受到外力后，它的几何形状和尺寸都要发生改变，这种几何形状和尺寸的改变称为物体的变形。

材力主要研究弹性体，变形是弹性变形。材力中研究的是小变形：①变形与原尺寸比较可以略而不计；②力作用点的位置不因变形而改变，可用原尺寸和原图形。但计算变形仍有很重要的意义。

研究变形也是材力的主要内容之一。

材力中杆件有四种基本变形。

〈1〉、拉（压）变形

外力P通过横截面形心，即与轴线重合，变形为伸长或缩短（图1—4）。

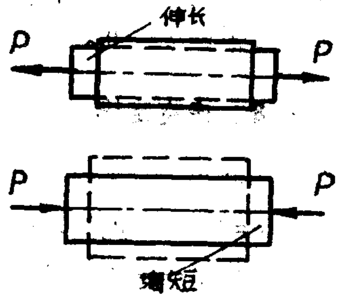


图1—4

〈2〉、剪切变形（图1—5）外力为一对大小相等，方向相反的相距很近的力P。作用方向垂直于轴线，产生剪切变形（横截面错动）。

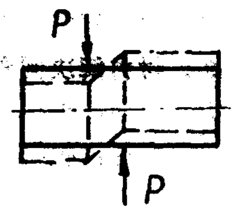


图1—5

〈3〉、扭转变形（图1—6）

在一定距离的两个横截面内作用着一对大小相等，方向相反的力偶，力偶是**绕横截面形心**而作用，产生了横截面的旋转变形和杆件母线的扭转变形。

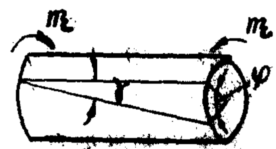


图1—6

〈4〉、纯弯曲变形（图1—7）

一对相向的力偶作用在杆件的纵向对称平面内。

横截面产生转角θ和轴线产生位移y（图1—7（b）所示，以纵向对称面代替杆件）。

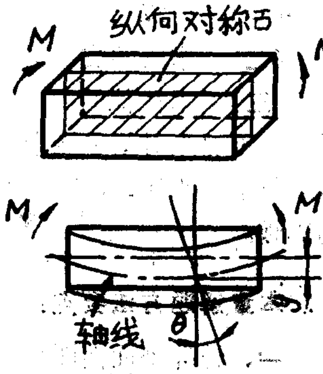


图1—7

以后经常遇到的杆件往往是以上四种基本变形的不同组合。

为了更深入地研究变形，往往假设杆件是由许多微小立方体组成的，每个立方体的变形肯定以后，可以合成总的变形。

微小立方体的变形，从一个投影面可以看到，只有两种可能：①棱边长度的改变，即伸长或缩短，称为线变形（图1—8）。②相邻两棱边所夹直角的改变，棱为角变形（图1—9）。

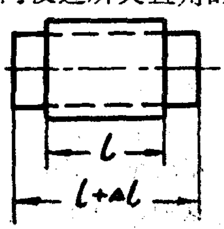


图1—8

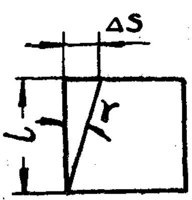


图1—9

7．应　变

为了度量棱边长度改变的程度，引入一个无量纲的值ε，称为**正应变**：

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l} \qquad (1-3)$$

l——棱边原长，Δl——棱边变形后的伸长

$$\gamma \doteq \mathrm{tg}\gamma=\frac{\Delta S}{l} \qquad (1-4)$$

称为角变形，又称为剪应变，单位为弧度，也是一个无量纲的量。所有符号见图1—8及图1—9。

8．虎克定律

实验指出，在弹性限度内有如下关系：

$\sigma=E\varepsilon$——虎克定律　　(1—5A)

$\tau=G\gamma$——剪切虎克定律　　(1—5B)

