

复合型法在运动参数优选中的应用

许克静

(齐齐哈尔轻工学院)

提 要

本文应用复合形法 (Complex Method), 通过DJS-130电子计算机, 对主参数为40吨普通车床各项运动参数进行优选: 保证原有工作性能, 以减小体积改善结构为目的, 通过计算机搜索, 选出一组最佳运动参数组合, 并同传统方法类比。附BASIC语言程序。

非线性规划广泛应用于机械工程的优化设计中, 复合形法是其中应用较广的一种原理简单、容易掌握的直接方法。它适用于不等式约束的非线性规划问题, 不需求导, 不需精确的初始点。

我们考虑不等式约束的非线性规划问题:

$$\min_{x \in G} F(x) \quad G = \{x | x \in R^n, \begin{matrix} g_i(x) \geq 0 & i=1, 2, \dots, p \\ a_j \leq x_j \leq b_j & j=1, 2, \dots, n \end{matrix}\}$$

其中: $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 是 n 维空间 R^n 中的点, $F(x)$ 、 $g_i(x)$ 为线性或非线性函数, a_j 、 b_j 为变量上、下界。

首先在可行域内产生具有 $K > n + 1$ 个顶点的初始复合形, 然后比较各项点函数值, 不断丢弃最差点, 逐步逼近最优解。

算法步骤如下:

(1) 确定初始复合形各可行顶点: 可凭经验给出; 可用蒙特卡罗法随机产生:

$$x_j^{(K+1)} = a_j + r_j^{(K)} (b_j - a_j) \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$r_j^{(K)}$ 为计算机产生的随机数

产生 K 个可行点, 则构成复合形, 若其中有点不可行, 则转入第二步。

(2) 寻求可行点: 若已产生 L 个可行点, 第 $L+1$ 个点不满足隐式约束, 则将该点向

前 L 个点的中心点 $x^L = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L x_j$ 移动一半距离, 即 $x_{(新)}^{L+1} = \frac{1}{2} (x_{(旧)}^{L+1} + x^L)$

重复此过程, 直到 x^{L+1} 成为可行点。

(3) 寻求反映点: 先计算复合形各顶点目标函数值, 取其中函数值最大的点为最次点

x^h , 计算除 x^h 外诸点的中心点: $x^0 = \frac{1}{K-1} \left(\sum_{i=1}^K x^i - x^h \right)$, 若 x^0 不是可行点, 则从 K 个顶点中

取最好点 x^l 为下界, x^0 为上界, 重新利用随机数选点, 构成复合形: $x_j^1 = x_j^l + r_j^l (x_j^0 - x_j^l)$
 $1 \leq l \leq K$

$j=1, 2, \dots, n$

重复 (1) — (3) 步骤。

若 x^0 是可行点, 可选择—个反映系数 α (—般 $\alpha \geq 1$), 作为 x^h 对 x^0 的反映点 x^α :

$x^\alpha = x^0 + \alpha (x^0 - x^h)$ 接着检验 x^α 的可行性, 若不可行, 则把 α 减半, 直至反映点为可行点为止。

(4) 比较函数值: 若 $F(x^\alpha) < F(x^h)$, 则以好点 x^α 取代最差点 x^h , 构成新的复合形转向第三步。若 $F(x^\alpha) > F(x^h)$, 则将 α 取半, 直到 $F(x^\alpha) < F(x^h)$ 转向 (3)。如果出现 α 不断减半, 直至小于预先给定的 ε 值时, 目标函数仍无改进, 则将第三步中选择的最差点改为次差点 x^m :

$$F(x^m) = \max F(x^i) \quad 1 \leq i < K$$

这样由最差点出发求其反映点, 改为用次差点代替最差点, 重复进行上述过程。

(5) 停机检验标准: 当 $|F(x^0) - F(x^i)| < \varepsilon \quad i=1, 2, \dots, K$

(或 $|(F(x^0) - F(x^i))/F(x^0)| < \varepsilon$)

