

同濟大學
水力学和水文学

水力水文教研組
1957年9月

水力学和水文学（目录）

水力学部分

第一篇 普通水力学

- 第一章 緒 論
- 第二章 水静力学
- 第三章 水动力学基础
- 第四章 液体运动的阻力及能量損失
- 第五章 管路的水力計算
- 第六章 液体經孔口和管嘴的出流
- 第七章 液体在明渠中的均匀流动
- 第八章 第二篇 明渠水力学
- 第八章 明渠中的非均匀流动
- 第九章 水跃及上下游联結
- 第十章 堰
- 第十一章 道路过水建筑物的水力計算
- 第十二章 地下水流动

水文学部分

- 第十三章 河川水文学
- 第十四章 水文計算

附 录

說明：本學期給排水三年級無水文學課程故該部分讲义不发給水三同學。

第一篇 普通水力学

第一章 緒論

§ 1-1 水力学的定义

水力学为属于工程力学范围内的一門科学，研究液体的平衡和运动的規律，以及应用这些規律来解决实际工程上的問題。

研究液体平衡的部分称水静力学，研究液体运动規律的部分称为水动力学。

水力学的研究，和剛体力学一样，以物理学和理論力学的定律为依据，采用数学方法作出理論分析及实验資料来証实理論的正确性並补充純理論分析还不能完全解决的某些問題。因此，現代水力学是一門企图将古典型純理論的水动力学和偏重于实验来观测水力現象的經驗水力学相結合的科学。

在工程师（特别是土木工程师）的教育过程中，物体质点的运动学和动力学不可否認的是絕大部分的专业課程的基础。但是工程师在解决許多实际工程問題时，例如拦阻液流或貯存液体的建筑物（坝、水塔、油庫等）、过水建筑物（桥梁、涵管、透水堤等）和有液体通过的建筑物（淨水和污水处理系統中的各項設備）的形式的规划，及其中洩流、溢流設備和輸送液体管路的尺寸的決定，除对建筑材料性能必需深刻了解外，对液流水力現象的原理亦应具有一定程度的知識，决不能满足于仅仅会套用某些公式而已。因为設計者只有在对液流水力学現象的基本特征有适当的認識，才能合理分析各个环节作出滿意的解答，然后綜合起来以解决整个問題。这样，学习水力学的重点应着重在普遍性的原理而不是在有限制性的經驗公式，換句話說，就是要注意各种水力現象的“为什么”和“怎么样”而不是仅仅記住些“系数”的数值。

§ 1-2 流体的特征

物体可分为两大类——固体和流体。两者之間的区别为流体的质点間的凝聚力极为微弱，因此，对于作用在物体上的力的反应，流体和固体是不相同的。对固体来講，当受到外力（拉力、压力或切力）时，产生彈性形变，力的大小直接影响形变的大小。在应力未超过彈性限度时，必需繼續維持施于固体上的力，才能保持已产生的形变。对流体来講，只于受压力时具有彈性性能，对拉力所能起的抵抗力量是不能超过质点間的凝聚力。由于这个力量非常微小，一般可以忽略不計。

当它受切力作用时，无论怎样微小，就将不断地变形，同时应力的太小决定于形变的速度。这个特征称为流体的易动性。

流体又可分为两类——液体和气体。少量气体放入任何容器内，它就完全充满整个容器。如借外力压缩容器体积，其中的气体亦随之收缩。而液体则不然，在极大的压力作用下，其压缩量仍是很小。把液体注入任意形状的器皿内，它就具有与器皿相同的形状，但是并不完全充满器皿的容积（除液体体积恰与容器的容积相同的情形外）而具有一个自由液体表面。

这样，在水力学中研究的对象——液体是具有下列特征：1) 易动性；2) 不可压缩性；3) 以自由表面为边界。

§ 1-3 液体的主要物理性质

甲 密度和重率

均匀液体单位容积的质量称为密度，以 ρ 代表之。

$$\rho = \frac{M}{V}, \quad (1-1)$$

式中 M 为液体质量，其单位为克或 $\frac{\text{公斤} \cdot \text{秒}^2}{\text{公尺}}$ ；

V 为液体容积，其单位为公分³ 或公尺³。这样，密度单位有两种不同的表达方式—— $\frac{\text{克 (质量)}}{\text{公分}^3}$ 或 $\frac{\text{公斤} \cdot \text{秒}^2}{\text{公尺}^4}$ 。前者为绝对制或

CGS制，后者则为工程制。在本节中一般将采用工程制单位。

均匀液体单位容积的重量称为重率，以 γ 代表之。

$$\gamma = \frac{W}{V}, \quad (1-2)$$

式中 W 为液体重量，其单位为达因或公斤；

V 为液体容积，其单位为公分³ 或公尺³。同密度的单位一样，

重率的单位可以采用绝对制的 $\frac{\text{克 (质量)}}{\text{公分}^2 \cdot \text{秒}^2}$ 或工程制的 $\frac{\text{公斤}}{\text{公尺}^2}$ 。

由式 (1-1) 和式 (1-2)，很易容找到密度与重率间的关系：

$$\frac{M}{f} = \frac{W}{\gamma} = \frac{Wg}{\gamma},$$

或

$$\gamma = f g, \quad (1-3)$$

式中 g 为重力加速度，采用 9.81 公尺/秒^2 为其平均值。

蒸馏水在 $t = 4^{\circ}\text{C}$ (摄氏) 时, 重率为

$$\gamma = 1.000 \frac{\text{公斤}}{\text{公尺}^3}$$

一般工程上水的重率和蒸馏水的重率相差无几, 十分浑浊的水的重率可能达到 $\gamma = 1200 \text{ 公斤/公尺}^3$, 海水的重率为 $1020 \sim 1030 \text{ 公斤/公尺}^3$ 。

当水的温度发生变化时, 它的体积亦将变化。但是体积变化的幅度很小 (参看表 1-1)。因此严格地说水的密度和重率并不是常数。在实际工程上则因为温度普通是介于 0°C 到 35°C 之间, 可以把水的重率和密度认为不变的。

表 1-1 淡水的重率和密度 (在标准大气压作用下)

