

數書九章札記

二



數書九章札記

(二)

宋景昌撰

王雲五主編

叢書集成初編

數書九章札記
二冊

中華民國二十五年六月初版

撰者 宋景昌

發行人 王雲五
上海河南路五

印刷所 商務印書館
上海河南路

發行所 商務印書館
上海及各埠

一三六二上

（本書校對者 王養吾 胡達聰）

滬

數書九章札記卷三

卷五

江陰宋景昌勉之氏誤

吳田求積得九十八億五千六百萬。原本五誤四。爲一十六億。億誤益。

館案云。此術以立天元一法明之。法立天元一爲尖積。卽大小兩三角積和。自之。得一平方。爲和自乘。以半廣冪減大斜冪。與餘積相乘。得二十九萬一千六百步。爲大三角積自乘。以半廣冪減小斜冪。與餘數相乘。得九萬步。爲小三角積自乘。二自乘數。并而倍之。內減去和自乘。得七十六萬三千二百步。少一平方。爲較自乘。與和自乘再相乘。得七十六萬三千二百平方。少一三乘方。寄左。次以大小兩三角積自乘數。案。舊本脫此三字。今增。相減。餘二十萬零一千六百步。爲和較相乘數。自之。得四百零六億四千二百五十六萬步。與左相等。則後步數爲實。前平方數爲從上廉。三乘方數卽益隅。與草中所取之數悉合。又云。此法若以小率九萬步開平方。得三百步。卽小三角積。以大率二十九萬一千六百步開平方。得五百四十步。卽大三角積。併之。得八百四十步。卽尖積。其法甚易。所以如此費算者。殆欲用立天元一法。不求分積。卽得所問之總積也。案。此所用立天元一法。卽西法之借根方。以多少爲識。以加減相等得法實。與古人以正負爲識。以相消得法實者。稍殊。然其大體不異。今就其法。附

古算式於後。以爲學天元術者之一助焉。

○一
爲和
天元一

○○一
乘和自

○○一
乘較自

±T≡||

○○○
式寄左

±T≡||

以四百零六億四千二百五十
六萬與左相消得開方式

負

空

從上

空下

益隔

○方

±T≡||○○廉

○廉

卜

開方式

|||○T≡||T○○○Q實

有斜畫作識者爲負。無
者爲正。負亦名益。正亦
名從。

立天元一。其位降實數一等。當平方之方。自乘。又降一等。當平方之隅。再自乘。又降一等。當立方之隅。三自乘。又降一等。當三乘方之隅。四乘以下。倣此。若天元與實數相乘。則乘得之數。當天元之位。平方與實數相乘。則乘得之數。當平方之位。立方以下。倣此。天元與天元相乘。所得當平方之位。天元與平方相乘。所得當立方之位。天元與立方相乘。所得當三乘方之位。平方與平方相乘。所得亦當三乘方之位。餘可類推。其有加減。則有正負。有正負者。以方程入之。

三斜求積得九十九里。原本誤一百九十九里。

館案云。此術以立天元一法明之。法立天元一爲三角積。倍之得二元。自之得四平方。爲中長羃乘底羃。以大斜爲底。寄之。又以小斜羃與大斜羃相加。內減中斜羃。得一百九十八里半。得九十九里。爲小分底。與底相乘。長羃自之。得九千八百零一里。爲小分底羃乘底羃之數。又以小斜大斜羃相乘。得三萬八千零二十五里。用爲小分底羃乘底羃中長羃乘底羃各一。內減小分底羃乘底羃之數。餘二萬八千二百二十四里。爲中長羃乘底羃之數。與寄數等。兩邊各以四約之。得七千零五十六里。與一平方等。里數爲實。方數卽從隅也。後一題同此。

○一天元

積三角爲一

○二倍之

○三中長
羃乘底羃

底羃

下○三○二

ト

開方式

斜蕩求積東南斜二十里。原本脫南字。自乘得四百爲中幕。乘下衍率字。得四千五百八十七萬八千四百步。誤脫下百字。

計地容民答曰地積至九十九戶。沈氏欽裴曰地積容民答數誤。係草中開方得數誤退一位所致。案當作地積二百三頃五十畝。容民一千三百五十六戶。三千六百萬爲實。原本脫爲字。得二萬三百百誤千。開平方得至不盡一十畝。案當作開平方得一百四十二萬八千步。併寄三百四十五萬六千步。共得四百八十八萬四千步。以畝法二百四十步除之。得二萬三百五十畝。次以頃法一百畝約之。爲二百三頃五十畝爲地積。又爲實。以每戶所給一十五畝爲法。除實得一千三百五十六戶。不盡一十畝。

