

译文 80-004

船用螺旋桨译文集

(三)

第六机械工业部 第七〇二研究所
第七研究院

一九八〇年五月

4.33
5

目 录

按升力线及升力面理论估算螺旋桨

性能 (1)

考虑粘性影响的螺旋桨特性计算方法 (41)

按离散负荷函数求解螺旋桨升力面

的二个方法 (52)

回转体尾部螺旋桨的计算 (81)

按升力线及升力面理论估算螺旋桨性能

波多野 修次 南方 润三
山崎 正三郎

1. 绪 言

应用升力线理论分析船用螺旋桨性能的方法, 由河田^[1]、守屋^[2]、勒布斯 (Lerbs)^[3] 等发表了研究的许多计算例子。关于利用升力面理论分析的方法, 系由山崎(隆)^{[4][5][6]}、花冈^[7]、菅井^[8]、小山^[9]等所处理, 提供了有益的计算资料。花冈仿效普兰特 (Prandtl) 将螺旋桨理论上处理的问题作了如下三个边值问题的分类^[7]。

第一类问题: 为了获得给定的升力分布, 应取怎样的叶片平面形状及冲角。

第二类问题: 在给定总升力及叶宽的情况下, 求诱导阻力(能量损失)最小的升力分布。

第三类问题: 在给定叶片平面形状及冲角分布的情况下, 求升力分布。

若就第一类问题与第二类问题配合起来而言的最佳螺旋桨设计是在给定升力分布进行积分这一点来说, 计算是简单的, 但确认设计的螺旋桨性能使之适用于实际的螺旋桨设计, 则还需作相当数量试验。与此相反的是第三类问题, 若将求解给定螺旋桨的性能的观点作为模拟的立足点来表示, 则模拟需要给定螺旋桨的几何形状及工作状态来求解积分方程, 计算是比较复杂的。不过, 可以有效地利用现有的实验结果, 并可按照螺旋桨的性能估算精度, 使其适用于螺旋桨设计。由这点出发, 就目前来讲, 可以认为模拟是将螺旋桨理论应用于螺旋桨设计上的最好方法。

对于象船用螺旋桨那样的阔叶螺旋桨, 应用升力线理论虽然成为很大的近似, 但处理简单而计算时间短等等的优点亦很多。因而如果估算精度良好, 则是非常方便的方法, 笔者等在本文中不仅介绍敞水性能的估算, 而且在各瞬间准定常地针对在不均匀流中螺旋桨的运动, 建立了估算空泡性能的程序, 使之适用于螺旋桨设计并验证其实用性。然而, 为了改善螺旋桨性能的估算精度, 需要引入修正系数, 由于可以想见此修正系数的适用范围是受到限制的。所以, 在求叶面上的压力分布等微观的水动力特性上, 升力面理论是不可缺少的。作为按升力面理论的螺旋桨性能计算例子, 虽然还有菅井的最佳控制点法^[8]以及小山^[9]的方法, 但从螺旋桨设计的角度而言, 为了掌握工作在不均匀流中的螺旋桨特性, 有必要利用不定常升力面理论计算。作为依据非定常升力面理论的螺旋桨性能计算例子有山崎(隆)的计算^[6], 而在这里, 由于在山崎(隆)的非定常升力面理论上引入菅井的最佳控制点法, 增加了弦长方向的控制点数, 从而获得拱度的影响, 求出了叶面上压力分布等的微观的水动力特性在不均匀流中的性质。螺旋桨升力面的数值计算是将升力面的积分方程变换成一次联立方程, 但就非定常升力面的计算而言, 其元数则是定常的二倍, 并且必须对做了调和分析的伴流分布各频率求解。因而计算时间加长, 所以从实用的观点要求应尽可能减少控制点数。于是, 根据定常的计算, 研究了控制点数的影响。又, 关于一次联立方程的系数矩阵, 计算上含有无限大范围的积分计算方法及其精度, 由于与计算时间的关系甚大, 故

亦做了调研。在作了以上研讨之后,为了研究非定常升力面的特征,还进行了准定常计算,就环量作了两者的比较。以其结果为基础,根据非定常计算,求出了作用于一个叶片上的推力、扭矩脉动和应力脉动。取任意半径位置的环量分布密度作为二元的,考虑了由于诱导速度的流动弯曲,研究所谓管井的相当拱度在任意时间得到瞬时的冲角和在一转中相当拱度的变化,叶面上的压力分布系按守屋的方法计算^[2],就伴流中的螺旋桨空泡性能与试验结果作了比较。

2. 数值计算方法

2.1 按升力线理论的计算方法

对船用螺旋桨那样的阔叶螺旋桨来说,虽然应用升力线来考虑是很大的近似,但由于计算非常简单,因此,如果计算精度良好,则可认为是非常便利的方法。着眼于此点,作了许多计算,由其结果与试验值之比较,建立了修正系数,由施行修正,了解到能以相当好的精度来估算螺旋桨敞水性能。计算是用勒布斯(Lerbs)提出的方法^[3],叶元体的升力系数梯度与无升力角的计算利用了守屋的方法^[2]。

对于任意半径 r 的叶元体,考虑所谓“升力系数 C_L 与冲角 α_i 成比例”的条件,若令无量纲化的环量为

$$\frac{\Gamma}{\pi D v_a} = G = \sum_{p=1}^P G_p \sin p\alpha \quad (1)$$

则边界条件的式子可表达成

$$\begin{aligned} \frac{dC_L}{d\alpha_i} (\phi - \alpha_0 - \beta_0 - \alpha_i) \\ = \frac{2\pi D}{l} \sum_{p=1}^P G_p \sin p\alpha \frac{v_a \cos(\beta_0 + \alpha_i)}{r\Omega + w_t} \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)是以 G_p 为未知数的联立方程。

无升力角 α_0 以及升力系数梯度 $dC_L/d\alpha_i$ 由守屋给出如下。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{\infty} j A_j}{1/2 + \sum_{j=1}^{\infty} j B_j} \right\} \\ \frac{dC_L}{d\alpha_i} &= 4\pi \left\{ \cos \alpha_i \left(\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} j B_j \right) + \sin \alpha_i \sum_{j=1}^{\infty} j A_j \right\} \\ A_j &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \eta_m(\beta) \cos j\beta d\beta \\ B_j &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \eta_t(\beta) \sin j\beta d\beta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} A_j &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \eta_m(\beta) \cos j\beta d\beta \\ B_j &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \eta_t(\beta) \sin j\beta d\beta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

如下式所示,螺旋涡的诱导速度 w_a 、 w_t 为 G_p 的函数。

$$\begin{aligned}
 w_a(\alpha) &= \frac{Z v_a}{1 - \xi_B} h_1(\alpha) \\
 w_t(\alpha) &= -\frac{Z v_a h}{r(1 - \xi_B)} h_2(\alpha) \\
 h_1(\alpha) &= \frac{\pi}{\sin \alpha} \sum_{p=1}^P p G_p \left[\sin p \alpha \sum_{s=0}^P I_{1s}(\alpha) \cos s \alpha + \cos p \alpha \sum_{s=p+1}^S I_{1s}(\alpha) \sin s \alpha \right] \\
 h_2(\alpha) &= \frac{\pi}{\sin \alpha} \sum_{p=1}^P p G_p \left[\sin p \alpha \sum_{s=0}^P I_{2s}(\alpha) \cos s \alpha + \cos p \alpha \sum_{s=p+1}^S I_{2s}(\alpha) \sin s \alpha \right] \\
 i_{1,2}(\alpha, \alpha') &= \sum_{s=0}^S I_{1s}(\alpha) \cos s \alpha' \\
 i_{3,4}(\alpha, \alpha') &= \sum_{s=0}^S I_{2s}(\alpha) \cos s \alpha'
 \end{aligned} \tag{5}$$