(ε 为预先给定的要求精度), 则认为目标函数已收敛, 可终止迭代; 否则转入第三步。

复合形法的效果取决于顶点数目 K 与反映系数 α 的选取。

应该 $K > n+1$, 若 K 较小, 如 $K = n+2$, 则可能由于随机点选取顶点较少致使所选诸点位于其中—点所张成的—个低于 n 维的子空间中去, 而仍得不到 n 维空间的最优解。但在有些问题中 $K = n+2$ 也能得到很好的效果, K 的取值应针对具体问题而定。—般常取 $K = 2n$
 $\alpha = 1.3$

复合形法的缺点: 其迭代终点往往取决于初始复合形的建立, 有时未必是实际最优点, 因此往往用增加计算次数来增加终点为实际最优点的概率。此算法适用于变量及约束较少的情况, 因为随着维数升高, 工作量急剧增大, 收敛很慢。

如果凭经验选取初始复合形, 则须注意将可行点选得分散—些, 以防止收敛到—个局部极小点。

下面给出复合形法在车床主运动参数优选中的应用。

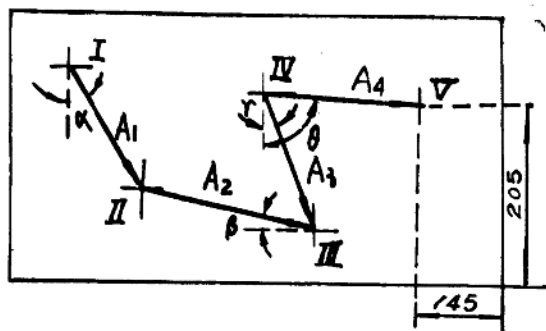
对于以高速钢刀具为主、加工钢和铸铁的 $\phi 400\text{mm}$ 普通车床主轴箱, 按传统方法设计可得混合公比 (1.26, 1.58)、十八级转速系列为: 1400, 900, 710, 560, 450, 355, 280, 224, 180, 140, 112, 90, 71, 56, 45, 35.5, 28, 18

选用电机 JO₂-51-4-D₁ 型, $n = 1450\text{r/min}$ $N = 7.5\text{kW}$, 多楔带传动 $U_o = 85/173$, 结构式为: $18 = 2_3 \cdot 3_2 \cdot 2_6 \cdot 2_{12-6}$ 降速比分配为: $173/85 \times 2 \times 2 \times 3.17 \times 3.17$,

齿轮齿数确定为: I 轴双联 $u_1 = \frac{1}{2} = z_1/z_4 = 34/68$, $u_2 = 1 = z_2/z_6 = 51/51$.

II 轴三联: $u_3 = \frac{1}{2} = z_7/z_{10} = 30/60$, $u_4 = 1/1.26 = z_8/z_{11} = 40/50$,
 $u_5 = 1.26 = z_9/z_9 = 50/40$

Ⅲ轴双联: $u_6 = 1/3.17 = z_{12}/z_{14} = 19/60$, $u_7 = 1.26 = z_{13}/z_{15} = 44/35$,
 Ⅳ轴双联: $u_8 = 1/3.17 = z_{17}/z_{18} = 19/60$, $u_9 = 1.26 = z_{16}/z_{19} = 44/35$,
 模数确定为: $m_{1-2} = 2$, $m_{2-3} = 2.25$, $m_{3-4} = 3.5$, $m_{4-5} = 4$
 主运动链截面轴孔坐标图如下:



各孔中心距: $A_1 = 102$, $A_2 = 101.25$,
 $A_3 = 138.25$, $A_4 = 158$

各方向角: $\alpha = 25^\circ$ $\beta = 7.5^\circ$ $\gamma = 22^\circ$
 $\theta = 86^\circ 35'$

[根据(4)设计]

应用复合形法, 对以上问题, 建立数学模型:

选取运动参数: 齿轮模数、齿数, 传动比, 截面方向角度为设计变量; 确定中心距面积为目标函数, 以求在传递相同功率和相同变速范围内, 截面面积最小—体积最小、结构最紧凑、刚度最好。

即: 设计变量: $x_{(1)} = (m_{1-2}, m_{2-3}, m_{3-4}, m_{4-5}, z_7, z_{12}, z_{17}, \frac{1}{u_1}, \frac{1}{u_3}, \theta)^T$

[条件: $z_1 = 34$, $u_6 = \frac{1}{3.17}$, $\alpha = 25^\circ$, $\beta = 7.5^\circ$, $\gamma = 22^\circ$]