E、G分别为材料的弹性系数及剪切弹性系数。

材力主要研究弹性限度内的杆件受力及变形问题。

9．材力解决问题的三个方面

力学方面：根据平衡讨论内力及应力；

几何方面：根据受力研究构件的变形及应变；

物理方面：联系力与变形之间的关系，即虎克定律。

第二节　习题类型及解题方法要点

本章习题类型有：

(一)　计算平面图形的形心位置；

(二)　求梁的支反力；

(三)　求杆件的内力及内力素。

为了加深对基本概念的理解，本章编选了一些习题，主要应用基本概念和在理论力学中所学过的知识，对这些习题进行解答。目的在于达到承上启下并引起学习材料力学的兴趣。

本章解题方法要点：

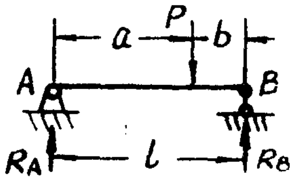
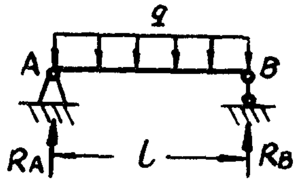
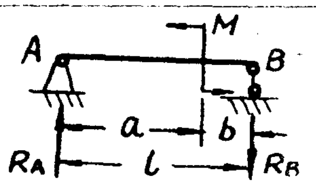
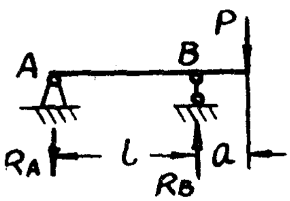
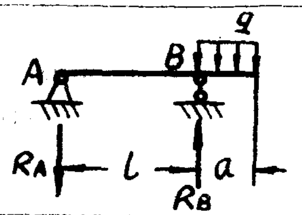
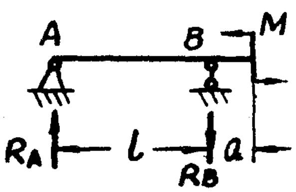
一、计算平面面图形的形心位置

主要应用理论力学中匀质薄板重心（与形心重合）的公式。见题1.1之解答

二、求梁的支反力

材料力学中不再详细讲述支反力的求法，主要应用理论力学中的知识。对材力中常见的几种梁的支反力的求法，以后经常用，必须熟练掌握，为此，总结如下表：

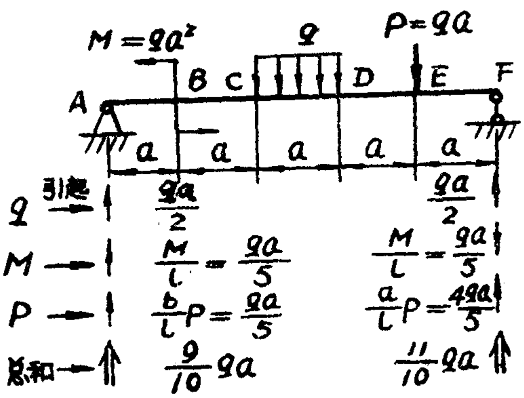
表 1 — 1　梁的支反力

梁 的 受 力 简 图	支反力 R_A	支反力 R_B
	$\frac{b}{l}P$	$\frac{a}{l}P$
	$\frac{1}{2}ql$	$\frac{1}{2}ql$
	$\frac{M}{l}$	$-\frac{M}{l}$
	$-\frac{a}{l}P$	$\frac{a+l}{l}q$
	$-\frac{qa^2}{2l}$	$\frac{qa^2}{2l}+qa$
	$\frac{M}{l}$	$-\frac{M}{l}$

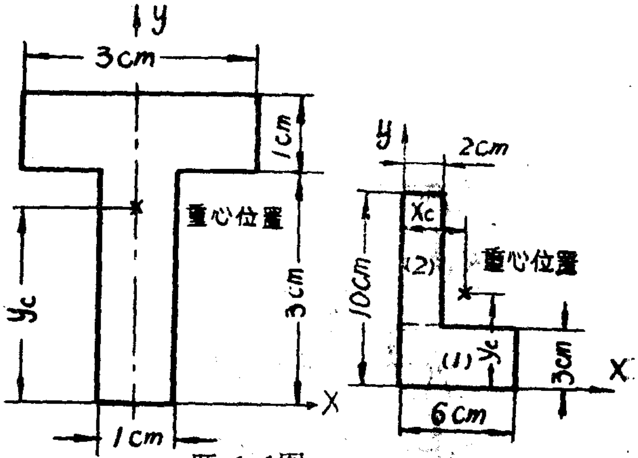
记住上表支反力求法，可以不必列平衡方程，而直接求出支反力来。这种方法在梁的内力一章中，绘制剪力、弯矩图时是非常方便的，下面举一例题，试看效果如何？

例题　求图示梁的支反力

解：



检查：外力为qa + P = 2 qa　　图 1—10



题 1.1图

支反力之和$\frac{9}{10}$qa + $\frac{11}{10}$qa = $\frac{20}{10}$qa = 2 qa　可见，结果正确。从上可见，多么简单又清楚！

三、求内力及内力素

方法要点在题1.8中叙述。

第三节　本章习题分类详解及习题

(一)计算平面图形心位置

1.1 计算下列图形面积的重心位置：

解： 在内容提要中我们知道，有些构件受力要求外力通过横截面的**形心**，而横截面都是平面图形，**其形心与重心重合**。利用理论力学的知识，我们可以求出在XOY坐标系内，任意图形的重心坐标：

$$X_C = \frac{\Sigma F_i X_i}{\Sigma F_i} \qquad Y_C = \frac{\Sigma F_i Y}{\Sigma F_i}$$