式中 $i_{1,2}$, $i_{3,4}$ 系用贝塞尔函数表示, 若用尼柯尔森的渐近式, 则如下式。

$$\begin{aligned}
 i_{1,2}(\alpha, \alpha') &= (\mu - \mu') \left(\frac{1 + \mu'^2}{1 + \mu^2} \right)^{1/4} \left[\frac{1}{e^{s t_1} - 1} - \frac{1}{2z\mu'} \left(1 + \frac{1}{\mu'^2} \right)^{-3/2} \ln \frac{1}{1 - e^{-s t_1}} \right] \quad \text{对 } \mu' < \mu \\
 &= -(\mu - \mu') \left[1 + \left(\frac{1 + \mu'^2}{1 + \mu^2} \right)^{1/4} \left\{ \frac{1}{e^{s t_1} - 1} + \frac{1}{2z\mu'} \left(1 + \frac{1}{\mu'^2} \right)^{-3/2} \ln \frac{1}{1 - e^{-s t_1}} \right\} \right] \\
 &= \frac{\mu}{z\sqrt{1 + \mu^2}} \quad \text{对 } \mu' = \mu \\
 i_{3,4}(\alpha, \alpha') &= (\mu - \mu') \left[1 + \left(\frac{1 + \mu'^2}{1 + \mu^2} \right)^{1/4} \left\{ \frac{1}{e^{s t_2} - 1} - \frac{1}{2z\mu'} \left(1 + \frac{1}{\mu'^2} \right)^{-3/2} \ln \frac{1}{1 - e^{-s t_2}} \right\} \right] \quad \text{对 } \mu' < \mu \\
 &= -(\mu - \mu') \left(\frac{1 + \mu'^2}{1 + \mu^2} \right)^{1/4} \left[\frac{1}{e^{s t_2} - 1} + \frac{1}{2z\mu'} \left(1 + \frac{1}{\mu'^2} \right)^{-3/2} \ln \frac{1}{1 - e^{-s t_2}} \right] \quad \text{对 } \mu' > \mu \\
 &= \frac{\mu}{z\sqrt{1 + \mu^2}} \quad \text{对 } \mu' = \mu \\
 t_1 &= \sqrt{1 + \mu^2} - \sqrt{1 + \mu'^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{(\sqrt{1 + \mu'^2} - 1)(\sqrt{1 + \mu^2} + 1)}{(\sqrt{1 + \mu'^2} + 1)(\sqrt{1 + \mu^2} - 1)} \\
 t_2 &= \sqrt{1 + \mu'^2} - \sqrt{1 + \mu^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{(\sqrt{1 + \mu'^2} - 1)(\sqrt{1 + \mu^2} + 1)}{(\sqrt{1 + \mu'^2} + 1)(\sqrt{1 + \mu^2} - 1)}
 \end{aligned} \tag{6}$$

如式 (6) 所示, 假如给定 μ, μ' , 则 $i_{1,2}$, $i_{3,4}$ 是可以计算的值。虽然式 (5) 是按螺旋面的螺距 $2\pi h$ 作为在半径方向一定而求出的, 但就这个计算来说, 是利用了 $\xi = 0.715$ 的螺距作为代表值的。

计算采用逐次近似方法, 作为第零次近似, 采用 $w_a = (r\Omega \tan \phi - v_a) \cos^2 \phi$, $w_t = -(r\Omega \tan \phi - v_a) \cos \phi \sin \phi$, 按下式求出 h 。

$$\left. \begin{aligned}
 h &= \frac{v_a + w_{N1}}{2\pi n_R} \\
 w_{N1} &= \frac{\sqrt{w_a^2 + w_t^2}}{\cos \beta_i} \Big|_{t=t_1}
 \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

利用由式 (7) 求得的第零次的 h 求 G_p , 由式 (5) 计算 w_a , w_t , 再由式 (7) 求出第一次近似的 h 。如此反复计算, 直到 G_p 收敛为止。

若将推力、扭矩系数 K_T , K_Q 分为由升力分量的项 K_{T0} 、 K_{Q0} 和由阻力分量的项 K_{TD} 、 K_{QD} 来表示, 则可表示成如下的式子。

$$\left. \begin{aligned} K_T &= K_{T0} + K_{TD}, \quad K_Q = K_{Q0} + K_{QD}, \quad \eta_0 = \frac{J}{2\pi} \frac{K_T}{K_Q} \\ K_{T0} &= \frac{\pi Z v_a (1 - \xi_B)}{4 n_R^2 D^2} \int_{-1}^1 G(\eta) [r\Omega + w_t(\eta)] d\eta \\ K_{TD} &= - \frac{Z v_a (1 - \xi_B)}{8 n_R^2 D^3} \int_{-1}^1 C_D(\eta) V(\eta) [v_a + w_a(\eta)] l(\eta) d\eta \\ K_{Q0} &= \frac{\pi Z v_a (1 - \xi_B)}{4 n_R^2 D^3} \int_{-1}^1 G(\eta) [v_a + w_a(\eta)] r d\eta \\ K_{QD} &= \frac{Z (1 - \xi_B)}{8 n_R^2 D^4} \int_{-1}^1 C_D(\eta) V(\eta) [r\Omega + w_t(\eta)] l(\eta) r d\eta \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

叶元体的阻力系数仿效凯尔文(Kerwin), 利用了

$$C_D = C_{D0} + 0.001 \left(\frac{90}{\pi^2} C_L + \frac{180}{\pi} \alpha_0 - 1 \right)^2 \quad (9)$$

且在本计算中应用了 $C_{D0} = 0.0075$ 。

2.2 按定常升力面理论的计算方法

为了搞清压力分布的弦向特性, 应用升力面理论时还需要考虑环量密度的幅向分布。升力面的计算是利用山崎(隆)的方法[4]、[5]、[6]、[10]进行的。

对环量密度 $\gamma(r, \theta)$ 的弦向分布用伯恩鲍姆(Birnbaum)级数展开如下式。

$$\gamma(r, \theta) = \gamma(\alpha, \beta) = \gamma_0(\alpha) \cot \frac{\beta}{2} + \sum_{q=1}^{q-1} \gamma_q(\alpha) \sin q\beta \quad (11)$$

$\gamma(r, \theta)$ 在弦长方向的积分值 $\Gamma(r)$ 相当于升力线理论中的 Γ 值。

$$\Gamma(r) = \int_{\theta_L(r)}^{\theta_T(r)} \gamma(r, \theta) d\theta = \pi \bar{\theta}(r) \left\{ \gamma_0(r) + \frac{\gamma_1(r)}{2} \right\} \quad (12)$$

若忽略叶片的厚度, 使其平均面的法向速度为零, 则边界条件可由下式给出。

$$\frac{1}{r} \int_{r_B}^{r_0} dr' \int_{\theta_L(r')}^{\theta_T(r')} \gamma(r', \theta') S(r', \theta'; r, \theta) d\theta' = T(r, \theta) \Omega r - v_a$$