建立目标函数: $A_1 = \frac{x_{(1)}}{2} \cdot 34 \cdot [1 + x_{(6)}] = 17x_{(1)} \cdot [1 + x_{(6)}]$

$$A_2 = \frac{x_{(2)}}{2} \cdot x_{(6)} \cdot [1 + x_{(9)}]$$

$$A_3 = \frac{x_{(3)}}{2} \cdot x_{(6)} \cdot \left[1 + \frac{1450}{18 \times \frac{173}{85} \times 3.17 \cdot x_{(8)} \cdot x_{(9)}} \right]$$

$$= 0.5x_{(3)} \cdot x_{(6)} \cdot \left[1 + \frac{12.486}{x_{(8)} \cdot x_{(9)}} \right]$$

$$A_4 = \frac{x_{(4)}}{2} \cdot x_{(7)} \cdot [1 + 3.17] = 2.085x_{(4)} \cdot x_{(7)}$$

$$A_x = A_1 \cdot \sin 25^\circ + A_2 \cdot \cos 7.5^\circ + A_4 \cdot \sin \theta - A_3 \cdot \sin 22^\circ$$

$$= 0.4226A_1 + 0.9914A_2 + A_4 \cdot \sin[x_{(10)}] - 0.3746A_3$$

$$A_y = 205 + A_4 \cdot \cos \theta = 205 + A_4 \cdot \cos[x_{(10)}]$$

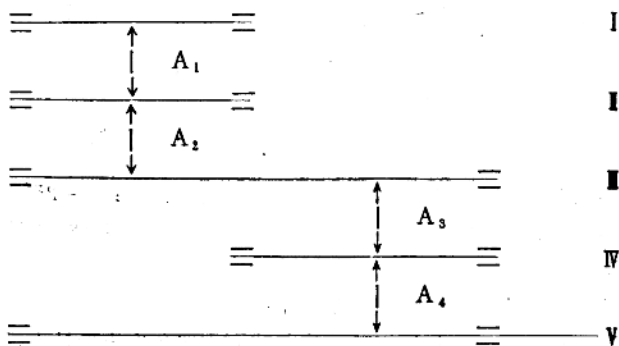
$$F_{(x)} = A_x \cdot A_y$$

确定约束条件：〔公式根据〔4〕〕

根据：（1）高速轴接触疲劳强度满足要求： $[\sigma_H]^2 \geq \left(\frac{16338}{m_j} \right)^3 \cdot \frac{i+1}{i} \cdot \frac{K_d K_c K_b K_s \cdot N}{\varphi_m \cdot z_1^2 \cdot n_j}$

（2）低速轴弯曲疲劳强度满足要求： $[\sigma_w] \geq \frac{K_d K_c K_b K_s \cdot N}{z \cdot y \cdot \varphi_m \cdot n_j} \cdot \frac{267^3}{(m_w)^3}$

（3）五根轴的展开排列：



（4）不发生干涉的条件为： $A_2 - \frac{m_{1-2} \cdot z_1 \cdot u_1}{2} - m_{1-2} - 20 \geq 0$

$$A_4 - \frac{m_{3-4} \cdot z_{12} \cdot u_6}{2} - m_{3-4} - 25 \geq 0$$

（5）符合降速比递减的原则：

$$2 \leq x_{(8)} \leq x_{(9)} \leq \frac{12.486}{x_{(8)} \cdot x_{(9)}} \leq 3.17$$

（6）满足不根切的最小齿数要求；

（7）满足齿轮轮毂厚度大于二倍模数的要求；

（8）满足强制式循环润滑的要求；

（9）满足较好抗振性能的要求。

列出：隐式约束 $g_{(1)} = A_2 - \frac{m_{1-2} \cdot z_1 \cdot u_1}{2} - m_{1-2} - 20$

$$g_{(2)} = A_4 - \frac{m_{3-4} \cdot z_{12} \cdot u_6}{2} - m_{3-4} - 25$$

$$g_{(3)} = 1 - 3.8437 \cdot (1 + x_{(8)}) / (x_{(8)} \cdot x_{(9)}^3)$$

$$g_{(4)} = 1 - 507.788 / (x_{(6)} \cdot x_{(2)}^5)$$

$$\begin{aligned}
g_{(5)} &= 1 - 808.6 / (x_{(5)} \cdot x_{(3)}^3) \\
g_{(6)} &= 1 - 826.82 / (x_{(7)} \cdot x_{(4)}^3) \\
g_{(7)} &= 12.486 / (x_{(8)} \cdot x_{(9)}) - x_{(9)} \\
g_{(8)} &= 3.17 - 12.486 / (x_{(8)} \cdot x_{(9)}) \\
g_{(9)} &= x_{(9)} - x_{(8)}
\end{aligned}$$