有关形心详细计算法在第五章中还要阐述。

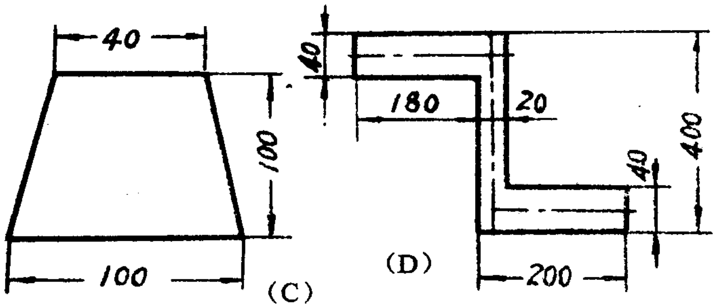
(A)**解：** 我们选横轴为X轴，纵轴为Y轴，该图形以y轴为对称轴，形心必在对轴称上，所以：$X_C = 0$　　$y_C = \frac{3 \times 1 \times 1.5 + 3 \times 1 \times 3.5}{3 \times 1 + 3 \times 1} = \frac{4.5 + 10.5}{6} = 2.5\text{cm}$

(B)**解：** 图形没有对称轴，所以：

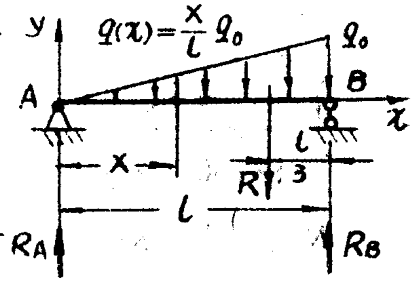
$$y_C = \frac{6 \times 3 \times 1.5 + 7 \times 2 \times 6.5}{6 \times 3 + 7 \times 2} = \frac{118}{32} = 3.69\text{cm}$$

$$X_C = \frac{6 \times 3 \times 3 + 7 \times 2 \times 1}{6 \times 3 + 7 \times 2} = \frac{68}{32} = 2.13\text{cm}$$

读者计算以下图形的重心位置：



题 1.1图



题1.2(A)图

(二)求梁的支反力

1.2 求下列各梁支反力：

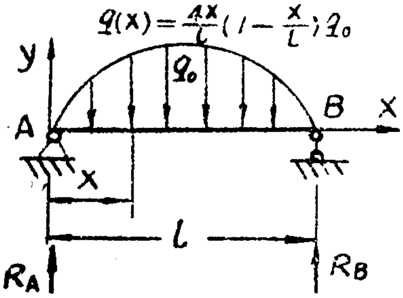
(A)解：求支反力的问题是理论力学的基本内容。材力中的问题多数为平行力系，可以写出两个平衡方程式，即$\Sigma Y=0$和$\Sigma M_A=0$。而支反力也只有两个，水平方向的支反力为零，所以可以求解。

分布载荷的合力$R=\frac{1}{2}\cdot q_0 l$，作用点距支座B 为$\frac{1}{3}l$，所以：

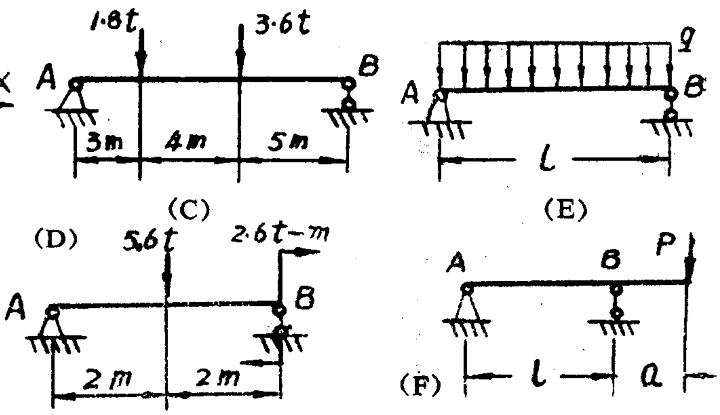
$$\Sigma M_A=0 \quad \therefore R_B l=\frac{q_0 l}{2}\left(l-\frac{l}{3}\right)=\frac{q_0 l^2}{3} \quad \therefore \quad R_B=\frac{1}{3}p_0 l$$

$$\Sigma Y=0 \quad \therefore \quad R_A=R-R_B=\frac{q_0 l}{2}-\frac{q_0 l}{3}=\frac{q_0 l}{6}$$

R_A与R_B均为正号，说明与图上所画的方向一致。



(B)