而

$$S(r', \theta'; r, \theta) = \frac{1}{4\pi} \left[\sum_{k=1}^Z \int_{\psi}^{\infty} \left(\frac{r}{h} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_x} - \frac{h}{r} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_\theta} \right) \left(\frac{r'}{h} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_x} - \frac{h}{r'} \frac{\partial}{\partial \varepsilon_\theta} \right) \frac{1}{R} d\varphi_1 \right]_{\varepsilon_\theta=0}^{\varepsilon_\theta=0} \quad (13)$$

$$R = \sqrt{h^2 (\varphi_1 + \varepsilon_x)^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos [\varphi_1 + \varepsilon_\theta + 2\pi(k' - 1)/Z]}$$

$$T(r, \theta) = \frac{h/r - DC(r, \theta)}{1 + h/r \cdot DC(r, \theta)}$$

若将式(11)代入并加以整理, 则边界条件的式子如下。

$$\sum_{p=1}^P \sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_q(\alpha_p) A_{pq}(\alpha, \beta) = C(\alpha, \beta)$$

而

$$A_{pq}(\alpha, \beta) = \frac{\pi(1-\xi_B)}{(P+1)r} \bar{0}(\alpha_p) K_q(\alpha_p; \alpha, \beta) \sum_{j=1}^P \left[-j \frac{\sin j\alpha \sin j\alpha_p}{\sin \alpha} \right] \quad (14)$$

$$C(\alpha, \beta) = T(\alpha, \beta) r \Omega - v_a$$

$$K_q(\alpha'; \alpha, \beta) = K_{Bq}(\alpha'; \alpha, \beta) + K_{Tq}(\alpha'; \alpha, \beta)$$

$$K_{B0}(\alpha'; \alpha, \beta) = \int_0^\pi D_B(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) 2 \cos \frac{\beta'}{2} d\beta'$$

$$K_{Bq}(\alpha'; \alpha, \beta) = \int_0^\pi D_B(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) \sin q\beta' \sin \beta' d\beta'$$

对于 $q \neq 0$

$$K_{T0}(\alpha', \alpha) = \pi D_T(\alpha', \alpha)$$

$$K_{T1}(\alpha', \alpha) = \frac{\pi}{2} D_T(\alpha', \alpha)$$

$$K_{T2}(\alpha', \alpha) = \dots = K_{T(Q-1)}(\alpha', \alpha) = 0$$

$$\text{当 } \xi' \neq \xi \text{ 时} \quad D_B(\xi', 0'; \xi, 0) = \frac{(\xi' - \xi)^2}{\pi(1 - \xi_B)^2} \sum_{k'=1}^Z M_{k'}(\xi', \xi; \psi)$$

$$D_T(\xi', \xi) = -\frac{Z^2(\xi' - \xi)^2}{\pi(1 - \xi_B)^2 \xi \xi'} (dd')^{3/2} - \frac{S^Z S'^Z}{(S^Z - S'^Z)^2}$$

$$\text{当 } \xi' = \xi \text{ 时} \quad D_B(\xi', 0'; \xi, 0) = \frac{\sqrt{\xi^2 + v_1^2}}{\pi(1 - \xi_B)^2} \frac{\psi}{|\psi|}$$

对于 $\psi \neq 0$

$$= 0$$

对于 $\psi = 0$

$$D_T(\xi', \xi) = \frac{\sqrt{\xi^2 + v_1^2}}{\pi(1 - \xi_B)^2}$$

(15)

$$M_{k'}(\xi', \xi; \psi) =$$

$$- \int_0^\psi \left[\frac{3v_1^2 \{ \xi' \varphi_1 - \xi \sin(\varphi_1 + 2\pi(k'-1)/Z) \} \{ \xi \varphi_1 - \xi' \sin(\varphi_1 + 2\pi(k'-1)/Z) \}}{\sqrt{v_1^2 \varphi_1^2 + \xi^2 + \xi'^2 - 2\xi\xi' \cos(\varphi_1 + 2\pi(k'-1)/Z)^5}} \right. \\ \left. - \frac{\xi\xi' + v_1^2 \cos(\varphi_1 + 2\pi(k'-1)/Z)}{\sqrt{v_1^2 \varphi_1^2 + \xi^2 + \xi'^2 - 2\xi\xi' \cos(\varphi_1 + 2\pi(k'-1) \cos/Z)^3}} \right] d\varphi_1$$

$$d = \sqrt{1 + (\xi/v_1)^2}, \quad d' = \sqrt{1 + (\xi'/v_1)^2}$$

$$S = \frac{\xi/v_1}{1+d} e^d, \quad S' = \frac{\xi'/v_1}{1+d'} e^{d'}$$

$$v_1 = h/r_0$$

式(14)系对于 $\gamma_q(\alpha_p)$ 的 $(P \times Q)$ 元的一次联立方程, 由求解此方程可找出环量分布密度。 $2\pi h$ 虽可考虑如同升力线理论一样由逐次近似求出, 可是考虑到计算的复杂性, 在这里将由升力线理论求得的 h 作为近似值使用。

$$w_a(r, \theta) = w_a(\alpha, \beta) = \frac{\pi(1-\xi_B)}{(P+1)r_0} \sum_{p=1}^P F_a(\alpha_p; \alpha, \beta) \sum_{j=1}^P \left[-\frac{j \sin j\alpha \sin j\alpha_p}{\sin \alpha} \right]$$

$$w_t(r, \theta) = w_t(\alpha, \beta) = \frac{\pi(1-\xi_B)}{(P+1)r_0} \sum_{p=1}^P F_t(\alpha_p; \alpha, \beta) \sum_{j=1}^P \left[-\frac{j \sin j\alpha \sin j\alpha_p}{\sin \alpha} \right]$$

而

$$F_x(\alpha'; \alpha, \beta) = \bar{\theta}(\alpha') \sum_{q=0}^{Q-1} F_{xq}(\alpha'; \alpha, \beta)$$

$$F_\theta(\alpha'; \alpha, \beta) = \bar{\theta}(\alpha') \sum_{q=0}^{Q-1} F_{\theta q}(\alpha'; \alpha, \beta)$$

$$F_{x0}(\alpha'; \alpha, \beta) = \int_0^\pi \gamma_0(\alpha') T_x(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) 2 \cos^2 \frac{\beta'}{2} d\beta'$$

$$F_{xq}(\alpha'; \alpha, \beta) = \int_0^\pi \gamma_q(\alpha') T_x(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) \sin q\beta' \sin \beta' d\beta'$$

对于 $q \neq 0$

$$F_{\theta 0}(\alpha'; \alpha, \beta) = \int_0^\pi \gamma_0(\alpha') T_\theta(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) 2 \cos^2 \frac{\beta'}{2} d\beta'$$

$$F_{\theta q}(\alpha'; \alpha, \beta) = \int_0^\pi \gamma_q(\alpha') T_\theta(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) \sin q\beta' \sin \beta' d\beta'$$

对于 $q \neq 0$

(16)

当 $\xi' = \xi$ 时

$$T_x(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) = T_x(\xi', \theta'; \xi, \theta) \\ = \frac{(\eta' - \eta)^2}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_{\psi}^{\infty} \left[-\frac{\xi'}{R^3} + \frac{3v_1^2 \varphi_1 \{ \xi' \varphi_1 - \xi \sin(\varphi_1 + 2\pi(k-1)/Z) \}}{R^5} \right] d\varphi_1$$

$$T_\theta(\alpha', \beta'; \alpha, \beta) = T_\theta(\xi', \theta'; \xi, \theta) = \frac{(\eta' - \eta)^2}{4\pi} \sum_{k=1}^Z \int_{\psi}^{\infty} \left[\frac{v_1 \cos(\varphi_1 + 2\pi(k-1)/Z)}{R^3} \right. \\ \left. + \frac{3v_1 \xi' \sin(\varphi_1 + 2\pi(k-1)/Z) \{ \xi' \varphi_1 - \xi \sin(\varphi_1 + 2\pi(k-1)/Z) \}}{R^5} \right] d\varphi_1$$