蕉田求積以長併廣再自乘。原本廣下衍半之乃三字。得六百一十以兩度自乘。十下衍以半之。得三百五十七字。五千二百一十三。下衍七十分步之五千七十七字。館案云此題中廣甚小。故得數較古法多七百餘。較密法少二千七百餘。若設長爲七百零七。廣爲二百九十三。亦以此法求之。長廣相加。自之。再之。又十乘之。得一百億爲實。半長半廣各自之。相減得十萬零三千五百。爲長闊較。求得闊折半。得三萬零四百二十六步餘。爲田積。依密法求之。實十四萬四千九百餘步。所差甚遠。其術之不合顯然矣。蓋數必三乘。而後可以平方求之。今再乘之後。僅以十進之。宜其不可用也。

均分梯田其田邊道各欲出入。案此語與算無涉。正長四十九步四億一千二百四十萬六千三百九

分步之二千二十七萬六千三百一十九。沈氏曰：六千三百九分，當作六千三百一十九分。正長四十三步八千四百三十三億七千九十九萬一千九百五分步之四千四百八十八億八千六百二萬七千四十六。沈氏曰：當作四十三步八千四百三十三億七千九十二萬二千三百五十五分步之四千五百一億二千三百二十五萬九千八百九十三。爲五萬八千七百九分步之。原本脫之字。六千三百九爲母。沈氏曰：分母三百下脫一十兩字。以下由此而誤。步之八百五十六。沈氏曰：五十三誤作五十六。以下又因此而誤。案：自乙截長開方子母至卷末。沈氏校改至百餘字。極爲精確。今錄於此。隅併方得共四億一千二百四十萬六千三百一十九爲母。與不盡求等。單一不可約。乃定爲四十九步四億一千二百四十萬六千三百一十九分步之二千二十七萬六千三百一十九。爲乙截長。以乙長母通全步。內子得二百二億二千八百一十八萬五千九百五十爲法。以乙長步下母四億一千二百四十萬六千三百一十九。乘通率四千三百。得一萬七千七百三十三億四千七百一十七萬一千七百爲實。以法除之。得八十七步。不盡一百三十四億九千四百九十九萬四千五十。與法求等。得一百五十。俱約之。爲八十七步一億三千四百八十五萬四千五百七十三分步之八千九百九十六萬六千六百二十七。爲得數。乃以乙小廣母五萬八千七百九。乘得數子八千九百九十六萬六千六百二十七。得五萬二千八百一十八億五千七十萬四千五百四十三。爲泛。卻以得數母一億三千四百八十五萬四千五百七十三分。乘乙小廣子五萬二千二百八十四。得七萬五百七億三千六百四十

九萬四千七百三十二。以爲寄數於上。乃以小廣母五萬八千七百九。乘得數母一億三千四百八十五萬四千五百七十三。得七萬九千一百七十一億七千七百一十二萬六千二百五十七。以寄減泛。今不及減。乃破全步一爲分。併泛。得八十六步十三萬一千九百九十億二千七百八十三萬八百。減去小廣四十步及分。餘四十六步七萬九千一百七十一億七千七百一十二萬六千二百五十七分步之六萬一千四百八十二億九千一百三十三萬六千六十八。爲乙大廣。亦丙小廣。求丙長。置甲長五十七步二千四十五分步之八百五十三。乙長四十九步四億一千二百四十萬六千三百一十九分步之二千二十七萬六千三百一十九。以甲乙分母互乘子。甲乙分母相乘。得甲正長五十七步八千四百三十三億七千九十二萬二千三百五十五分步之三千五百一十七億八千二百五十九萬一百七。乙正長四十九步八千四百三十三億七千九十二萬二千三百五十五分步之四百一十四億六千五百七萬二千三百五十五。併甲乙長及分。共長一百六步三千九百三十二億四千七百六十六萬二千四百六十二分。用減元長一百五十步。先破一步。通分母作八千四百三十三億七千九十二萬二千三百五十五。減去甲乙共長。餘四十三步八千四百三十三億七千九十二萬二千三百五十五分步之四千五百一億二千三百二十五萬九千八百九十三。爲丙正長。