(B)解：因为载荷对称 于AB梁的中点,所以$R_A=R_B$。

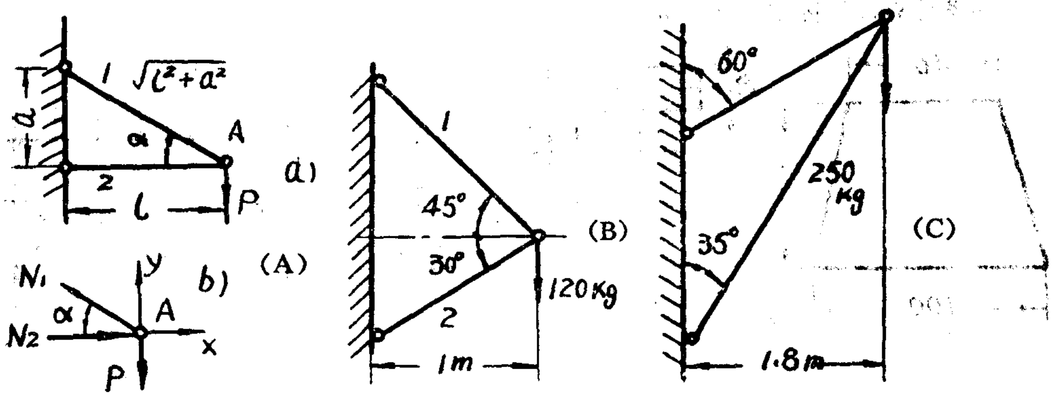
题 1.2图

$$\therefore \quad R_A=R_B=\frac{1}{2}\int_0^l\left(\frac{4x}{l}-\frac{4x^2}{l^2}\right)q_0 dx=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}q_0 l=\frac{q_0 l}{3}$$

(三)求杆件的内力及内力素

1.3 求下列各结构中各杆的内力

(A)解：求组合杆件的内力应用理论力学中的结点法，首先画出节点A的示力图，然后列出两个平衡方程式：



题 1.3图

$\sum X = 0 \quad \therefore \quad N_1\cos\alpha = N_2 \qquad \sum Y = 0 \quad \therefore \quad N_1\sin\alpha = P$

从中解出： $N_1 = \dfrac{P}{\sin\alpha} = \dfrac{\sqrt{l^2 + a^2}}{a}P \qquad N_2 = N_1\cos\alpha = \dfrac{P}{tg\alpha} = \dfrac{lP}{\alpha}$

1.4 求下列各桁架中用数字标出各杆的内力：

(A)**解**：(1)先求出支反力

$$R_1 = R_2 = \frac{1.25}{2} = 0.625t$$

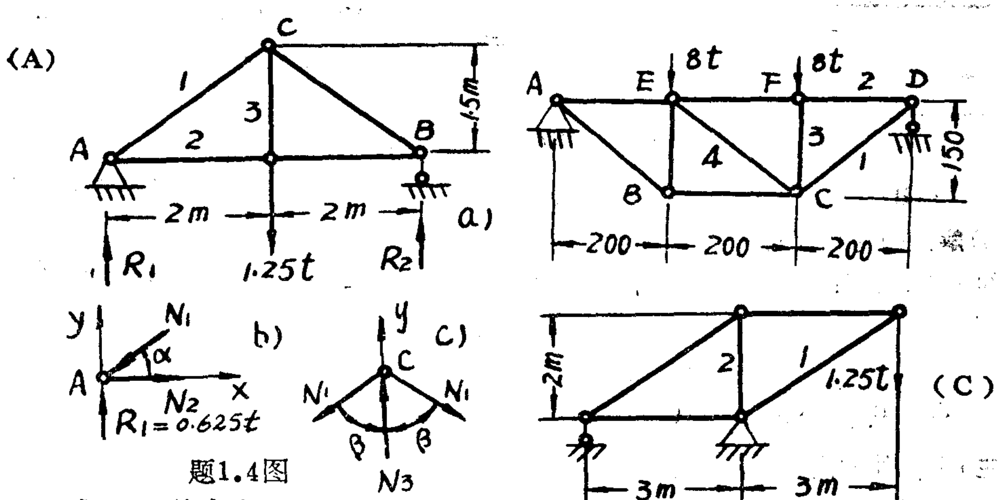
(2)用结点法求1、2杆的内力：

$$\sum Y = 0 \quad N_1\sin\alpha = 0.625 \quad \therefore \quad N_1 = \frac{0.625}{\sin\alpha} = \frac{0.625}{1.5} \times \sqrt{1.5^2 + 2^2} = 1.042t$$

$$\sum X = 0 \quad N_1\cos\alpha = N_2 \quad \therefore \quad N_2 = 1.042 \times \frac{2}{2.5} = 0.834t$$