当 $\xi' = \xi$ 时

$$T_x(\xi', \theta'; \xi, \theta) = -\varepsilon \frac{\xi}{\pi(1-\xi_B)^2 \sqrt{v_1^2 + \xi^2}}$$

$$T_\theta(\xi', \theta'; \xi, \theta) = \varepsilon \frac{v_1}{\pi(1-\xi_B)^2 \sqrt{v_1^2 + \xi^2}}$$

$\varepsilon = 0$ 对于 $\psi > 0$

$\varepsilon = 1$ 对于 $\psi = 0$

$\varepsilon = 2$ 对于 $\psi < 0$

推力系数 K_r , 扭矩系数 K_q 可由下式给出。

$$\begin{aligned}
K_T &= \frac{Z}{nR^2 D^4} \int_{r_B}^{r_0} dr \int_{\theta_L(r)}^{\theta_T(r)} \left[\gamma(r, 0) \{r\Omega + w_t(r, 0)\} \right. \\
&\quad \left. - C_D(r) \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h^2}{r^2} \right) \{v_a + w_a(r, 0)\} \{r\Omega + w_t(r, 0)\} r \right] d\theta \\
K_Q &= \frac{Z}{nR^2 D^5} \int_{r_B}^{r_0} dr \int_{\theta_L(r)}^{\theta_T(r)} \left[\gamma(r, 0) \{v_a + w_a(r, 0)\} \right. \\
&\quad \left. + C_D(r) \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h^2}{r^2} \right) \{r\Omega + w_t(r, 0)\}^2 r \right] r d\theta
\end{aligned} \tag{17}$$

2.3 按非定常升力面理论的计算法

为了了解在伴流中运转的螺旋桨推力脉动、扭矩脉动、应力脉动以及空泡性能等，应用山崎(隆)的非定常升力面理论 [6] 进行了计算。边界条件的考虑方法与定常升力面的情况一样，但由于螺旋桨的来流速度以 $2\pi/\Omega$ 的周期作时间的脉动，因此计算也是非常复杂的。

将轴向及周向的来流速度作如下展开。

$$\begin{aligned}
V_s(1 - w_1(r, \Theta)) &= \sum_{n=-N}^N v_{xn}(r) e^{in\Theta} \\
&= \sum_{n=-N}^N v_{xn}(r) e^{in(\theta_M(r) + \bar{\theta}(r)v - \Omega t + 2\pi(k-1)/Z)} \\
r\Omega + V_s w_2(r, \Theta) &= \sum_{n=-N}^N v_{\theta n}(r) e^{in\Theta} \\
&= \sum_{n=-N}^N v_{\theta n}(r) e^{in(\theta_M(r) + \bar{\theta}(r)v - \Omega t + 2\pi(k-1)/Z)}
\end{aligned} \tag{18}$$

若将系数 v_{xn} 、 $v_{\theta n}$ 作为复变数考虑，令

$$\begin{aligned}
v_{xn}(r) &= v_{xn}(\alpha) = v_{Rxn}(\alpha) + i v_{Ixn}(\alpha) \\
v_{\theta n}(r) &= v_{\theta n}(\alpha) = v_{R\theta n}(\alpha) + i v_{I\theta n}(\alpha)
\end{aligned}$$

则对于单桨船の場合有如下的关系。

$$\begin{aligned}
v_{Rxn}(\alpha) &= v_{Rx(-n)}(\alpha) && \text{对于 } n = 0, \pm 1, \dots, \pm N \\
v_{Ixn}(\alpha) &= 0 && \text{对于 } n = 0, \pm 1, \dots, \pm N \\
v_{R\theta 0}(\alpha) &= r\Omega \\
v_{R\theta n}(\alpha) &= 0 && \text{对于 } n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \\
v_{I\theta 0}(\alpha) &= 0 \\
v_{I\theta n}(\alpha) &= v_{I\theta(-n)}(\alpha) && \text{对于 } n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N
\end{aligned} \tag{20}$$

且系数 v_{Rxn} 、 $v_{I\theta n}$ 可利用下列已知的流速分布求出

$$\begin{aligned}
v_{Rxn}(\alpha) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_s(1 - w_1(r, \Theta)) \cos n\Theta d\Theta = \frac{1}{2J} \sum_{j=1}^{2J} V_s(1 - w_1(r, \Theta_j)) \cos n\Theta_j \\
v_{I\theta n}(\alpha) &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V_s w_2(r, \Theta) \sin n\Theta d\Theta = -\frac{1}{2J} \sum_{j=1}^{2J} V_s w_2(r, \Theta_j) \sin n\Theta_j \\
\Theta &= \frac{j-1}{J} \pi
\end{aligned} \tag{21}$$

与速度相同, 将环量分布密度就时间作级数展开, 将系数以复变数考虑, 令

$$\gamma(r, \theta, \tau_k) = \sum_{n=-N}^N \gamma_n(r, 0) e^{-in\Omega\tau_k} = \sum_{n=-N}^N \{\gamma_{Rn}(r, 0) + i\gamma_{In}(r, 0)\} e^{-in\Omega\tau_k} \quad (22)$$

将 γ_{Rn} 、 γ_{In} 按与定常升力面场合一样展开成伯恩鲍姆级数。

$$\begin{aligned} \gamma(r, \theta, \tau_k) &= \gamma_R(r, \theta, \tau_k) + i\gamma_I(r, \theta, \tau_k) \\ &= \sum_{n=-N}^N \left\{ \gamma_{Rn0}(\alpha) \cot \frac{\beta}{2} + \sum_{q=1}^{Q-1} \gamma_{Rnq}(\alpha) \sin q\beta \right\} e^{-in\Omega\tau_k} \\ &\quad + j \sum_{n=-N}^N \left\{ \gamma_{In0}(\alpha) \cot \frac{\beta}{2} + \sum_{q=1}^{Q-1} \gamma_{Inq}(\alpha) \sin q\beta \right\} e^{-in\Omega\tau_k} \\ &= \sum_{n=-N}^N \left\{ \gamma_{n0}(\alpha) \cot \frac{\beta}{2} + \sum_{q=1}^{Q-1} \gamma_{nq}(\alpha) \sin q\beta \right\} e^{-in\Omega\tau_k} \\ &= \sum_{n=-N}^N \left[\{\gamma_{Rn0}(\alpha) + i\gamma_{In0}(\alpha)\} \cot \frac{\beta}{2} + \sum_{q=1}^{Q-1} \{\gamma_{Rnq}(\alpha) + i\gamma_{Inq}(\alpha)\} \sin q\beta \right] e^{-in\Omega\tau_k} \end{aligned} \quad (23)$$

若将这些关系式代入边界条件式中加以整理, 则成下式。

$$\sum_{p=1}^P \sum_{q=0}^{Q-1} \gamma_{pq}(\alpha_p) K_{nq}(\alpha_p, \alpha, \beta; \nu_1) = C_n(\alpha, \beta) \quad (24)$$