卷六

漂田推積案。此條有三誤。一曰命名誤。凡三斜術。皆以最長者爲大斜。其次爲中斜。其次爲小斜。今中斜

反短於小斜一誤也。一曰布算誤。元小斜內減殘小斜餘五步一十一分之一。今分子誤作單一。二誤也。一曰立術誤。求水實當用三斜求積術。今用句股求積術。三誤也。今據沈氏校本。逐條辨正於後。

元中斜一十六步。沈氏曰。元中斜皆當作元小斜。元大斜元中斜。沈氏曰。惟此中字不誤。元積一百三十八步一十一分步之八。沈氏曰。當作一百三十九步一十一分步之七。水積一十二步一十一分步之八。沈氏曰。當作一十三步一十一分步之七。水小斜五步一十一分步之一。沈氏曰。步之一。當作步之一。十。以法乘徑。沈氏曰。乘徑可省。又乘徑羈。沈氏曰。乘徑羈亦可省。蓋以此乘復以此除。徒爲多算爾。圖。沈氏曰。原圖元大斜作弧線。今改爲直線。與水直線相切。成大小句股形。更增一虛線。與殘小斜平行。則比例之理顯矣。餘五步一十一分步之一。沈氏曰。步之一。當作步之一。十。以下布算。皆因此而誤。通步內子得五十六。沈氏曰。五十六當作六十五。得二百八十爲水實。沈氏曰。二百八十當作三百二十五。得一十二步不盡一十六。沈氏曰。當作一十四步不盡一十七。與法俱以二約之。至步之八。沈氏曰。當作以法命之。爲一十四步二十二分步之一十七。共得一百三十八步一十一分步之八。沈氏曰。當作一百四十步二十二分步之一十七。

附沈氏求元中斜簡術。

術曰。置水直減元小斜餘爲法。以元小斜乘殘小斜。爲中斜實。以法除實。得元中斜。草曰。以元小斜一十六。本名元中斜。今改。乘殘小斜一十三。得二百八。爲元中斜。本名元小斜。今更正。

實以法一十一除之得一十八步一十一分步之一十爲元中斜。

改正求水積術。

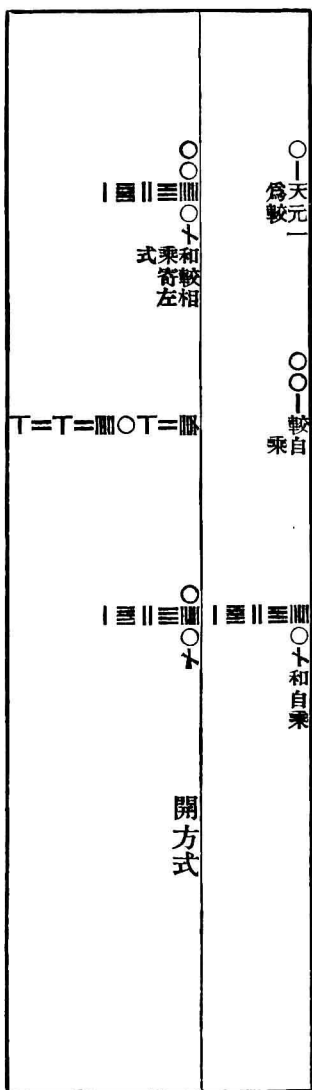
術曰以水直水大斜水小斜三較連乘又乘半總開連枝平方得水積。

草曰置水直五步水大斜九步一十一分步之一水小斜五步一十一分步之一十并而半之得一十步爲半總與三面相較水直較五步水大斜較一十一分步之一十水小斜較四步一十一分步之一三較通步內子連乘又乘半總得二萬二千五百爲實分母一十一自之得一百二十一爲隅開方不盡以連枝術入之用隅一百二十一乘實二萬二千五百得二百七十二萬二千五百爲定實以一爲定隅開平方得一千六百五十以隅一百二十一除之得一十三步不盡七十七與法一百二十一俱以一十一約之得一十一分步之七爲水積并殘積一百二十六共得一百三十九步一十一分步之七爲元積。