因为对称，所以CB杆的内力也为N_1，根据结点C之$\sum Y = 0$

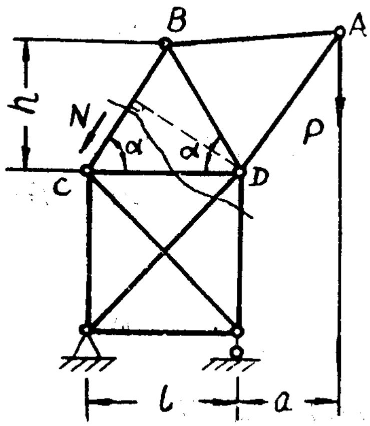
$$N_3 = 2N_1\cos\beta = 2 \times 1.042 \times \frac{1.5}{2.5} = 1.249t$$



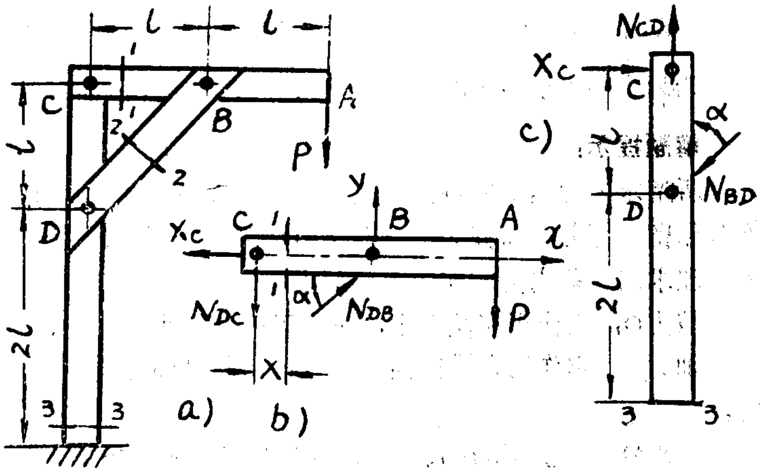
题1.4图

1.5 求BC杆的内力：

解：欲求BC杆的内力，应用理论力学中的截面法，将CB杆切断，代之以内力N，然后对D点取矩，因被切断的其它三杆通过D点，



题 1.5图



题 1.6图

$\therefore \quad Nl\sin\alpha = Pa \quad \therefore \quad N = \dfrac{Pa}{l\sin\alpha} = \dfrac{2Pah}{\sqrt{l^2+4h^2}}$

1.6 托架如图所示。求1－1、2－2、3－3各横截面上的内力。（B、C、D处均为销钉）。

解： 欲求各横截面的内力，必须把托架在B、C、D处拆开，然后根据ABC横杆的平衡条件求出BD杆和CD杆对它们的反力：

$$\Sigma M_B = 0 \quad \therefore \quad N_{DC} = P \quad \Sigma Y = 0 \quad \therefore \quad N_{DB}\sin\alpha = N_{DC} + P$$

$$\therefore \quad N_{DB} = \frac{2P}{\sin\alpha} = \frac{2P}{\sin 45^\circ} = 2.828P$$