而 $K_{n0}(\alpha', \alpha, \beta; \nu_1)$

$$\begin{aligned} &= \frac{1-\xi_B}{2r(P+1)} \bar{\theta}(\xi') \int_0^\pi \{\xi D_{xn}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) - \nu_1 D_{en}(\xi', \xi, \nu_1; \psi)\} \cos^2 \frac{\beta'}{2} d\beta' \\ &\quad \times \sum_{j=1}^P \left[-\frac{j \sin j\alpha \sin j\alpha'}{\sin \alpha} \right] \end{aligned}$$

$K_{nq}(\alpha', \alpha, \beta; \nu_1)$

$$\begin{aligned} &= \frac{1-\xi_B}{4r(P+1)} \bar{\theta}(\xi') \int_0^\pi \{\xi D_{xn}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) - \nu_1 D_{en}(\xi', \xi, \nu_1; \psi)\} \sin q\beta' \sin \beta' d\beta' \\ &\quad \times \sum_{j=1}^P \left[\frac{j \sin j\alpha \sin j\alpha'}{\sin \alpha} \right] \end{aligned}$$

对于 $q \neq 0$

当 $\xi' \neq \xi$ 时

$$\begin{aligned} D_{xn}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) &= D_{Rxn}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) + iD_{Inxn}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) \\ &= (\eta' - \eta)^2 \{B_{Rxn}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) + iB_{Inxn}(\xi', \xi, \nu_1; \psi)\} \\ &= (\eta' - \eta)^2 \sum_{k=1}^Z \int_{\psi}^{\infty} A_{xk1}(\xi', \xi, \nu_1; \varphi_1) e^{in(\varphi_1 - \psi + 2\pi(k-1)/Z)} d\varphi_1 \\ D_{en}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) &= D_{Ren}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) + iD_{Ien}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) \\ &= (\eta' - \eta)^2 \{B_{Ren}(\xi', \xi, \nu_1; \psi) + iB_{Ien}(\xi', \xi, \nu_1; \psi)\} \\ &= (\eta' - \eta)^2 \sum_{k=1}^Z \int_{\psi}^{\infty} A_{ek1}(\xi', \xi, \nu_1; \varphi_1) e^{in(\varphi_1 - \psi + 2\pi(k-1)/Z)} d\varphi_1 \end{aligned} \quad (25)$$

当 $\xi = \xi$ 时

$$D_{xn}(\xi', \xi, v_1; \psi) = -\varepsilon \frac{4\xi}{(1-\xi_B)^2 \sqrt{\xi^2 + v_1^2}} e^{-in\bar{\theta}(\xi)(v'-v)}$$

$$D_{\theta n}(\xi', \xi, v_1; \psi) = \varepsilon \frac{4v_1}{(1-\xi_B)^2 \sqrt{\xi^2 + v_1^2}} e^{-in\bar{\theta}(\xi)(v'-v)}$$

$\varepsilon = 0$ 对于 $\psi > 0$

$\varepsilon = 1$ 对于 $\psi = 0$

$\varepsilon = 2$ 对于 $\psi < 0$

$A_{xk'l}, A_{\theta k'l}$ 分别与式(16)所给出的 T_x, T_θ 的被积函数一样。且式(24)中的 C_n 可用下式求出。

$$C_n(\alpha, \beta) = C_{Rn}(\alpha, \beta) + iC_{In}(\alpha, \beta) = \{T(\alpha, \beta)v_{\theta n}(\alpha) - v_{xn}(\alpha)\}e^{in(\theta_M(\alpha) + \bar{\theta}(\alpha)v)} \quad (26)$$

另外, T 与定常升力面的相同, 可由式(13)给出。

与定常升力面的情况相同, 从利用螺旋桨平面内的平均流速计算的定常升力线的计算结果, 决定螺旋面的螺距 $2\pi h$, 由 $v_1 = h/r_0$ 求 v_1 , 利用所求得值进行 K_{nq} 的计算。将它们的值代入边界条件式(24), 把实部与虚部作为同样的一次联立方程考虑求解, 求出 $\gamma_{Rnq}, \gamma_{Inq}$ 。由于有 $\gamma_n = \gamma_{(-n)}$ 的关系成立, 故可以对 n 求解 $N+1$ 次。这样, 如求得 γ_n , 则可由式(22)求出环量分布密度的时间的脉动。

若在第 k 号螺旋桨叶片平均面上的一点的轴向速度为 V_{xk} , 周向速度为 $V_{\theta k}$ 。 $V_{xk}, V_{\theta k}$ 系由主流速度与诱导速度组成, 将它们和简单地用下式表达。

$$\left. \begin{aligned} V_{xk}(\xi, v, t) &= \sum_{n=-N}^N V_{xn}(\xi, v) e^{in\delta k} = \sum_{n=-N}^N \{V_{Rxn}(\xi, v) + iV_{Inxn}(\xi, v)\} e^{in\delta k} \\ V_{\theta k}(\xi, v, t) &= \sum_{n=-N}^N V_{\theta n}(\xi, v) e^{in\delta k} = \sum_{n=-N}^N \{V_{R\theta n}(\xi, v) + iV_{I\theta n}(\xi, v)\} e^{in\delta k} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

对于主流的速度, 将式(18)~(20)的关系代入, 由环量分布密度计算诱导速度, 加以整理则如下式。

$$V_{xn}(\xi, v) = v_{xn}(\xi) e^{in(\theta_M(\xi) + \bar{\theta}(\xi)v)} + Z_{xn}(\xi, v)$$

$$V_{\theta n}(\xi, v) = v_{\theta n}(\xi) e^{in(\theta_M(\xi) + \bar{\theta}(\xi)v)} + Z_{\theta n}(\xi, v)$$

$$Z_{xn}(\xi, v) = Z_{Rxn}(\xi, v) + iZ_{Inxn}(\xi, v) = \sum_{p=1}^P Y_{xn}(\alpha_p; \alpha, \beta) \sum_{j=1}^P \left[-\frac{j \sin j\alpha \sin j\alpha_p}{\sin \alpha} \right]$$

$$Z_{\theta n}(\xi, v) = Z_{R\theta n}(\xi, v) + iZ_{I\theta n}(\xi, v) = \sum_{p=1}^P Y_{\theta n}(\alpha_p; \alpha, \beta) \sum_{j=1}^P \left[-\frac{j \sin j\alpha \sin j\alpha_p}{\sin \alpha} \right]$$

$$Y_{xn}(\alpha'; \alpha, \beta) = Y_{xn0}(\alpha'; \alpha, \beta) + \sum_{q=1}^{Q-1} Y_{xnq}(\alpha'; \alpha, \beta)$$

$$Y_{\theta n}(\alpha'; \alpha, \beta) = Y_{\theta n0}(\alpha'; \alpha, \beta) + \sum_{q=1}^{Q-1} Y_{\theta nq}(\alpha'; \alpha, \beta)$$

$$Y_{xn0}(\alpha'; \alpha, \beta) = \frac{1-\xi_B}{2r_0(P+1)} \bar{\theta}(\alpha') \int_0^\pi \gamma_{n0}(\alpha') D_{xn}(\alpha', \alpha, v_1; \psi) \cos^2 \frac{\beta'}{2} d\beta'$$