重率和密度	水的温度 $^{\circ}\text{C}$							
	0	4	10	20	40	60	80	100
$\gamma \frac{\text{公斤}}{\text{公尺}^3}$	999.87	1000.00	999.75	998.26	992.35	983.38	971.94	958.65
$\rho \frac{\text{公斤-秒}^2}{\text{公尺}^4}$	10192	10193	10191	10175	10115	10024	9908	9772

值得提一下的是重率和比重的区别。液体的比重为其重量与同体积蒸馏水 (4°C) 重量的比值, 以 δ 代表之。

表 1-2 某些液体的比重

液体名称	比重	$t^{\circ}\text{C}$	液体名称	比重	$t^{\circ}\text{C}$
普通汽油	0.70~0.75	15°	淡水	1.00	4°
乙醇 (酒精)	0.79	15°	海水	1.02~1.03	4°
煤油	0.79~0.82	15°	甘油	1.26	0°
苯	0.88	20°	四氯化炭 CCl_4	1.59	20°
煤焦油 (凝青)	0.93~0.95	15°	汞 (水银)	13.6	0°

乙 粘 滞 性

液体的粘滞性为液体抵抗变形力量的量度。图 (1-1a) 示两块相当大的平行板, 其间满盛液体。假定下板固定, 而上板于力 F 的作用下向右以 U 的速度移动。两板之间的距离为 y , 移动板面积为 A 。

与板相接触的液体将附着于板上, 即就是, 液体与板之间没有相对运动。这样, 与固定之板相邻的液体的流速为零, 而与移动板相接触的流速为 U 。假定两板的距离不太大, 则其间流速的变化 (从 $0 \rightarrow$

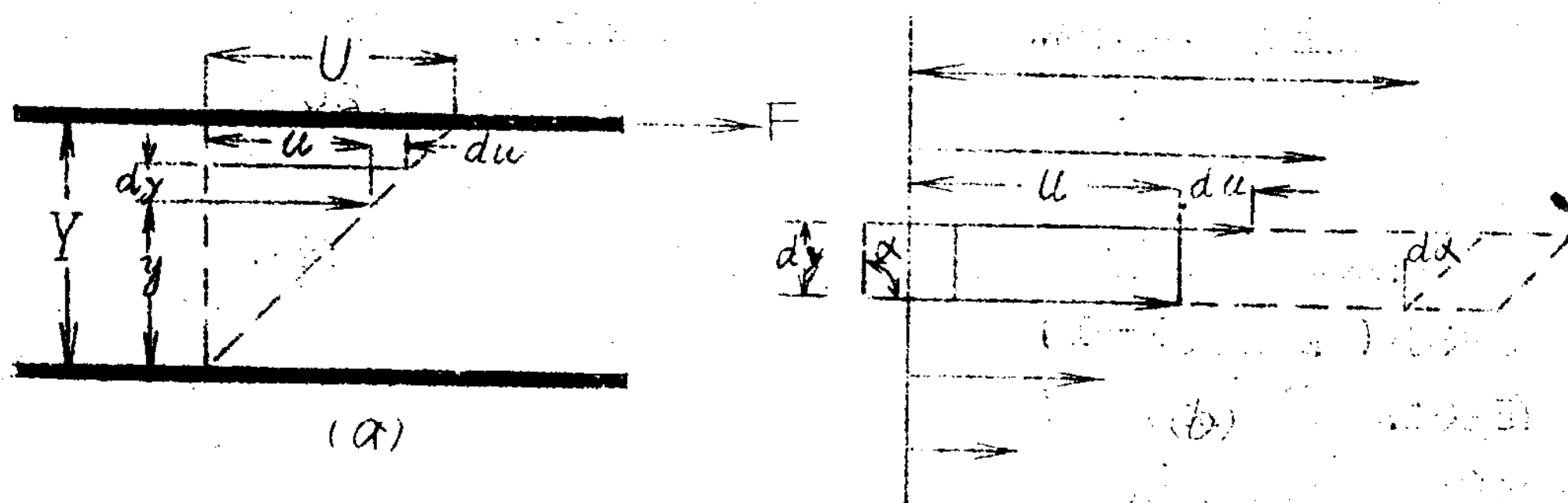


图 1-1

U) 可认为是直线变化。这种情形可以想象为液体是由无数薄层所组成，每层液体对于其相邻的一层滑动少许。实验证明对于大多数的液体，作用着的力和流速存在下列关系：

$$F \propto \frac{AU}{Y}$$

按图 (1-1a 甲) 内相似三角形的关系，以 du/dy 来代替 U/Y ，上式可写成

$$F \propto A \frac{du}{dy} \quad \text{或} \quad \frac{F}{A} \propto \frac{du}{dy} \quad (1-4)$$

让我们先讨论一下 du/dy 的意义。从图 (1-1b) 可以看出每单位体积液体的变形率可以角 α 的变率来表达之。在角度不大时， $\alpha = \tan \alpha$ ，所以角 α 的变率是等于 du/dy 。这样， du/dy 的物理意义为液体的变形率。在技术术语中常称之为流速梯度。

F/A 显然为切应力，如以 τ 代表之，则式 (1-4) 于加入一个比例常数 μ 之后为：

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-5)$$

式 (1-5) 为牛顿粘滞性方程式。比例常数 μ 称为动力粘滞系数，或绝对粘滞系数，或简称粘滞系数。

动力粘滞系数的因次及单位 将式 (1-5) 改写成：

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} \quad (1-6)$$

于是动力粘滞系数的因次为单位面积的力除以流速梯度的因次。用 $L-T-M$ (长度-时间-质量) 制度来表示, 得

$$|\mu| = \frac{\frac{M}{LT^2}}{\frac{L}{T}} = \frac{M}{LT}$$

它的单位为 $\frac{\text{克(质量)}}{\text{公分-秒}}$, 称为泊 (Poise)。这是纪念泊肃叶 (Poiseuille) 而命名的。用 $L-T-F$ (长度-时间-力) 制度来表示, 得

$$|\mu| = \frac{\frac{F}{L^2}}{\frac{1}{T}} = \frac{FT}{L^2}$$

单位为 $\frac{\text{公斤-秒}}{\text{公尺}^2}$, 还没有专门名称。假使以达因为 F 的单位, 公分
为 L 的单位, 这样则 μ 的单位为 $\frac{\text{达因-秒}}{\text{公分}^2}$ 。这个单位和 $\frac{\text{克(质量)}}{\text{公分-秒}}$
相等。所以

$$|\text{泊}| = \left| \frac{\text{克(质量)}}{\text{公分-秒}} \right| = \left| \frac{\text{达因-秒}}{\text{公分}^2} \right|$$

