

測 量 学

上 册

华东水利学院

1957年



測量學目錄(上冊)

第一編 總 論.....	1—37
第一章 測量學的任務及其發展.....	1—5
§ 1. 測量學的目的, 測量學與其他科學的關係	1
§ 2. 測量學在社會主義經濟建設及國防上的意義	1
§ 3. 測量學的起源及其發展	2
§ 4. 蘇聯測量學的發展	3
§ 5. 我國測量學的發展	3
第二章 決定地球表面上點對於地球總形的位置.....	6—11
§ 1. 地球的形狀與大小	6
§ 2. 地理座標與地面點的高程	7
§ 3. 水準面可以當作平面限度的研究	8
§ 4. 地球表面的水平投影與平面位置	10
第三章 測量結果的圖示	12—18
§ 1. 平面直角座標	12
§ 2. 平面圖和地圖	13
§ 3. 測量學中所採用的度量單位	15
§ 4. 比例尺	15
第四章 測量工作的基本概念	19—22
§ 1. 測量工作的進行	19
§ 2. 測量的種類	19
§ 3. 測量控制網的概念	20
§ 4. 碎部測量概述	22
第五章 測量誤差的理論概述	23—37
§ 1. 誤差概述	23
§ 2. 偶然誤差的性質	23
§ 3. 算術平均值	24
§ 4. 偶然誤差的衡量	25
§ 5. 算學平均值中誤差	28
§ 6. 用似真誤差表示中誤差	29
§ 7. 觀測值函數的中誤差	31
§ 8. 觀測值的權	34

§ 9. 相对誤差	36
-----------	----

第二編 現場測量的基本工作.....38—56

第六章 直綫的定綫和丈量.....38—51

§ 1. 地面上点的标誌	38
§ 2. 直綫定綫	39
§ 3. 直綫丈量的工具	41
§ 4. 鋼尺檢驗概述及鋼尺長度之改正	43
§ 5. 用鋼尺丈量直綫的距离	44
§ 6. 測斜器的構造, 应用与檢驗	48
* § 7. 丈量的誤差	51

第七章 最簡單的平面測量.....52—56

§ 1. 定角器的構造, 应用与檢驗	52
§ 2. 利用定角器与鋼尺作簡單的平面測量	55

第三編 經緯儀与經緯儀測量.....57—165

第八章 經緯儀的構造與角度觀測.....57—96

§ 1. 角度測量原理	57
§ 2. 經緯儀的組成部分	57
§ 3. 度盘与游标	59
§ 4. 放大鏡	63
§ 5. 望远鏡	66
§ 6. 觀測时望远鏡的調节与十字絲視差的消除	69
§ 7. 望远鏡的放大率、視場及亮度	69
§ 8. 改進望远鏡	72
§ 9. 內对光望远鏡	72
* § 10. 瞄准精度及仪器与觀測目标間的最大距离	73
§ 11. 水准器	74
§ 12. 經緯儀之安置	76
§ 13. 經緯儀水平角觀測	78
§ 14. 上盘偏心	82
* § 15. 水平角觀測精度	83
§ 16. 垂直度盘	85
§ 17. 垂直角觀測	89
§ 18. 經緯儀的檢查与校正	90
* § 19. 視准軸及望远鏡旋轉軸傾斜对水平角觀測的影响	93
§ 20. 經緯儀的保养	95

第九章 直線的定向97—113

- § 1. 直線定向的意義和方法97
- § 2. 各種基本方向間的關係98
- § 3. 方位角與象限角的關係100
- § 4. 正方位角、反方位角與正象限角、反象限角101
- § 5. 羅盤儀的構造103
- § 6. 羅盤儀的檢查校正與使用105
- § 7. 真子午綫測定的近似法108