(28)

$$\begin{aligned}
Y_{\theta n 0}(\alpha'; \alpha, \beta) &= \frac{1 - \xi_B}{2r_0(P+1)} \bar{\theta}(\alpha') \int_0^\pi \gamma_{n0}(\alpha') D_{\theta n}(\alpha', \alpha, v_1; \psi) \cos^2 \frac{\beta'}{2} d\beta' \\
Y_{x n q}(\alpha'; \alpha, \beta) &= \frac{1 - \xi_B}{4r_0(P+1)} \bar{\theta}(\alpha') \int_0^\pi \gamma_{nq}(\alpha') D_{x n}(\alpha', \alpha, v_1; \psi) \sin q\beta' \sin \beta' d\beta' \\
Y_{\theta n q}(\alpha'; \alpha, \beta) &= \frac{1 - \xi_B}{4r_0(P+1)} \bar{\theta}(\alpha') \int_0^\pi \gamma_{nq}(\alpha') D_{\theta n}(\alpha', \alpha, v_1; \psi) \sin q\beta' \sin \beta' d\beta'
\end{aligned}$$

用求出的环量分布密度由式(28)算出螺旋桨平均面上的流入速度。

对于在船后尾流中运转的螺旋桨来讲, 在某一瞬时作用于各叶片上的推力、扭矩是不同的。作用于 k 号叶片上的推力、扭矩, 可利用式(17); 对于 γ , 将式(22)代入; 对于轴向、周向速度, 将式(27)代入, 可由下式给出。

$$\begin{aligned}
\Delta T_k &= R_e \left[- \int_{r_B}^{r_0} dr \int_{\theta_L(r)}^{\theta_T(r)} \left\{ \rho \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \gamma_n(r, \theta) V_{\theta m}(r, \theta) e^{i(n+m)\delta_k} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + C_D(r) \frac{1}{2} \rho r \left(1 + \frac{h^2}{r^2} \right) \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N V_{\theta n}(r, \theta) V_{x m}(r, \theta) e^{i(n+m)\delta_k} \right\} d\theta \right] \\
\Delta Q_k &= R_e \left[\int_{r_B}^{r_0} dr \int_{\theta_L(r)}^{\theta_T(r)} \left\{ \rho \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \gamma_n(r, \theta) V_{x m}(r, \theta) e^{i(n+m)\delta_k} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + C_D(r) \frac{1}{2} \rho r \left(1 + \frac{h^2}{r^2} \right) \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N V_{\theta n}(r, \theta) V_{\theta m}(r, \theta) e^{i(n+m)\delta_k} \right\} r d\theta \right]
\end{aligned} \tag{29}$$

若将式(29)加以整理, 则第 k 号叶片, 相当于一个叶片的推力系数 ΔK_{T_k} , 扭矩系数 ΔK_{Q_k} 可由下式给出。

$$\begin{aligned}
\Delta K_{T_k} &= \Delta K_{T0k} + \Delta K_{TDk} \\
\Delta K_{Q_k} &= \Delta K_{Q0k} + \Delta K_{QDk}
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
\Delta K_{T0k} &= R_e \left[\sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \sum_{p=1}^P \{ \sqrt{1 - \eta_p^2} U_{1nm}(\eta_p) \} e^{i(n+m)\delta_k} \right] \\
\Delta K_{TDk} &= R_e \left[- \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \sum_{p=1}^P \{ \sqrt{1 - \eta_p^2} U_{2nm}(\eta_p) \} e^{i(n+m)\delta_k} \right] \\
\Delta K_{Q0k} &= R_e \left[\sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \sum_{p=1}^P \{ \sqrt{1 - \eta_p^2} U_{3nm}(\eta_p) \} e^{i(n+m)\delta_k} \right] \\
\Delta K_{QDk} &= R_e \left[\sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \sum_{p=1}^P \{ \sqrt{1 - \eta_p^2} U_{4nm}(\eta_p) \} e^{i(n+m)\delta_k} \right]
\end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
U_{1nm}(\eta) &= U_{R1nm}(\alpha) + i U_{I1nm}(\alpha) \\
&= \frac{\pi(1 - \xi_B)}{4n_k^2 D^3 (P+1)} \bar{\theta}(\alpha) \int_0^\pi \left\{ \gamma_{n0}(\alpha) V_{\theta m}(\alpha, \beta) 2 \cos^2 \frac{\beta}{2} \right. \\
&\quad \left. + \sum_{q=1}^{Q-1} \gamma_{nq}(\alpha) V_{\theta m}(\alpha, \beta) \sin q\beta \sin \beta \right\} d\beta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{2nm}(\eta) &= U_{R2nm}(\alpha) + iU_{I2nm}(\alpha) \\
 &= \frac{\pi(1-\xi_B)}{16\eta_R^2 D^2(P+1)} C_D(\alpha) \xi \bar{\theta}(\alpha) \left(1 + \frac{v_1^2}{\xi^2}\right) \int_0^\pi V_{\theta n}(\alpha, \beta) V_{\alpha m}(\alpha, \beta) \sin \beta d\beta \\
 U_{3nm}(\eta) &= U_{R3nm}(\alpha) + iU_{I3nm}(\alpha) \\
 &= \frac{\pi(1-\xi_B)}{8\eta_R^2 D^3(P+1)} \xi \bar{\theta}(\alpha) \int_0^\pi \left\{ \gamma_{n0}(\alpha) V_{\alpha m}(\alpha, \beta) 2\cos^2 \frac{\beta}{2} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{q=1}^{Q-1} \gamma_{nq}(\alpha) V_{\alpha m}(\alpha, \beta) \sin q\beta \sin \beta \right\} d\beta \\
 U_{4nm}(\eta) &= U_{R4nm}(\alpha) + iU_{I4nm}(\alpha) \\
 &= \frac{\pi(1-\xi_B)}{32\eta_R^2 D^2(P+1)} C_D(\alpha) \xi^2 \bar{\theta}(\alpha) \left(1 + \frac{v_1^2}{\xi^2}\right) \int_0^\pi V_{\theta n}(\alpha, \beta) V_{\theta m}(\alpha, \beta) \sin \beta d\beta
 \end{aligned} \tag{32}$$

若求出每一叶片的推力系数、扭矩系数，则可求出所有叶片的推力系数 K_T ，扭矩系数 K_Q 。

$$K_T = \sum_{k=1}^Z \Delta K_{Tk}, \quad K_Q = \sum_{k=1}^Z \Delta K_{Qk} \tag{33}$$

2.4 叶面上压力分布和应力分布的计算

根据升力面理论求环量分布密度，如取任意半径 r 的叶元体上的环量密度的分布为二元的，由于考虑到诱导速度引起的流动弯曲为拱度，可以求出管井的所谓相当拱度^{[8][11]}。

对于半径 r 以及时间 t 为一定的情况，将弦向的 γ 分布作为 $\gamma(v_1) = \gamma(\alpha, \beta_1, t) |_{\alpha, t=\text{const}}$ ，若弦长作为 2，则在弦长方向任意点 v_0 的无因次下洗速度 $u(v_0)$ 可给出为：

$$u(v_0) = \frac{1}{2\pi rV} \int_{-1}^1 \frac{\gamma(v_1)}{v_1 - v_0} dv_1 \tag{34}$$

且在点 v 处的相当拱度可用

$$\eta_{m0}(v) = \int_{-1}^v u(v_0) dv_0$$

给出。

对于 $\gamma(v_1)$ ，若利用伯恩鲍姆级数，则 η_{m0} 可以给出为：

$$\begin{aligned}
 \eta_{m0}(\beta) &= \frac{1}{2rV} \left[\left\{ \gamma_0 \cos \beta - \gamma_1 \frac{1}{4} \cos 2\beta + \dots + \gamma_q \frac{1}{2} \left(\frac{\cos(q-1)\beta}{q-1} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. - \frac{\cos(q+1)\beta}{q+1} \right) + \dots \right\} - \left\{ \gamma_0 - \frac{\gamma_1}{4} + \dots + \frac{\gamma_q}{q^2-1} + \dots \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{35}$$