由于 $|\text{达因}| = \frac{1}{981 \times 1000} \text{ 公斤},$

$$|\text{公分}^2| = \frac{1}{10000} \text{ 公尺}^2,$$

所以 $|\text{泊}| = \frac{1}{981 \times 1000} \div \frac{1}{10000} = \frac{10^4}{981 \times 10^3} = 0.01019 \frac{\text{公斤-秒}}{\text{公尺}^2}$

在许多有关粘滞的问题中, 常常需要计算动力粘滞系数除以密度 μ/ρ 的数值。 μ/ρ 称为运动粘滞系数, 因为它不包含力或者质量在内。以 γ 代表运动粘滞系数, 得

$$\gamma = \frac{\mu}{\rho} \quad (1-7)$$

它的因次为

$$|\gamma| = \frac{\frac{LT}{L^3}}{T} = \frac{L^2}{T^2}$$

这里仅有两个基本因次——L和T，所以用L-T- $\frac{L^2}{T^2}$ 制或L-T-F制，运动粘滞系数的因次是相同的。它的单位为 $\frac{\text{公分}^2}{\text{秒}}$ ，称为斯(Stoke)。这是纪念斯篤克(Stokes)而命名的。

温度对粘滞系数的影响 当压力增加，粘滞系数的值稍稍有些增加。因为增加的数量很小，在一般工程问题中，假定它和压力无关。而温度对粘滞性的影响则是很大。它对液体和气体所起的影响恰恰相反。气体的粘滞系数随温度的增加而增加；液体的则随温度的增加而减小。

水的运动粘滞系数和温度的关系可以泊肃叶式来决定：

$$\gamma = \frac{0.0178}{1+0.0337t+0.000221t^2} \frac{\text{公分}^2}{\text{秒}}, \quad (1-8)$$

式中 $t = ^\circ\text{C}$ 。

在不同温度时，水的运动粘滞系数的值见下表 1-3。

表 1-3 水的运动粘滞系数

$t^\circ\text{C}$	$\gamma \frac{\text{公分}^2}{\text{秒}}$	$t^\circ\text{C}$	$\gamma \frac{\text{公分}^2}{\text{秒}}$	$t^\circ\text{C}$	$\gamma \frac{\text{公分}^2}{\text{秒}}$
0	0.0178	14	0.0117	30	0.0080
5	0.0152	16	0.0111	40	0.0066
10	0.0131	18	0.0106	70	0.0041
12	0.0124	20	0.0101	100	0.0028

丙 压 缩 性

当作用于流体上的压力增加时，流体所佔的容积就将缩小，这个性质称为压缩性。设流体的原容积为V，当作用在其上的压力增加了一个 ΔP 值后，容积的减小值为 ΔV 。运用虎克定律——弹性模数 = 应力 / 应变，得出下列关系：

$$E = \frac{\Delta P}{-\frac{\Delta V}{V}} \quad \text{或} \quad -\Delta V = \frac{V \Delta P}{E}, \quad (1-9)$$

式中的负号表示压力增加则容积减小。

把式 (1-9) 改写成:

$$-\frac{\Delta V}{V \Delta h} = \frac{1}{E} = \beta_p, \quad (1-10)$$

得到弹性模数 E 的倒数的表达式。 E 的倒数称为容积压缩系数, 以 β_p 代表之。流体容积压缩系数的数值直接显示压缩率的大小。

液体的容积压缩系数非常之小。以水为例, 当水在 0°C 时, 每增加一个大气压的压力 (1.035 公斤/公分^2), 其缩减的体积约为原体积的二万分之一, 即压缩率等于 0.005% 。因此, 在计算水工上实际问题时, 可以把水认为不可压缩的。在本书中水力学部分内除对于水击问题的讨论外, 水的压缩性将不予考虑。

水的弹性模数并不是一个常数, 压力和温度对它都有影响, (见表 1-4)。在一般工程计算中采用 $E = 21.000 \text{ 公斤/公分}^2$, $\beta_p = \frac{1}{E} = 47.6 \times 10^{-6} \text{ 公分}^2/\text{公斤}$ 。

表 1-4 水的弹性模数 (公斤/公分²)

温度 ^{°C}	压 力 (大气压)				
	5	10	20	40	80
0	18.900	19.000	19.200	19.500	19.800
5	19.300	19.500	19.700	20.100	20.700
10	19.500	19.700	20.100	20.500	21.200
15	19.700	20.000	20.300	20.900	21.700
20	19.800	20.200	20.600	21.200	22.170

丁 表面张力及毛细管现象

液体各分子之间存在着一种分子吸引力。位于液体内部的分子, 如图 1-2 的分子 A, 在各方面都被其相邻的分子力均等地吸引着而处于平衡状态。但是在液体表面的分子, 如图 1-2 的分子 B, 所受到的分子吸引力是不平衡的, 因而产生表面张力, 由于表面张力作用的结果, 液体表面好象是张了一层有弹性的薄膜, 企图使液体约束于最小表面的体积之内, 即就是, 使液体的体积呈球形。

在平面形的液体表面内, 所有

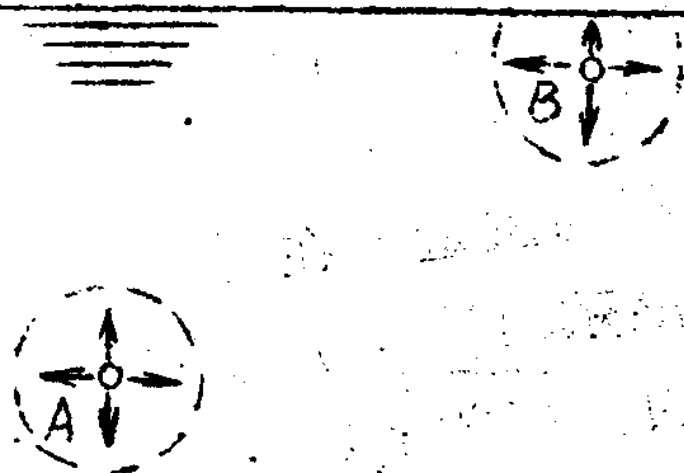


图 1-2

的力处于平衡状态，因而不存在着表面张力。如果表面是弧形的，表面张力将引起一个压力差，来维持力的平衡。在曲面内取一小长方形，其边长为 ds_1 和 ds_2 (图 1-3)。作用于其上面的压力为 $p_1 ds_1 ds_2$ ；