显式约束为: $1.75 \leq x_{(1)} \leq 2.25$

$$2.25 \leq x_{(2)} \leq 3$$

$$3 \leq x_{(3)} \leq 4$$

$$3 \leq x_{(4)} \leq 4$$

$$20 \leq x_{(5)} \leq 30$$

$$19 \leq x_{(6)} \leq 25$$

$$19 \leq x_{(7)} \leq 25$$

$$2 \leq x_{(8)} \leq 2.5$$

$$2 \leq x_{(9)} \leq 2.5$$

$$0.7853 \leq x_{(10)} \leq 1.57$$

原问题即为: $\min F_{(X)}$

$$\text{s.t. } g_{i(X)} \geq 0 \quad i = 1, 2 \dots 9$$

$$a_j \leq x_j \leq b_j \quad j = 1, 2 \dots 10$$

输入下列数据:

$$n=10, p=9, k=2n+1, \epsilon=0.01, \zeta=0.1, \alpha=1.3,$$

经过计算机BASIC程序计算, 得到结果为:

$$X^*_{(i)} = (2.00791, 2.80186, 3.89911, 3.56872, 23.1153, 24.676, 19.2983, 2.1094, 2.15823, 1.02315)^T$$

$$F(x^*_{(i)}) = 56343.7 \quad (A)$$

与前述设计结果相比较:

$$X_{(i)} = (2, 2.25, 3.5, 4, 30, 19, 19, 2, 2, 1.36)^T$$

$$F_{(x)} = 58852.31 \quad (B)$$

显然 (A) 优于 (B)。

对于非连续变量, 须加适当的数据处理, 这里从略。

附录: BASIC语言程序

```

list
8   let kl=50
10  rem complex method basic program
20  rem e=epsilon
30  rem z=zeta
35  input n, p
40  dim x(2*n+1, n), a(n), b(n), c(p), f(2*n+1), m(2*n), h(2*n)

```

```

45  let k2 = 0
50  read e, z
60  for j = 0 to n
70    read a(j)
72    read b(j)
80  next j
90  for j = 1 to n
100   let x(1, j) = a(j) + rnd(0) * (b(j) - a(j))
110 next j
120 let i = 1
130 gosub 1290
140 if o = 0 goto 90
150 for j = 2 to 2 * n + 1
160   for k = 1 to n
170     let x(j, k) = a(k) + rnd(0) * (b(k) - a(k))
180   next k
190 next j
200 let s = 1
210 for j = 1 to n
220   let t = 0
230   for k = 1 to s
240     let t = t + x(k, j)
250   next k
260 (A) let x(0, j) = t/s
270 next j
280 let i = s + 1
290 gosub 1290
300 if o = 1 goto 370
310 for j = 1 to n
320   let x(s + 1, j) = x(0, j) + (x(s + 1, j) - x(0, j)) / 2
325   let x(s + 1, j) = x(s + 1, j) + 1 / e - 8
330 next j
340 let j = s + 1
350 gosub 1290
360 goto 300
370 if s = 2 * n goto 400
380 let s = s + 1
390 goto 210