显然还应有X_C：$X_C = N_{DB}\cdot\cos\alpha = 2P$　∴　1—1截面上有：

$N = X_C = 2P$（拉力）　$Q = N_{DC} = P$（剪力）　$M = N_{DC}\cdot X = PX$（弯矩）

∴　2—2截面上有：$N = N_{BD} = 2.8P$（压力）　∴　3—3截面上有：

$N = N_{BD}\cos\alpha - N_{CD} = 2P - P = P$

$M = X_C\cdot 3l - N_{BD}\cdot\cos\alpha\cdot 2l = 6Pl - 4Pl = 2Pl$

1.7 托架如图所示。求各杆之内力。

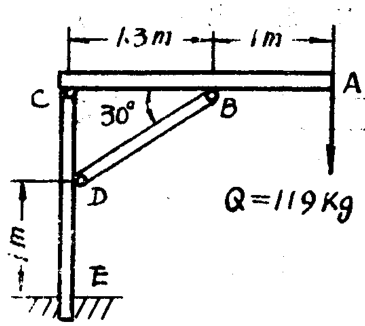
1.8 空间直角折杆ABCD如图所示。求支座反力及E、F截面上的内力素。

解： A截面上的内力素就是所求的支反力：

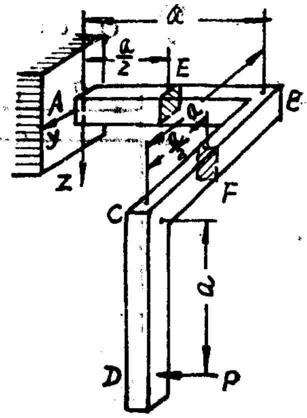
$N = P$（压）

$M_z = Pa$（绕z轴）

$M_y = Pa$（绕y轴）



题 1.7图



题 1.8图

E截面：$N=P$（压）　　　$M_Z=Pa$　　　$M_y=Pa$

F截面：剪力 $Q=P$　　扭矩$M_K=Pa$（绕F截面形心）　　弯矩$M=\frac{Pa}{2}$

解题提示：

所谓求内力素的问题，就是用截面法在所要求内力素的截面处将构件切开，弃去一部分保留一部分，将弃去部分对保留部分的作用用内力代替，根据理论学中的平衡力系的原理求出这些内力。在一个截面上，内力素有以下几种可能：

剪力Q：它作用在截面上，垂直于杆件轴线。

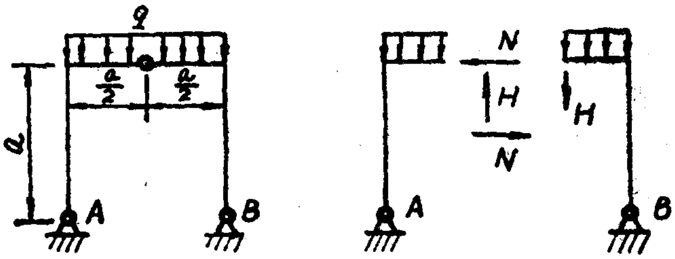
轴力N：它作用在横截面形心上，沿着轴线方向，离开截面为拉力，指向截面为压力。

扭矩M_K：它作用在截面上，其矢量沿着轴线方向，绕截面形心而旋转。

弯矩M：它作用在纵向平面内，其矢量在横截面内，绕通过形心且垂直于轴线的一条轴而转动。

1.9 结构如图所示。求中间铰两则截面上的内力素。

解：遇有中间铰链就要把其拆开，相互作用以未知力代替。



题 1.9图

根据(b)图：

$\Sigma M_A=0 \quad N\cdot a+H\frac{a}{2}$

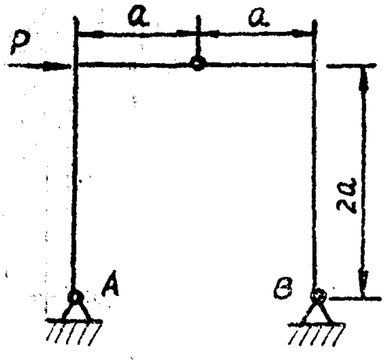
$=\frac{1}{2}q\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\Sigma M_B=0 \quad N\cdot a-H\frac{a}{2}=\frac{1}{2}q\left(\frac{a}{2}\right)^2$　将两式相加，$2Na=q\frac{a^2}{4}$

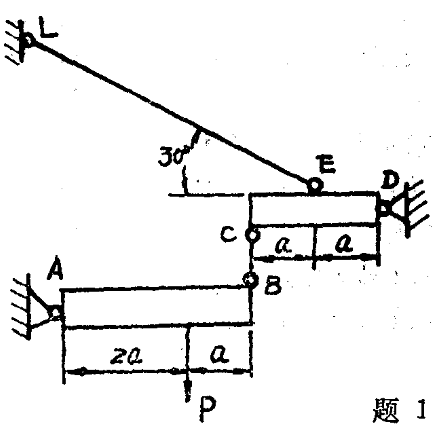
$\therefore \quad N=\frac{qa}{8}$（方向如图）　　　$H=0$

$\therefore$　中间铰两侧截面上内力素相同：

$N=\frac{qa}{8} \quad Q=qx$　（X为距中间铰的距离）



题 1.10图



题 1.11图

1.10 求图示刚架的支反力及中间铰处的反作用力。

1.11 图中AB及CD均系刚体，与杆EL及BC铰接。P＝2 t，求二杆之内力。

1.12 杆的横截面为等边三角形，已知该截面上的正应力σ_0为均匀分布。试求该截面上的内力素及合力的作用点。

解： 因正应力均匀分布，其合力只有一个轴向力N

$$N=\sigma_0\times\text{三角形面积}$$

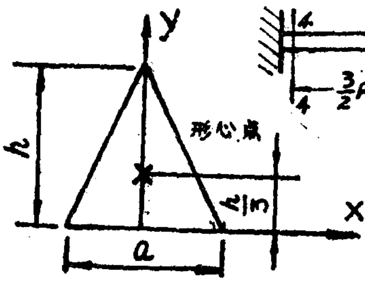
$$=\sigma_0\cdot\frac{1}{2}ah=\sigma_0\cdot\frac{1}{2}a\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\sigma_0\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}a}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}\sigma_0a^2$$