于其下面的压力为 $p_2 ds_1 ds_2$ 。

设表面张力为 σ (σ 的因次为 F/L ，

皆通用达因/公分或克/公分为它的

的单位)，则在正方形的两对边

ds_1 上，作用着两个方向相反力

σds_1 在其它两个对边 ds_2 上，作

用着两个方向相反力 σds_2 。

$d\alpha$ 代表两个 σds_2 力之间的角度，

它们的合力为 $\sigma ds_2 \cdot d\alpha = \sigma ds_2$

$\cdot ds_1 / R_1$ ；同样以 $d\beta$ 代表两个

σds_1 之间的角度，它们的合力则

为 $\sigma ds_1 \cdot d\beta = \sigma ds_1 \cdot ds_2 / R_2$ 。

列出力的平衡方程式，得

$$p_1 ds_1 ds_2 - p_2 ds_1 ds_2 = \\ = \sigma ds_2 \cdot \frac{ds_1}{R_1} + \sigma ds_1 \cdot \frac{ds_2}{R_2},$$

$$\text{或 } p_1 - p_2 = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1-11)$$

作用于液体平面上的压力 $p =$

$= p_0 - \gamma z$ (参看第二章的第二节)，

z 为垂直向上量的距离， γ 为液体

重率即液体单位体积的重量。在两个

不同液体 (不相混杂的液体) 的

分界面上，如他们的重率为 γ_1 和 γ_2

则 $p_1 = p_0 - \gamma_1 z$ ； $p_2 = p_0 - \gamma_2 z$ 。代入式 (1-11)，得

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\sigma} z \quad (1-12)$$

式 (1-12) 给我们计算液体在细小管子中上升 (或下降) 的可能，即所谓毛细管现象。如细小管的内半径为 r ，并把管内液面认为是球形的 (内半径 r 和上升高度 h 的比值愈小，愈接近于球形)，则从图

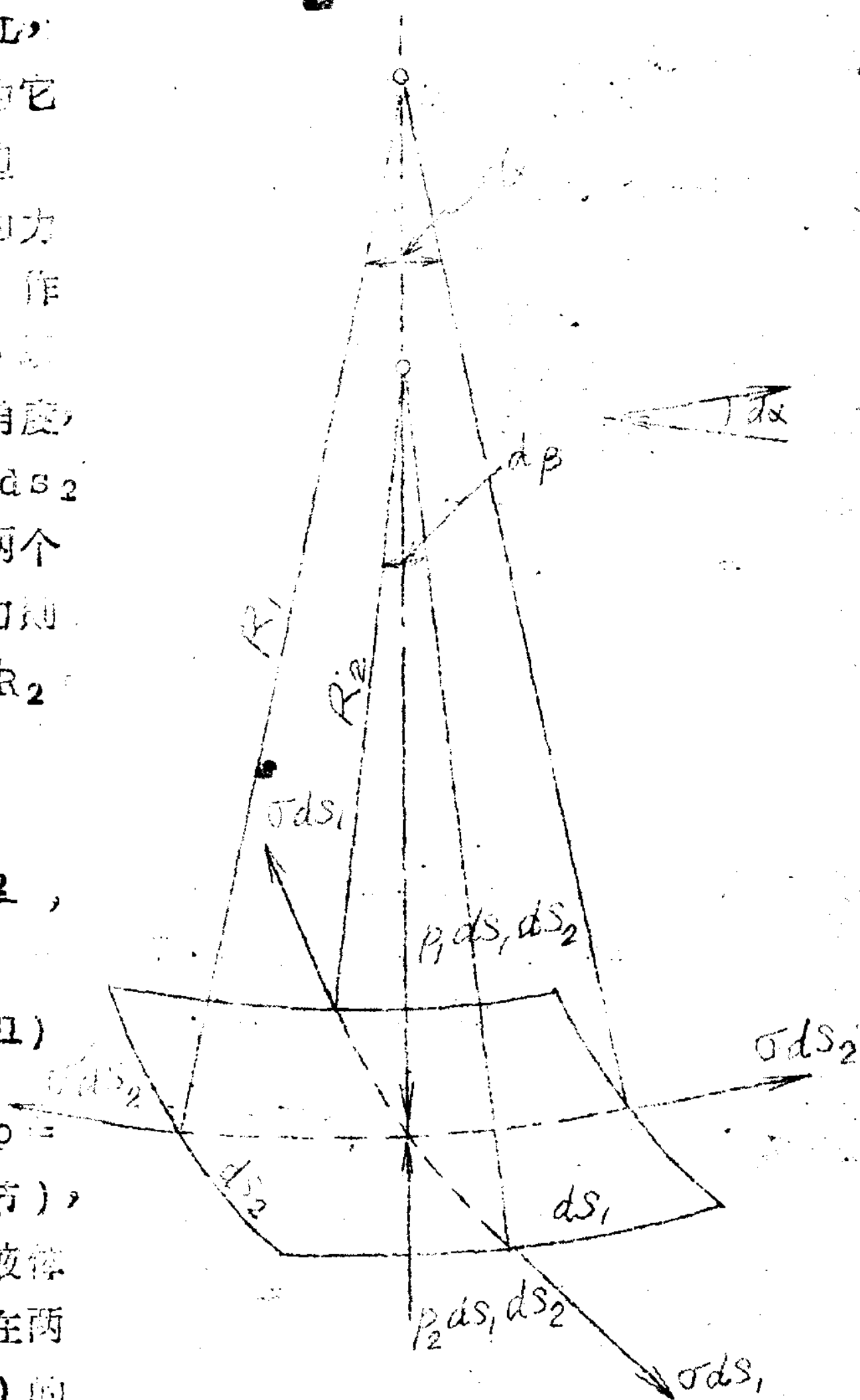


图 1-3

(1-4) 可以看出 $R = \gamma / \cos \alpha$,

α 为接触角, 这样。同时以 h 代替

z , 我们得到毛细管作用液体上升:

(或下降) 高度 h 的公式:

$$h = \frac{2\sigma \cos \alpha}{\gamma_2 - \gamma_1} \quad (1-13)$$

表面张力 σ 在 20°C 的数值为:

水/空气 $\sigma = 72.5$ 达因/公分,

油/水 $\sigma = 25 \sim 30$ 达因/公分,

水银/空气 $\sigma = 472$ 达因/公分。

许多用来测量压力的测压管是

玻璃管, 水和玻璃的接触角约等于

0° , 水银和玻璃的接触角约等于

140° 。将这些数值代入式 (1-13)

, 得 20°C 的水在半径为 r (公厘)

的玻璃管中的上升高度为:

$$h = \frac{29.8}{2r} \text{ 公厘}$$

同样温度的水银在玻璃管中的下降尺度为:

$$h = \frac{10.15}{2r} \text{ 公厘}$$

图 1-4

§ 1-4 作为连续介质液体的定义

液体与任何物质一样是由许许多多分子所组成。这许多分子不是相互紧接而其間存在着空隙, 并且它们具有在分子的空隙間自由运动的本能。当研究液体运动规律时, 如果要詳細地去研究組成液体的各个分子的情况, 这是不可能的。为了避免这个困难, 我们把液体看作为连续介质, 就是说, “流体介质不是由在分子空間移动着的一些分子所組成的, 而是无間隙的填满着該体积外形中所有的空間, 其中没有任何空隙存在的連續体”。^① 讲得简单一些, 作为連續介质的液体是一个連續体, 其間沒有空隙。这样, 我們就沒有必要去研究分子的运动而仅需要研究由于外力的影响所引起的运动。同时使我們可以运

^① 引自科兹夫尼柯夫編著 “普通水力学讲义”, 高等教育出版社印行, 第9頁。

用連續函数来分析研究液体的运动。

§ 1-5 理想液体

理想液体是用来区别与自然界的实际液体。凡认为绝对不可压缩的、不可膨胀的、质点具有绝对流动性；即就是，完全没有内部的相互摩擦（粘滞性等于零）的液体称为理想液体。

用理想液体来代替实际液体，非但能够大大地简化许多问题的推解，并且在实质上不影响研究的结果。例如因为实际液体的容积和密度几乎是一个常数，允许我们把理想液体认为绝对不可压缩或膨胀的。又如实际液体的凝聚力是微小到可以忽略不计，那么可以把理想液体看做具有绝对的流动性。只有忽略了粘滞性将使研究的结果与实际情况有些相差。所以一般的方法为于研究理想液体的运动规律之后，再加以由粘滞性所引起的必要修正。

§ 1-6 作用于液体的力

作用于液体的力可分为两大类——内力和外力。

在任何液体块中的内力，必然是成对的而且它们的方向恰相反大小则相等。因此，内力是相互抵消的，换言之，液体块中的内力的合力等于零。

外力再可分为两类——表面力和质量力。

表面力为作用于所研究的任何一块液体表面上的力。按力的作用线与液体表面相交的情况，表面力有两种：其一为正交的力，由于液体不能抵抗拉力，所以对液体来讲正交的力总是压力；其二为切向的力，即就是摩擦力。

质量力为作用于液体的每个质点上的力，它的大小与质点的质量成正比。对均匀液体来说，质量与体积成正比，因而质量力与液体体积也成正比，所以质量力亦称体积力。属于这一类之中最常常遇到的为重力。当研究相对运动时或运用达兰贝尔原理时，惯性力亦属于这个类型。

质量力以单位质量的值表达之，亦即就是以加速度表达之。在直角坐标轴上的投影，在本书将用 X ， Y ， Z 符号来代表它们。

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{F_x}{M} = a_x, \\ Y &= \frac{F_y}{M} = a_y, \\ Z &= \frac{F_z}{M} = a_z. \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

第二章 水静力学

本章所研究的对象为液体平衡的规律及这些规律在实际工程问题上的应用。当液体处于平衡（静止）状态时，每个液体质点对一适当座标而言，它的相对速度为零。因此，粘滞性不起作用，可以把自然界的实际液体看作理想液体。用纯理论分析方法所得的结论将是完全正确的。

§ 2-1 静水压力及其特性

于平衡（静止）液体中假想隔离一部分液体体积（图 2-1），用一任意平面（面 ABC）把它分成上下两部（I 和 II），并抛棄上部 I。如果在切面 ABC 的每个微小面积（例如图 2-1 点 a 附近的面积 ω ）之上加上了一个力 P 后，液体保持着原来的平衡状态，那么力 P 就是作用在平衡液体內任意面积 ω 上的总静水压力。