```

```

400  let n1= 1
410  for k= 0  to 2*n
420      let y1= 17*x(k,1)*(1+x(k,8))
421      let y2= .5*x(k,2)*x(k,5)*(1+x(k,9))
422      let y3= .5*x(k,3)*x(k,6)*(1+12.486/(x(k,8)*x(k,9)))
423      let y4= 2.085*x(k,4)*x(k,7)
424      let y5= .4226*y1+.9914*y2+y4*sin(x(k,10))- .3746*y3
425      let y6= 205+y4*cos(x(k,10))
426      let f(k)=y5*y6
430  next k
590  for k= 1  to 2*n
600      if abs(f(o)-f(K))/f(0)>e goto 640
610  next k
620  goto 1428
640  for j= 1  to 2*n
650      let m(j)=f(j)
660  next j
662  for j= 1  to 2*n
664      let h(j)=j
666  next j
670  for j= 1  to 2*n-1
680      for k=j+1 to 2*n
690          if m(j)>m(k) goto 760
700          let f=m(j)
710          let m(j)=m(k)
720          let m(k)=f
730          let g=h(j)
740          let h(j)=h(k)
750          let h(k)=g
760      next k
770  next j
780  let m= 1
790  let h=h(m)
800  for j= 1  to n
810      let x(0,j)=(x(0,j)*(2*n)-x(h,j))/(2*n-1)
820  next j
830  let i= 0
840  gosub 1290

```

```

850  if o=1 goto 1010
860  let w=h(2*n)
870  for j=9 to n
880    let a(j)=x(w,j)
890    let b(j)=x(0,j)
900  next j
1000 goto 90
1010 let q=1.3
1020 for j=1 to n
1030   let x(2*n+1,j)=x(0,j)+q*(x(0,j)-x(h,j))
1040 next j
1050 let i=2*n+1
1060 gosub 1290
1070 if o=1 goto 1100
1080 let q=q/2
1081 if q<=z goto 1150
1090 goto 1020
1100 let v1=17*x(21,1)*(1+x(21,8))
1101 let v2=.5*x(21,2)*x(21,5)*(1+x(21,9))
1102 let v3=.5*x(21,3)*x(21,6)*(1+12.486/(x(21,8)*x(21,9)))
1103 let v4=2.085*x(21,4)*x(21,7)
1104 let v5=.4226*v1+.9914*v2+v4*sin(x(21,10))+.3746*v3
1105 let v6=205+v4*cos(x(21,10))
1106 let f(21)=v5*v6
1110 if f(2*n+1)<f(h) goto 1180
1120 if q<=z goto 1150
1130 let q=q/2
1140 goto 1020
1150 let m=m+1
1160 let h=h(m)
1170 goto 1020
1180 for j=1 to n
1190   let x(h,j)=x(2*n+1,j)
1195 next j
1200 let n1=n1+1
1202 if n1>k1 goto 1550
1210 for j=1 to n
1220   let u=0

```



```

1230     for k=1 to 2*n
1249         let u=u+x(k, j)
1250     next k
1260     let x(0, j)=u/(2*n)
1270 next j
1280 goto 410
1290 let c(1)=.5*x(i, 2)*x(i, 5)*(1+x(i, 9))
1291 let c(1)=c(1)-17*x(i, 1)*x(i, 8)-x(i, 1)-20
1292 let c(3)=1-3.8437*(1+x(i, 8))/(x(i, 8)*x(i, 1)3)
1293 let c(4)=1-507.788/(x(i, 5)*x(i, 2)3)
1294 let c(5)=1-808.6/(x(i, 6)*x(i, 3)3)
1295 let c(6)=1-826.82/(x(i, 7)*x(i, 4)3)
1296 let c(7)=12.486/(x(i, 8)*x(i, 9))-x(i, 9)
1297 let c(8)=3.17-12.486/(x(i, 8)*x(i, 9))
1298 let c(9)=x(i, 9)-x(i, 8)
1299 let c(2)=6.243*x(i, 3)*x(i, 6)/(x(i, 8)*x(i, 9))+x(i, 3)+25
1300 let c(2)=2.085*x(i, 4)*x(i, 7)-c(2)
1340 for j=1 to p
1350     if c(j)<0 goto 1390
1360 next j
1362 for j=1 to n
1364     if x(i, j)<a(j) goto 1390
1366     if x(i, j)>b(j) goto 1390
1368 next j
1370 let o=1
1380 goto 1400
1390 let o=0
1400 return
1410 data .01, .1
1420 data 0, 0, 1.75, 2.25, 2.25, 3, 3, 4, 3, 4, 20, 30
1425 data 19, 25, 19, 25, 2, 2.5, 2, 2.5, .7853, 1.57
1428 print n1
1429 print
1430 print 'x(i, j) and f(j) are: '
1431     print
1432     for j=1 to 2*n
1433         for k=1 to n
1465             let k2=k2+1

```

原 书 缺 页

10--末