環田三積大小圓田共三段原本圓誤環共誤尖二百八十六分步之四十三六誤一置環周幕至開三乘方得環積館案云求環積與前求尖田積同但彼立天元一爲兩積之和此立天元一爲兩積之較耳其式如左。

法立天元一爲環田積卽內外兩圓積之較自之得一平方爲較自乘以大小率卽二圓積各自乘併而倍之得一萬五千二百四十五步內減較自乘得一萬五千二百四十五步少一平方爲和自乘與較

自乘再相乘得一萬五千二百四十五平方少一三乘方寄之次以大小率相減餘二千五百零二步五分爲和較相乘再自之得六百二十六萬二千五百零六步二分五釐與寄數等卽爲實寄數內平方數卽從上廉三乘方數卽益隅



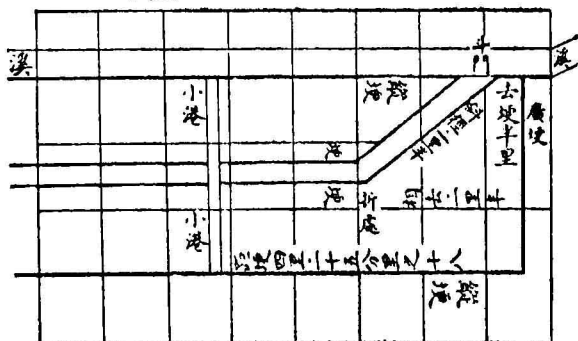
圍田先計間有草蕩一所至各幾何館案云題意掘土爲港卽以其土四邊爲埂當溪者高闊倍之餘三邊等語皆未詳案田之四邊及港之兩邊當有六邊以爲四邊亦誤餘三邊當作餘五邊方與術合圍蕩成田圖案題言順縱開大港一條磬折通溪則大港當爲磬折形今圖作句股形非是題言順廣開小港二十四條今圖順廣祇作十一條卻於順縱別作四條亦非是又題言磬折其長便不能與縱等而術中仍以縱率爲港長當是以半廣爲句斗門至折處爲弦斗門距廣埂爲股弦較互相準折與

縱適等。圖中亦無明文。茲爲顯著於後。使閱者無惑焉。惟小港限於篇幅。不能悉載。大約四里二十五分里之十八。而開一港。茲載其一。餘可類推矣。

大港折通溪圖

每方一里

此係上
流其下
做此上



斗門去廣埂半里。至折處斜徑二里半。與折處至廣埂等。句股弦之義也。其小港去廣埂四里二十五分里之一十八。每閱此數。則開一港。盡一百一十三里二十五分里之七。而得二十四港。答曰。田積至深六尺八寸。沈氏曰。田積誤。大小港面底闊深皆誤。一十三萬一千六百二十五分。原本一千誤六千。以闊母乘土積爲實。至爲大港面。沈氏曰。求深術誤。求面闊術亦誤。以港闊母六因土積。至爲田積寸。沈氏曰。此求深闊皆非也。深子一乘堡不長。深母三除爲深。是深得堡三分之一。深母三因堡爲實。深子一除不消。以爲中。是中得堡之三倍。又加半不及爲大港面。則大港面比深爲九倍多矣。與問所云深比大港面三分

之一者不合大港面闊既誤所求港平田積亦誤改正於後。
田積一千八百七十六頃二十七畝二百二十八步。

大港

面闊三丈五尺五寸二分寸之一。

底闊三丈四尺五寸二分寸之一。

深一丈一尺八寸二分寸之一。

小港

面闊五尺九寸四分寸之一。

底闊四尺九寸四分寸之一。

深一丈一尺八寸二分寸之一。

術曰求埤土積同原術倍土積爲實以闊母爲深母之倍故實從隅皆倍之齊同之義也。以小港不及乘小港數又乘廣率於上以大港不及乘縱率加上爲益從闊子不及闊子皆不折半亦倍之也。乘小港數又乘廣率爲泛闊母乘縱率并泛爲隅開平方得深深母因深深子除之爲大港面闊子因大港面闊母除之爲小港面二面各減不及爲底餘同原術。