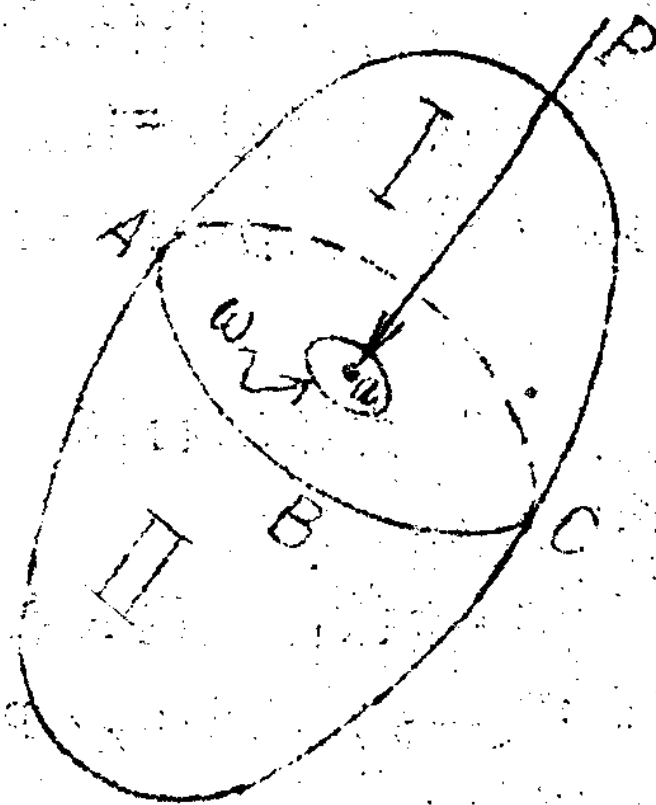


图 2-1

作用在任一面积上的总静水压力以面积除之，得作用面上的平均静水压力，以 P_{CP} 代表之，

$$P_{CP} = \frac{P}{\omega} \quad (2-1)$$

把作用面积 ω 缩小到一点 a，换言之即面积趋近于零， P/ω 值将趋近于某一极限值，该值称为在 a 点的静水压应力。在水力学中，一般简称为静水压力，以 P 代表之。

$$P = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left(\frac{P}{\omega} \right) \quad (2-2)$$

它的因次为 $\frac{\text{力}}{\text{面积}}$ 或 $\frac{[F]}{[L^2]}$ ，在本书中采用公斤 (Kg) 及吨 ($T = 1000 \text{ Kg}$) 为力的单位，公分 (cm) 及公尺 (m) 为长度的单位。这样，静水压力的单位为：

$$\frac{\text{公斤}}{\text{平方公分}} (\text{Kg/cm}^2), \frac{\text{公斤}}{\text{平方公尺}} (\text{Kg/m}^2), \text{或} \frac{\text{吨}}{\text{平方公尺}} (\text{T/m}^2)。$$

1. 静水压力第一特性 静水压力垂直于作用面，其方向与作用面

的内向法线相同。

用任意表面 $S-S$ 把某一平衡液体体积分成两部分 (图 2-2)。假想在某一点 (例如图中的 A 点) 处作用着一个与内向法线方向不相同的总静水压力 P^0 , 将力 P^0 分为两个分力—— P_n^0 和 P_t^0 。 P_t^0 既是一个切力, 倘使它可能存在必然将破坏液体的平衡。又假想在 B 点处作用着与内向法线适相反的力 P'' , 因为液体不可能抵抗拉力而亦将破坏它的平衡。因此, 在任意一点上的静水压力必须如图 2-2 上 C 点所示的力 P , 沿内向法线方向垂直于作用面。

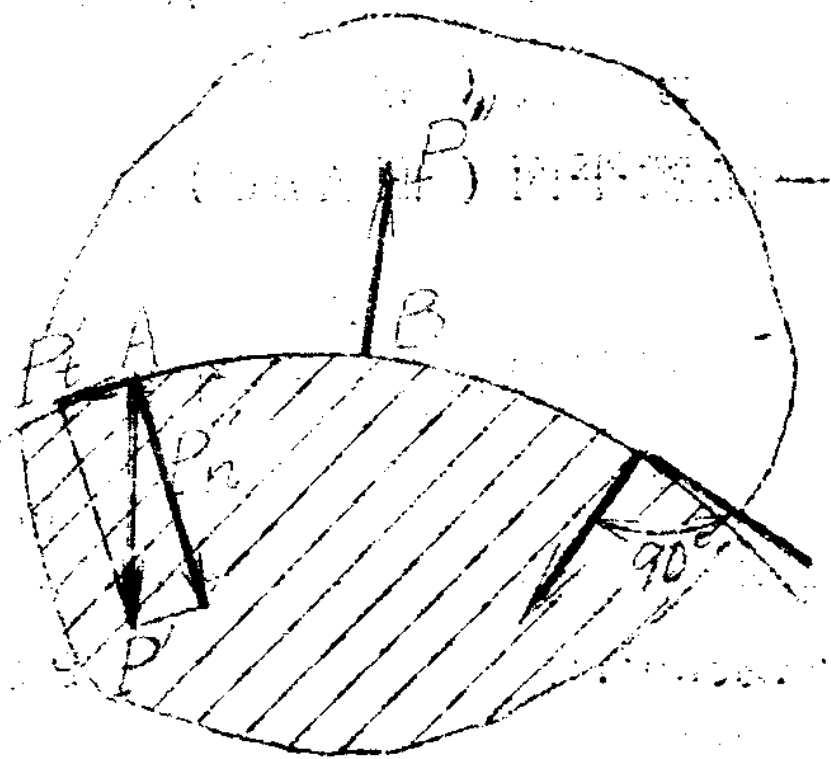


图 2-2

2. 静水压力第二特性 平衡液体体积内一定点上的不同方向的静水压力其值相等。

在平衡液体体积内 A 点处取一微小楔形体, 其边长为 dx , dy , dz (图 2-3)。以 P_x , P_z 和 P_n 分别作用在 ABDE, ACDF 和 BCEF