对于相当冲角以及鼻尾线(Nose-Tail Line)的相当拱度 η_m 可由下式得到。

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_i &= \frac{1}{2rV} \left\{ \gamma_0 + \dots + \frac{\gamma_{(2q)}}{(2q)^2-1} + \dots \right\} \\
 \eta_m(\beta) &= \eta_{m0}(\beta) + \alpha_i(1 - \cos \beta)
 \end{aligned} \right\} \tag{36}$$

考虑在相当拱度上加上了几何厚度的叶剖面，其叶剖面上的压力分布系应用守屋的公式进行了计算。

$$\begin{aligned}
C_p &= \frac{P - P_0}{\frac{1}{2} \rho V^2} \\
&= 1 - \left[\sin \alpha_i \left\{ -\frac{1}{2} - \sum_{j=1}^{\infty} j B_j + \frac{1}{2} \cos \beta - \sum_{j=1}^{\infty} j A_j \cos j\beta + \sum_{j=1}^{\infty} j B_j \cos j\beta \right\} \right. \\
&\quad \left. + \cos \alpha_i \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} j A_j - \frac{1}{2} \sin \beta - \sum_{j=1}^{\infty} j A_j \cos j\beta - \sum_{j=1}^{\infty} j B_j \sin j\beta \right\} \right]^2 \\
&\quad + \left[\frac{1}{4} \sin^2 \beta + \left\{ -\sum_{j=1}^{\infty} j A_j \sin j\beta + \sum_{j=1}^{\infty} j B_j \cos j\beta \right\}^2 \right] \quad (37)
\end{aligned}$$

叶剖面上应力的计算是按将叶片作为悬臂梁考虑的一般的方法^[12]进行的, 推力及扭矩系用升力面理论的计算值。

3. 数值计算结果

当按前节所述的方法进行计算时, 作了收敛性其他的探讨, 由与实验值的比较, 找出了修正系数。根据这些计算结果, 建立了计算程序, 进行了螺旋桨性能的计算。其概要介绍如下。

3.1 按升力线理论的计算

因为用逐次近似求解, 故有必要就解的收敛性加以探讨。如上节所示, 若将 w_a 、 w_t 的第零次近似值代入而得到的诱导速度原封不动地作为第一次近似值, 并重复进行下一步计算, 则其解是发散的。即便可以趋向于收敛, 由于重复计算次数多, 计算时间很长。考虑到这一情况, 在这次计算中, 利用 n 次的值 p 和由此求得值 q 以 $(ap + bq)/(a + b)$ 作为 $n + 1$ 次的值继续计算, 改变 a 与 b 的比例, 以探索解的收敛性。由其结果可知, 对于 $a:b = 7:3$ 而言为发散; $7.5:2.5$ 为阻尼振动的收敛; 而 $8:2$ 则由于过度的阻尼而收敛。在 $8:2$ 的场合收敛很快, 如表 1 所示, 就通常的工作点附近来说, 敞水性能 K_T 、 K_Q 、 η_0 等做 4 次计算就大致收敛, 在重载荷或轻载荷的场合, 对于收敛值(重复做 20 次的值)可知做 5 次有 0.5%; 而做 10 次有 0.1% 程度的误差。由这些事实出发, 取 $a:b = 8:2$, 以 5 次的反复次数进行了计算。

表 1 重复次数的影响

MAU 5-65 $H/D = 0.80$ $J = 0.2$ $J = 0.5$

重复次数	δG_1	δK_T	δK_Q	$\delta \eta_0$	重复次数	δG_1	δK_T	δK_Q	$\delta \eta_0$
1	-40.6	-49.1	-45.4	-7.0	1	-5.0	-15.3	-12.6	-3.1
2	-6.5	-8.6	-8.2	-0.4	2	0.7	-2.3	-1.9	-0.4
3	-1.0	-1.9	-1.9	0	3	0.7	-0.2	-0.2	0
4	-0.2	-0.7	-0.7	0	4	0.3	0	0	0
5	0	-0.5	-0.5	0	5	0.1	0	0	0
6	0	-0.4	-0.4	0	6	0	0	0	0
7	0	-0.3	-0.3	0	7	0	0	0	0
8	0	-0.2	-0.2	0	8	0	0	0	0
9	0	-0.2	-0.2	0	9	0	0	0	0
10	0	-0.1	-0.1	0	10	0	0	0	0

$$\delta K_T = 100 \times \frac{K_T - K_{T20}}{K_{T20}} \text{ 等}$$

表 2 上洗点数目的影响(升力线理论)

MAU5-65 $H/D = 0.80$ $J = 0.5$

点 数	G_1	K_r	K_q	η_0
5	0.04516	0.1972	0.0277	0.5675
7	0.04515	0.1970	0.0277	0.5666
9	0.04516	0.1970	0.0277	0.5663

重复次数 = 20

其次, 为了研究半径方向的控制点数目对敞水性能有何种影响, 对 MAU5-65 ($H/D = 0.8$) 的螺旋桨, 于 $J = 0.5$ 的工作点处就控制点数分别为 $P = 5, 7, 9$ 的三种变化求出了敞水特性。其结果如表 2 所示, 对于在此范围内的控制点数来说, 敞水特性几乎是不变的, 因此取 $P = 7$ 。

关于无升力角, 选用 NACA 翼型为对象^[13], 将由守屋的式 (3) 求得的值与试验值进行了比较。考虑了对无升力角有影响的雷诺数、拱度、厚度等, 而作为对于两者之差有很大影响的可举出拱度比, 故按下式对无升力角进行了修正。

$$\alpha_0 = \alpha_{0, \text{cal.}} - \Delta\alpha_0$$

$$\Delta\alpha_0 = 0.3(1.5458 - k) \sqrt{\frac{k}{1.5458}} \frac{f}{l}$$

$$k = \frac{|\alpha_{0, \text{cal.}}|}{f/l}$$

$\alpha_{0, \text{cal.}}$: 由守屋式 (3) 求出之值

(α 均以弧度表示)

试验的雷诺数范围为 $5 \times 10^6 \sim 9 \times 10^6$, 试验值与计算值的比较示于图 1。

拱度修正系数利用摩根(Morgan)图表^[14]

的值, 在按式 (3) 计算 α_0 , $dC_L/d\alpha_i$ 时使用。

表 3 作为对象的 MAU 型螺旋桨一览表

№	Z	A_0	H/D
1	4	0.40	0.80
2	"	0.55	"
3	"	0.70	"
4	"	0.55	0.60
5	"	"	1.00
6	"	"	1.20
7	5	0.50	0.80
8	"	0.65	"
9	"	0.80	"
10	"	0.65	0.40
11	"	"	0.60
12	"	"	1.00
13	"	"	1.20
14	6	0.55	0.70
15	"	0.70	"
16	"	0.85	"
17	"	0.70	0.50
18	"	"	0.90
19	"	"	1.10