合力作用点在三角形的形心上：

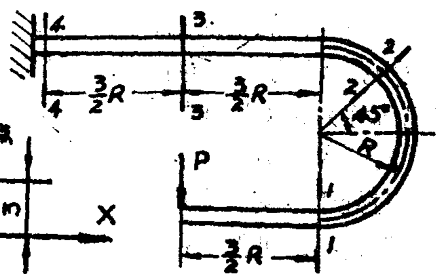
$$X=0\quad y=\frac{h}{3}=\frac{1}{3}\ \frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{6}a$$

1.13 求图示一端固定的园孤杆1—1、2—2 3—3及4—4各横截面上的内力素。

1.14 直径为D的园杆承受扭转力偶如图所示。I—I截面上任意一点处有剪应力$\tau=c\rho$，C为常数，且τ的方向与ρ垂直，ρ为该点到园心的距离。试求C。



题1.12图

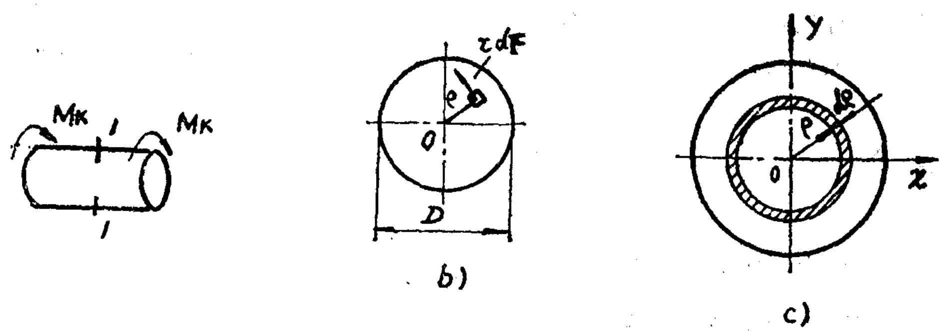


题 1.13图

解： 根据平衡方程式

$$M_K=\int_F\tau dF\cdot\rho=\int_F c\rho^2dF=\int_0^{\frac{D}{2}}2\pi c\rho^3d\rho=2\pi c\frac{\rho^4}{4}\Big|_0^{\frac{D}{2}}$$

$$=\pi c\frac{1}{2}\left(\frac{D}{2}\right)^4=\frac{\pi D^4}{32}C\quad\therefore\quad C=\frac{32M_K}{\pi D^4}$$



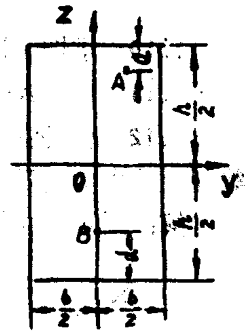
题 1.14图

1.15 梁的横截面为矩形，h＝10cm，b＝5 cm已知该截面上的应力分布规律为$\sigma=C\frac{z}{bh^3}$，其中C＝1 ×10^5kg－cm，a＝1 cm，d＝2 cm。

1）试作正应力沿截面高度（z方向）变化的分布图，并求最大拉应力及最大压应力；

2）求该截面上的内力素；

3）求A、B两点的正应力。



题 1.15图

第二章　轴向拉伸及压缩

第一节　内容提要

1. 拉（压）杆

杆的两端各受一力P（集中力或分布力）的作用，两个P力大小相等，方向相反，且作用线与杆的轴线重合。P力方向离开杆端，产生拉伸变形，称为拉杆，P力称为轴向拉力；P力方向指向杆端，产生压缩变形，称为压杆，P力称为轴向压力。两种受力情况统称为拉（压）杆。

2. 内　力

对处于平衡状态的杆件，欲求某截面的内力N，用截面法，根据平衡条件，列出平衡方程式，即可得出：

$$N = P \qquad (2-1)$$

拉（压）杆的内力又称为轴力。

3. 内 力 图

表明杆件各横截面上的内力随横截面位置而变化的图线称为杆件的内力图，又称为轴力图。从图上可以了解内力分布情况，可以确定最大内力及所在位置，为应力计算及强度校核提出原始数据。

4. 应　力

求拉（压）杆的应力问题是一个**超静定**问题，必须知道应力在横截面上的分布规律之后才能求得。实验指出，等直拉（压）杆，应力沿横截面均匀分布，这时**横截面**上的应力为：

$$\sigma = \frac{N}{F} \qquad (2-2)$$

其中σ——称为正应力，量纲为$\frac{[力]}{[长度]^2}$。工程计算中常用的单位是公斤每平方厘米或公斤每平方毫米，分别用kg/cm^2或kg/mm^2表示。（本书不采用国际单位制）