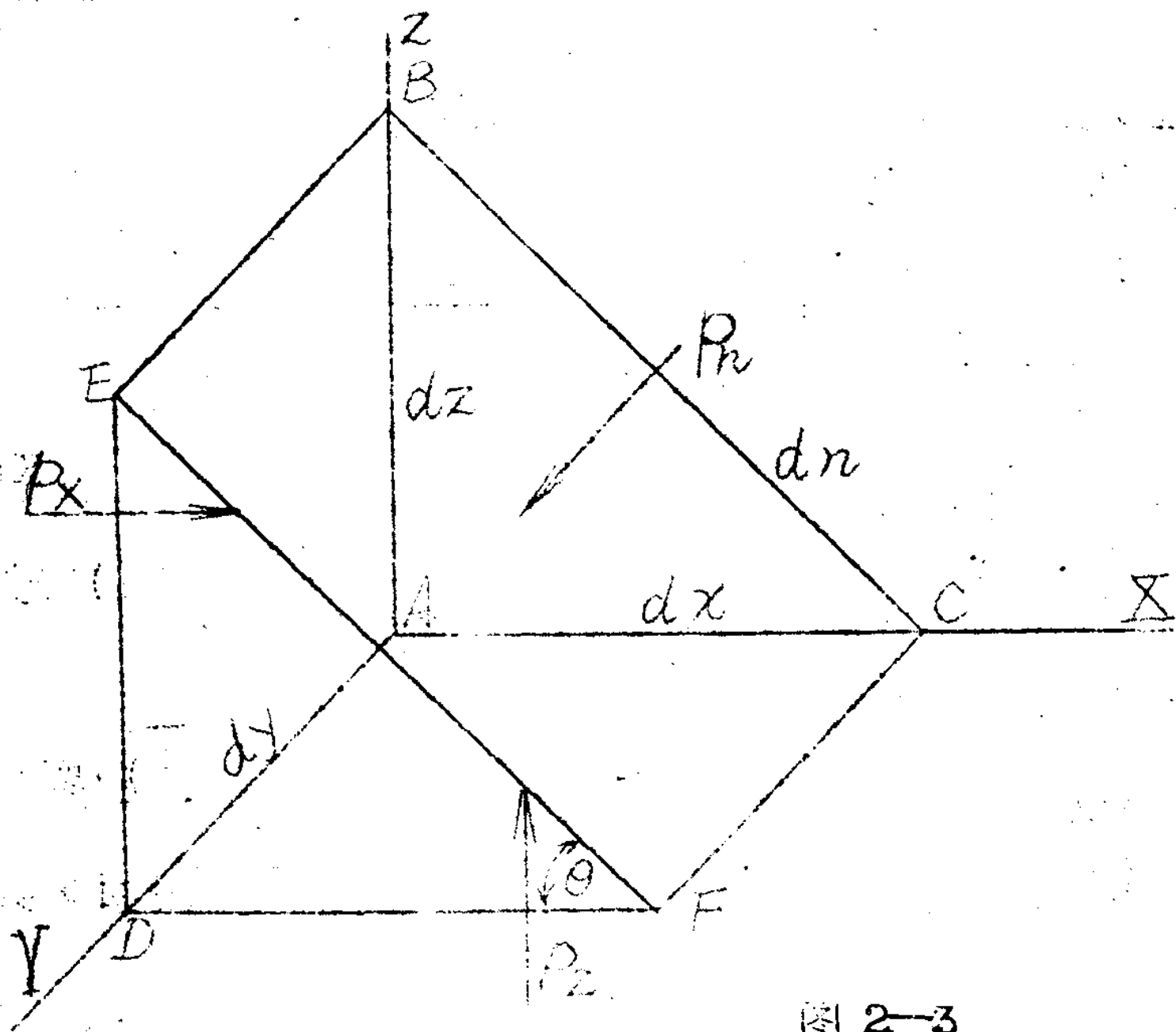


图 2-3

三个面上的静水压力，由于各个面的面积是无限小的， P_x 、 P_z 和 P_n 可以认为是作用在各该平面上的平均静水压力。因此，各个面上的总静水压力分别为：

$$P_x = P_x dy dz, \quad P_z = P_z dx dy, \text{ 和 } P_n = P_n dy dn.$$

此外还有体积力作用在楔形体体积上。以 X 、 Y 、 Z 表示单位质量沿 XYZ 轴向的一切体积力的投影，则 X 、 Y 、 Z 和楔形体质量($\frac{1}{2} \rho dx dy dz$)的乘积等于沿座标轴各轴向的体积力。

我们所取的楔形体既然处于平衡状态，作用在其上的外力沿任何一个轴向的总和应等于零。以 X 轴为例，得

$$P_x dy dz - P_n dy dn \sin \theta + \frac{1}{2} \rho dx dy dz X = 0. \quad (2-3)$$

式(2-3)中的第三项为三阶无限小，而前两项为二阶无限小，相比之下可以略而不计，于是上式可以写成，

$$P_x dy dz - P_n dy dn \sin \theta = 0.$$

以 $dn \sin \theta = dz$ 代入上式，则得

$$P_x - P_n = 0. \quad (2-4)$$

同理，沿 Z 轴各外力的总为零，则

$$P_z dx dy - P_n dy dn \cos \theta = 0.$$

以 $dn \cos \theta = dx$ 代入之，得

$$P_z - P_n = 0. \quad (2-5)$$

于是 $P_x = P_z = P_n. \quad (2-6)$

这样，我们证明了在一定点上的静水压力与作用面的方向无关，各方向的静水压力均相等。

§ 2-2 静水力学基本方程式

静水力学基本方程式是说明静止液体内部压力、密度和垂直距离三者之间的关系表达式。在静止液体内部取一微小圆柱体，其截面积为 $d\omega$ ，其高为 dz (图2-4)。兹以 P 代表作用在圆柱体底面上的静水压力，因为我们尚不知道在圆柱体顶面的静水压力和底面上的究竟相差多少，暂以 dP 代表两者之间的差额，那么作用在圆柱体顶面上的静水压力可以 $P + dP$ 来表示之。此外这圆柱体既是静止的，作用在其上的体积力为沿 Z 轴方向的重力，即就是 $Z = g$ 。