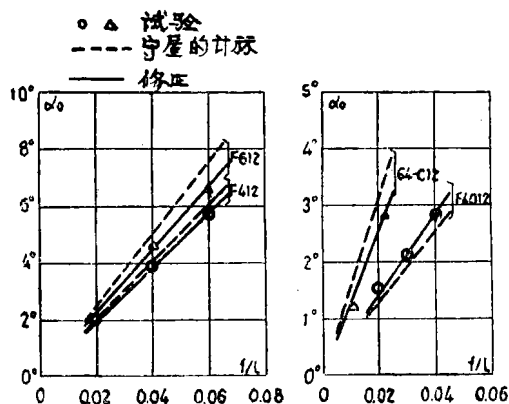


图 1 无升力角 4 位、5 位、6-NACA

其次, 对表 3 所示 19 只 MAU 型螺旋桨, 就 K_r 、 K_q 、 η_0 的计算值和试验值^[15]作了比较, 为使其平均误差和最大误差为最小, 而以统计方式决定升力系数梯度修正系数 C_s 、环量修正系数 C_k 、以及式 (9) 中的 C_{D0} 。

$$C_s = 0.882$$

$$C_k = 0.882(-1.233a_E + 1.1517)$$

$$0.882(-0.367a_E + 1.2383)$$

$$C_{D0} = 0.0075$$

对于 $a_E \leq 0.65$

对于 $a_E > 0.65$

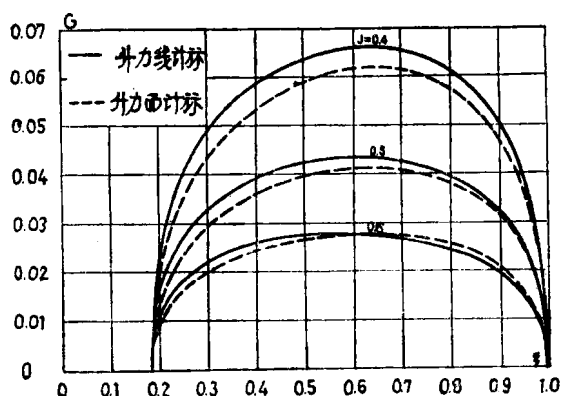


图 2 径向环量分布
MAU 5-65 $H/D = 0.80$

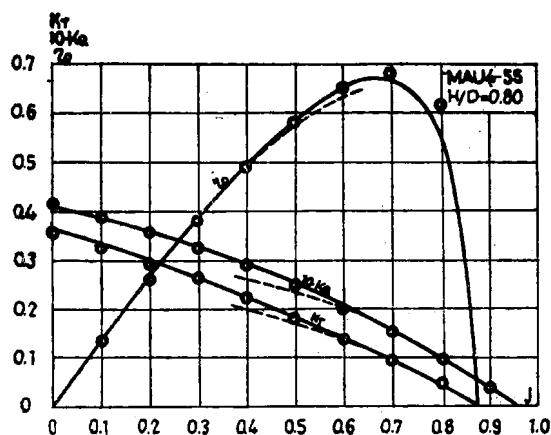


图 3-1 散水特性

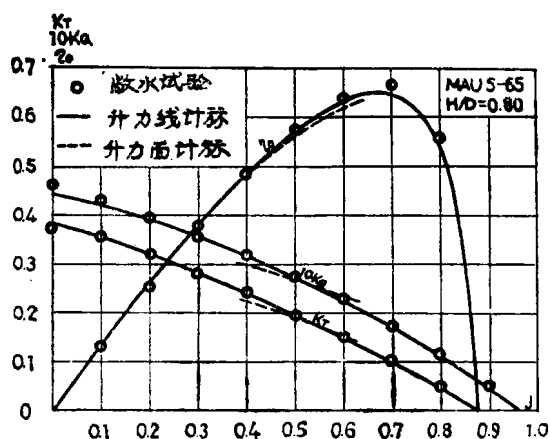


图 3-2 散水特性

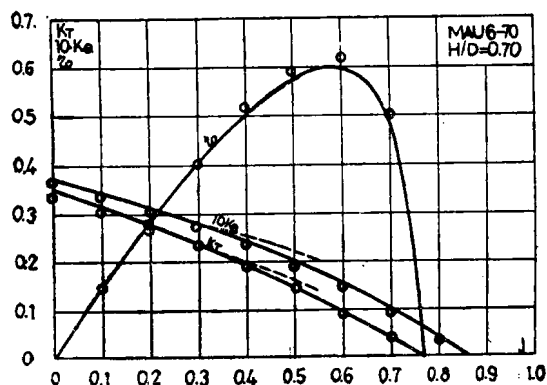


图 3-3 散水特性

关于散水特性的估算，由于在常用载荷附近处的精度是重要的，故试按表 4 所示的螺距比和进速系数的关系进行计算，与试验值作了比较，将误差的绝对值列于表 5。通常散水特性的试验误差可以说是在 2~3%，而本计算平均误差是 1~2%，可以说是精度较好的估算。作为环量分布计算例子示于图 2，与 K_r 、 K_ϕ 、 η_0 的试验值的比较示于图 3。

表 4 设计进速系数

H/D	J
0.40	0.2
0.50	0.2
0.60	0.3
0.70	0.4
0.80	0.5
0.90	0.7
1.00	0.8
1.10	0.9
1.20	1.0

表 5 试验值与计算值之比较

特 性	平均误差	最大误差
K_r	1.40%	2.7%
K_ϕ	1.71%	4.4%
η_0	1.60%	3.3%

3.2 按定常升力面理论的计算

最花费时间的是式(15)中的 $K_q(\alpha'; \alpha, \beta)$ 之计算, 关于 φ_1 的积分; $M_k(\xi', \xi; \psi)$ 以及关于 β' 的积分: $K_{Bq}(\alpha'; \alpha, \beta)$ 是需要精度好且计算时间短。特别是 $M_k(\xi', \xi; \psi)$ 的被积函数, 作为例子, 如表 6 所示, 在奇点近傍数值增大且变化量亦大。因而当 ξ 与 ξ' 为接近的值时, 对于 φ_1 需要作较细的分割来进行积分, 对于这个计算而言, 分割的宽度为 $\psi/500$ 。并且, 就关于 β' 的积分

表 6 $M_k(\xi', \xi; \psi)$ 的被积函数

$\xi = 0.7$ $\xi' = 0.8$ $\nu_1 = 0.27$ $Z = 4$

$\varphi_1/\pi \backslash K$	1	2	3	4
0.00	-632.88	-0.38	-0.14	-0.38
0.01	-577.97	-0.37	-0.14	-0.39
0.02	-453.32	-0.35	-0.14	-0.40
0.03	-324.69	-0.34	-0.14	-0.41
0.04	-224.45	-0.33	-0.14	-0.42
0.05	-154.92	-0.32	-0.14	-0.43
0.06	-108.56	-0.31	-0.14	-0.44
0.07	-77.76	-0.31	-0.14	-0.45
0.08	-57.00	-0.30	-0.14	-0.46
0.09	-42.74	-0.29	-0.14	-0.47
0.10	-32.72	-0.28	-0.14	-0.47
0.15	-11.00	-0.24	-0.14	-0.46
0.20	-4.89	-0.21	-0.14	-0.27
0.25	-2.59	-0.18	-0.13	0.44
0.30	-1.53	-0.16	-0.12	2.44
0.40	-0.67	-0.13	-0.08	13.68
0.50	-0.35	-0.10	0.04	11.59
0.60	-0.21	-0.07	0.34	1.66
0.70	-0.13	-0.03	1.00	-0.17
0.80	-0.08	0.03	1.95	-0.25
0.90	-0.05	0.11	2.37	-0.17
1.00	-0.02	0.23	1.64	-0.10
1.50	0.20	0.50	0.01	0.03
2.00	0.21	0.04	0.04	0.13