N——为轴力，工程计算中常用的单位是公斤，用kg表示。

F——为横截面面积，工程计算中常用的单位是平方厘米或平方毫米，分别用cm^2和mm^2表示。

为了区别拉伸和压缩，必须规定轴力的符号：轴力离开截面为拉力，规定为正，产

生拉伸变形；轴力指向截面为压力，规定为负，产生压缩变形。轴力既有符号区别，正应力也有符号区别，拉应力为正，压应力为负。须知道，这是根据习惯纯属人为规定，没有什么深奥的道理。

利用上面的公式，可以进行三方面的计算工作：

（一）校核杆件强度

$\sigma_{max}=\frac{N_{max}}{F}\leqslant$〔6〕此即为拉（压）杆的强度条件。 （2—3）

（二）设计杆件横截面面积

$$F\geqslant\frac{N_{max}}{[\sigma]} \quad (2-4)$$

（三）决定杆件所能承受的安全载荷

$$P\leqslant F[\sigma] \quad (2-5)$$

其中：

N_{max}——最大轴力，从轴力图上确定，其所在横截面即为**危险截面**；

$[\sigma]=\frac{\sigma_{jx}}{n}$称为许用应力；

塑性材料$[\sigma]=\frac{\sigma_s}{n}$

脆性材料$[\sigma]=\frac{\sigma_b}{n}$

σ_{jx}——材料的极限应力；

σ_s——材料的流动极限；

σ_b——材料的强度极限；

n——安全系数。由相应的**规范**确定

5. 斜截面上的应力

任意一个与横截面成α角的斜截面上的应力包含有正应力σ_a和剪应力τ_α

$$\sigma_\alpha=\sigma_0\cos^2\alpha$$
$$\tau_\alpha=\sigma_0\frac{\sin 2\alpha}{2} \quad (2-6)$$

其中：

$\sigma_0=\frac{N}{F}$，即横截面（$\alpha=0$）上的正应力。

6. 变　形

拉（压）杆沿轴向的伸长（或缩短）称为轴向（纵向）变形，伴随而产生的横向缩短（或伸长），称为横向变形。

$\Delta l=\frac{Nl}{EF}$称为纵向**绝对变形**以伸长为正，以压缩为负。 （2—7）

其中：

l——杆件原长

E——材料的弹性常数，

EF——称为杆件的抗拉（压）刚度，

$E=\frac{Nl}{F\Delta l}$由此式可以通过试验测定E值。其量纲为$[E]=\frac{[力][长度]}{[长度]^2[长度]}=\frac{[力]}{[长度]^2}$，在工程计算中其常用的单位为公斤每平方厘米或公斤每平方毫米，分别用kg/cm^2或kg/mm^2表示。不同材料之E由表给出。

除了计算单一杆件的变形外，材力中还有大量的组合杆件的变形计算，其关键是要正确地绘出**变形图**，然后利用平面几何的知识，寻找出各杆之间的变形的相互关系，即可获得正确的解答。

7. 应　变

设杆的原长为l，变形后的长为l_1，则杆的绝对伸长为$\Delta l=l_1-l$。它只反映杆的总变形，无法说明杆的变形程度。由于拉（压）杆的各段是均匀伸长的，所以反映杆的**变形程度的量**可采用每单位长度杆的纵向伸长（或缩短），即$\frac{\Delta l}{l}$，这个量即称为**应变**，用ε表示，即：$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}$　　（2—8A）

又称为线应变或正应变。拉杆时，因Δl为正，ε为正；压杆时，因Δl为负，ε为负。ε还可以表示为：

$$\varepsilon=\frac{N}{EF}=\frac{\sigma}{E} \qquad (2—8B)$$

同样，剪应变γ可以表示为：

$$\gamma\doteq tg\gamma=\frac{\Delta S}{l} \qquad (即1—4)$$

8. 虎克定律

在弹性范围内有：

$$\Delta l=\frac{Nl}{EF} \qquad \varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{1}{E}\frac{N}{F}=\frac{\sigma}{E}$$

称为单向虎克定律的两种表达形式。

9. 横向线应变

$$\varepsilon'=\frac{\Delta d}{d} \qquad (2—9A)$$

其中：

d——横截面原尺寸，

$\Delta d=d_1-d$，d_1为横截面变形后尺寸，Δd为横截面尺寸的改变量：拉杆的Δd为负，ε′为负；压杆的Δd为正，ε′为正。

横向变形系数或波桑比：

$$\mu=\left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| \qquad (2—9B)$$

$$\varepsilon'=-\mu\varepsilon=-\mu\frac{\sigma}{E} \qquad (2—9C)$$

其中：