第十章 經緯儀導綫測量114—154

- § 1. 一般概念114
- § 2. 導綫的佈置和選點116
- § 3. 導綫邊長的大量116
- § 4. 導綫角度觀測118
- § 5. 經緯儀導綫的連結119
- * § 6. 導綫測量的精度120
- § 7. 閉合導綫計算123
- § 8. 附合導綫計算131
- * § 9. 導綫網的平差法135
- * § 10. 交會點的座標計算140
- § 11. 導綫點的繪制147
- § 12. 如何發現導綫邊長及角度的錯誤150
- § 13. 圖紙的伸縮151
- § 14. 經緯儀碎部測量152

第十一章 面積計算155—165

- § 1. 概念155
- § 2. 圖解法計算面積155
- § 3. 解析法計算面積157
- § 4. 求積儀構造159
- § 5. 求積儀的原理160
- § 6. 求積儀常數的測定163
- § 7. 求積儀的使用與檢查164

第四編 水准測量166—204

第十二章 水准測量的一般知識166—171

- § 1. 高程測量的意義和分類166
- § 2. 水准測量的原理166

§ 3. 地球曲率与大气折光对水准测量的影响	167
§ 4. 水准测量的等級与水准点	169

第十三章 水准儀與水准尺.....172—182

§ 1. 水准仪的类型	172
§ 2. 水准尺与尺垫	175
§ 3. 水准仪的檢查与校正	178
* § 4. 水准管分划值的測定及望远鏡放大率与水准管灵敏度的配合	181

第十四章 水准测量的實施.....183—189

§ 1. 水准路綫的佈置	183
§ 2. 四等水准测量的外業工作	183
§ 3. 水准测量的檢核与調整	184
* § 4. 过河水准测量	187
* § 5. 水准测量的精度	189

第十五章 工程水准測量.....190—204

§ 1. 路綫水准测量的佈置	190
§ 2. 圓曲綫的元素及曲綫主点的設置	191
§ 3. 圓曲綫的詳細測設	192
§ 4. 路綫縱橫断面水准測量	195
§ 5. 經過斜坡时的水准測量	199
§ 6. 路綫縱橫断面图的繪制	200
§ 7. 用方格法作水准測量	201
* § 8. 路綫水准测量的精度	203

第五編 地形測量.....205—272

第十六章 地形圖等高綫的繪制及其應用.....205—219

§ 1. 地形的概念	205
§ 2. 地形的表示方法——等高綫	207
§ 3. 根据高程点在圖紙上繪制等高綫的方法	209
§ 4. 等高綫的种类与性質	211
§ 5. 根据地形图求出点的高程和直綫的坡度	214
* § 6. 等高綫的标准間隔	218

第十七章 視距測量.....220—222

§ 1. 視距测量的特点	220
§ 2. 視距测量的原理	220
§ 3. 視距常数的測定	222

§ 4. 傾斜視綫的視距測量	224
§ 5. 視距測量的計算方法	227
§ 6. 三角高程測量	231
* § 7. 視距測量的準確度	236
§ 8. 視距測量的外業	238
§ 9. 視距測量的內業	243
* § 10. 橫尺視距儀	244
* § 11. 自動視距儀	248
第十八章 平板儀測量	253—272
§ 1. 概述	253
§ 2. 平板儀的構造与附件	254
§ 3. 儀板儀的檢查和校正	259
§ 4. 平板儀的安置	260
* § 5. 平板儀安置工作的準確性	262
§ 6. 平板儀測量的實施	263
§ 7. 平板儀測量的控制網	269
* § 8. 几何網控制点的交差計算和調整与平板儀導綫閉合差的調整	271
§ 9. 用平板儀測量碎部	272

第一編 總 論

第一章 測量學的任務及其發展

§ 1 測量學的目的，測量學與其他科學的關係

在各種國民經濟及國防建設的領域中，測量學的应用是很廣闊的。為了各種不同的目的，在地球表面上或地面以下（例如研究各種礦產的開采及地下鉄路的修筑等等）進行測量，而其最主要的目的就是測繪平面圖與地圖。