草曰置土積九百六十五億五千二百萬倍之得一千九百三十一億四百萬爲實以小港不及十寸。

乘二十四條。又乘廣率五萬四千得一千二百九十六萬於上。以大港不及十寸。乘縱率二百一十二萬四千得二千一百二十四萬。加上得三千四百二十萬。爲益從。以闊子一。乘小港二十四條。又乘廣率五萬四千得一百二十九萬六千。爲泛。以闊母六乘縱率二百一十二萬四千得一千二百七十四萬四千。加泛得一千四百四萬。爲隅。實從隅求等得三十六萬。約實得五十三萬六千四百。約從得九十五。約隅得三十九。開平方。步法益從再進。隅再超。初商置一百。以初商生隅得三千九百爲正從。與益從九十五相消。正從餘三千八百五。又與商相生得三十八萬五百。爲正積。與元實五十三萬六千四百相消。元實餘一十五萬五千九百。爲次商實。又以初商生隅得三千九百。增入正從得七千七百五。初商畢。從一退。隅再退。乃約餘實。次商置一十。以次商生隅得三百九十。入正從得八千九百五十。減實餘七萬四千九百五十。爲第三商實。又以次商生隅得三百九十。入正從得八千四百八十五。次商畢。從一退。隅再退。約餘實。三商置八。以三商生隅得三百一十二。入正從得八千七百九十七。與商相生得七萬三百七十六。減實餘四千五百七十四。爲分子。以三商生隅。入從。又增隅得九千一百四十八。爲分母。求等得四千五百七十四。以約之。命爲二分寸之一。是大小港等深。一丈一尺八寸二分寸之一。以深母三因之。深子一除之。得三丈五尺五寸二分寸之一。爲大港面闊。以闊子一乘大港面闊母六除之。得五尺九寸四分寸之一。爲小港面闊。以不及一尺各減大小港面。得三丈四尺五寸二分寸之一。爲大港底。得四尺九寸四分寸之一。爲小港底。以大港面三丈

五尺五寸二分寸之一通分內子得七百一十一乘隅一千四百四萬得九十九億八千二百四十四萬爲實以闊母六乘大港母二得十二爲法除之得八億三千一百八十七萬爲港平以港平并址一十二億八千七百三十六萬得二十一億一千九百二十三萬減寄一千一百四十六億九千六百萬餘一千一百二十五億七千六百七十七萬爲田積寸以步法五十寸自乘得二千五百除積寸得四千五百三萬七百八步爲田積步以畝法二百四十步約之得一千八百七十六頃二十七畝二百二十八步爲田積餘同原草

又案并大港面底半之乘深又乘縱率爲大港積并小港面底半之乘深又乘港數又乘廣率爲小港積并小港面底半之乘深又乘港數又乘大港面底相并之半爲公積并大小港二積以較土積則二積內多一公積前術以大港面乘隅爲實闊母除之爲港平猶仍秦氏之意今以帶縱立方取深立術時先於二積內減去公積爲土積得數更眞別設問答術草於後

問有草蕩一所廣縱水深溪闊流長大小港條數俱同原問小港闊比大港七分之二大小港深比大港面三分之一大港底不及面四尺小港底不及面二尺取土爲埂高一丈四尺三寸四千二十三分寸之二千八百五十五上下廣及岸高廣亦同原問問田積土積大小港面底闊深各幾何
答曰田積一千八百七十二頃七十畝九十九步二十五分步之二十一
埂土積一千三百八十七億五千四百五十六萬立方寸

大港

面闊四丈二尺。

底闊三丈八尺。

深一丈四尺。

小港

面闊一丈二尺。

底闊一丈。

深一丈四尺。

夏冬積水田港容水退出水溪面泛高不贅。

術曰。深闊兩母相乘。爲共母。深母乘闊子。爲通子。半大港不及乘闊母。爲大率。半小港不及乘闊母。爲小率。如原術求得土積。闊母乘之。爲定實。半大廣不及。并廣率。以小率乘之。又以小港數乘之。於上。大率乘縱率。加上。爲益從。半大港不及。并廣率。以通子乘之。以小率乘深母并之。又以小港數乘之。爲泛。共母乘縱率。加泛。爲正廉。深母乘通子。又乘小港數。爲益隅。開立方。得深。深母乘深。深子除之。爲大港面。闊子乘大港面。闊母除之。爲小港面。二面各減不及。爲底。大港面乘縱率。爲大港幕。大港面減廣率。以小港面乘之。又以小港數乘之。爲小港幕。并二幕爲港平。以港平并址減寄。爲田積。餘同元術。