因为这微小圆柱体是处于平衡状态，那么沿任一轴向各外力的总和应等于零。这样，

$$P d\omega - (P + dP) d\omega - \rho g d\omega dz = 0,$$

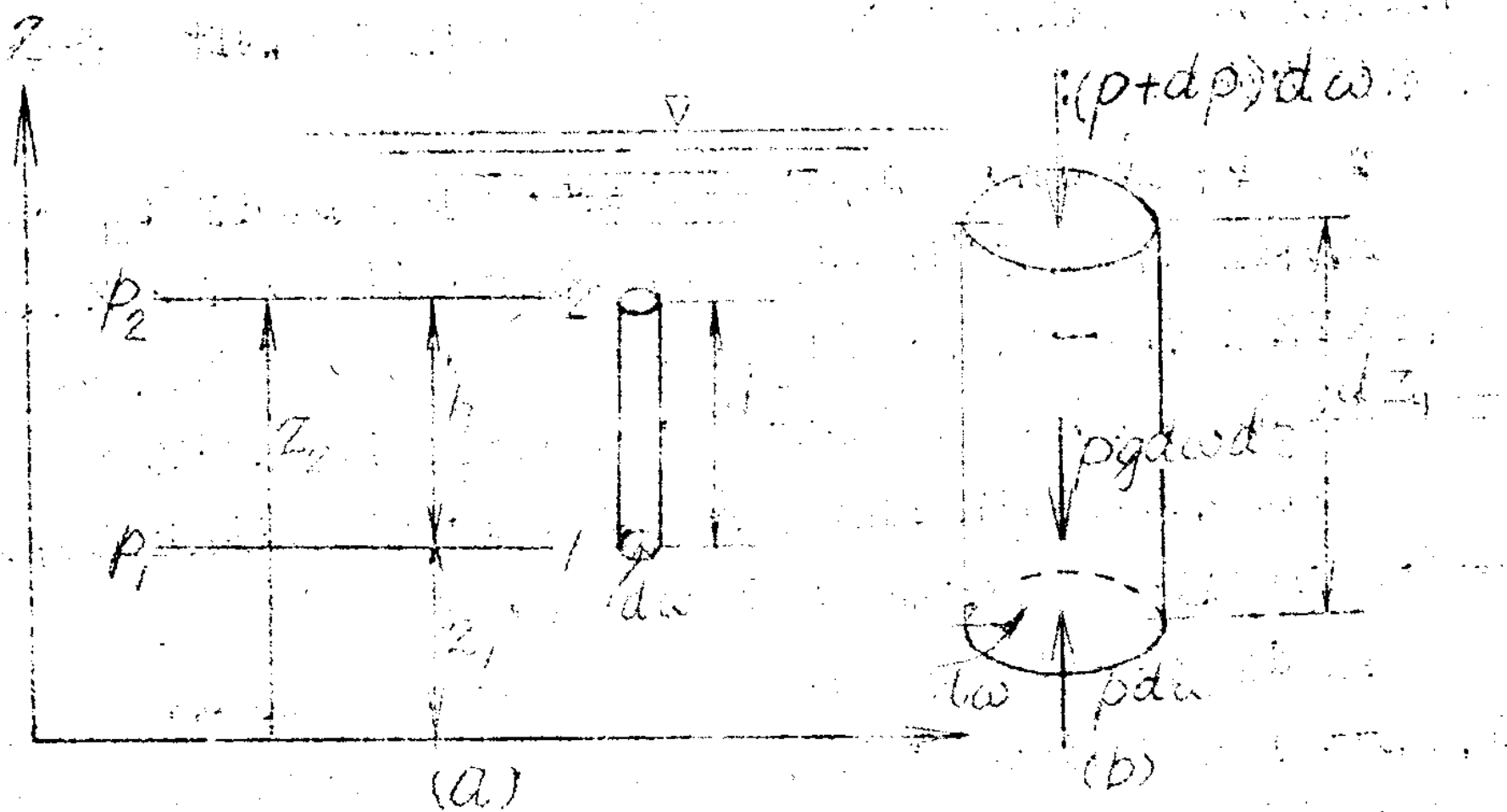


图 2-4

或
$$dP = -\rho g d\omega dz. \quad (2-7a)$$

液体可认为不可压缩的，即就是密度 ρ 为常数。以 $\gamma = \rho g$ 代入之，得

$$dP = -\gamma dz. \quad (2-7)$$

式(2-7)说明静止液体体积中任意两点上静水压力差决定于两点对任一参考面的高程差。式中的负号指出 Z 值(注意 Z 值是由参考面向上量的)增大则 P 值减小。

将式(2-7)写成 $\frac{dP}{\gamma} = -dz$ ，并积分之，得

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = Z_2 - Z_1, \quad (2-8)$$

或
$$P_1 - P_2 = \gamma (Z_2 - Z_1). \quad (2-9)$$

命 $Z_2 - Z_1 = h$ ，则

$$P_1 = P_2 + \gamma h. \quad (2-10)$$

如点 2 位于液体自由面上，并以 p_0 表示其上的压力，点 1 上的静水压力等于 p_0 加液体重量率乘淹没深度(h)的乘积。以公式表示之则为：

$$p = p_0 + \gamma h. \quad (2-11)$$

式(2-11)称为静水力学基本方程式。

在实际问题中，自由液面上的压力等于大气压力($p_0 = p_{atm}$)。大气压力值虽然不是一个定值，在水力学的一般计算中可以把它当作

等于 $1 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$ 或 $10 \frac{\text{T}}{\text{m}^2}$ 。在本书中除特别说明外，采用 $p_{\text{атм}} = 1 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$ 。有时称它为工程气压。

§ 2-3 绝对和相对压力。真空

用式 (2-11) 得出的静水压力称为绝对压力 $p_{\text{абс}}$ 或静水全压力 $p_{\text{поли}}$ 。在某些工程问题中，我们仅需要知道静水压力和大气压力相差多少。于计算时将式 (2-11) 等号右端的第一项 p_0 删除不计，并称它为相对压力或计示压力 $p_{\text{ман}}$ 。这样，得

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}} + \gamma h,$$

$$p_{\text{ман}} = \gamma h,$$

和
$$p_{\text{ман}} = p_{\text{абс}} - p_{\text{атм}}. \quad (2-12)$$

当绝对压力小于大气压力时，则式 (2-12) 等号右首的数值为一负值，可以称为“负计示压力”。于水力学术语中，我们不称它为“负计示压力”而称为“真空” $p_{\text{вак}}$ 。它的定义为比大气压力小多少的数值，以公式表示之为：

$$p_{\text{вак}} = p_{\text{атм}} - p_{\text{абс}}. \quad (2-13)$$

不难看出真空值的范围是从最大值 $p_{\text{вак}} = 1 \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2}$ 到最小值 $p_{\text{вак}} = 0$ ，它永远是一个正值。例如 $p_{\text{абс}} = 0.7$ 大气压，

则
$$p_{\text{ман}} = 0.7 - 1 = -0.3 \text{ 大气压} = -0.3 \text{ Kg/cm}^2.$$

用真空来表达之则为：

$$p_{\text{вак}} = 1 - 0.7 = 0.3 \text{ 大气压} = 0.3 \text{ Kg/cm}^2.$$

例题 2-1 附图容器内的水是静止的，作用于自由水面 A B 上的压力为大气压力。求 2, 3, 4 各点上的静水压力。