測量學和其他一切的科學一樣，是一門根據人類在生活實踐過程當中所發生的需要而產生的科學，它的內容隨人類歷史的發展而演進，至今天為止，已有很豐富廣闊的內容。按其所研究之對象不同，測量學也被冠以各種不同的名稱：研究地球形狀和大小或在廣大地區內須顧及地球曲率的影响的測量方法，稱為高等測量學；研究測繪較小地區的地面形象者，稱為地形測量學（或稱普通測量學），研究以攝影方法測繪地形者，稱為攝影測量學（在地面上攝測者為地面攝影測量，自空中攝測者為航空攝影測量）等等。至於研究如何在紙上編繪廣大地區或地球表面的全盤形象而作成地圖者，屬於地圖制圖學的內容。

由於測量學所包括的內容如此廣闊，它與其他科學的關係也很密切，為了研究測量學，就要用到初等數學，物理學，一部分高等數學天文學等等。

§ 2 測量學在社會主義經濟建設及國防上的意義

測量學的目的，是要把局部地球表面的形狀描繪在平面圖紙上制成地圖，以供社會主義經濟建設及國防建設之用。

任何一種經濟建設，首先必須根據詳細而精密的地形圖來作研究。我國土地寬闊，天然資源豐富，急待開發。要開發這些資源，無論在勘探或開采工作中，都需要進行測量。

在任何一種工程勘測中，測量學也佔有極其重要的地位，由於各種工程的目的和用途有所不同，所以勘測的任務和性質也有不同。

例如，為了修建水電站，就必須考慮攔河壩的位置和高度，考慮水庫容水的體積以及被水庫淹沒地區的面積，如果沒有修建地區的詳細而精密的地形圖來進行設計，那末一切計劃都不可能實行，粗糙的設計必定會造成經濟上和人力上的巨大損失。

在尚未開發的河道上要進行水利調查，在河岸上修建碼頭，整理河道以供航運，都需要先測繪河岸及河道的地形圖。水文站，氣象站的佈置，同樣需要現成的地形圖。河道流量的計算，也需要用測量方法測出河流的橫断面。

為了配合農業的社會主義合作化，要在廣大農村佈置灌溉系統和排水系統，就要先測出一張地形圖來了解這一地區的地形情況，然後才能進行規劃，合理的佈置干渠，支渠及渠道網等。

改建和新建城市時，街道的路綫，建築物的位置，給水與排水工程等，也必須在建設之前和建設之中用測量來確定。

同樣的，地質，礦產，土壤，地理研究等等，也都是以地形圖或測量工作為依據的。

測量在國防事業上的作用也是重大的。利用地圖可研究地面情況，顯露出該地的作戰勢，並定出作戰的計劃以及其他等等。在今日的作戰環境中不僅要會利用已製備的測量成果（地圖及平面圖），並且還要懂得測量的技術，例如射擊大砲時，需要根據測量技術來決定方向和射程。

作為一個現代的水利工程師，是需要有各方面的測量知識的，他必須知道測量學和制圖學的基本知識。為了會利用地圖，必須知道它的繪制原理，學會閱讀地圖並在其上設計。在設計進行中如果缺乏地圖，或所用地圖的內容，不能滿足需要時，必須會自己進行測量，也就是說必須有地形測量的技能。在施工過程中，工程師還要會將設計圖上的點和綫樁定到地面上去。當工程完成后，工程師又要會利用測量來檢查建築物的穩定程度及施工質量。

就以上的說明可以看出，在任何一種經濟建設和國防建設上，測量都有著頭等重要的意義。可以說它是工程師和統帥部的眼睛，我們要在祖國社會主義工業化的歷史年代中貢獻出自己的力量，就必須努力學習測量學。

§ 3 測量學的起源及其發展

測量學為最古的科學之一，它的起源在上古時代就被遺失了。我們現在從考古學中發掘出來的文件當中可以得到證明，紀元前許多世紀以前，在埃及已有如何在各種條件下測量土地區域的概念。丈量土地的方法，也早已為古代希臘人和中國人民所熟知。

約在紀元前三世紀時，人們第一次想測定地球的大小，第一次試用測量學來解決一些科學上的問題。

在歐洲及非洲的國家內，由於古代和平的破壞，科學文化亦隨之遭受厄運，在很長的一段時期內，測量學祇是用以在土地及作戰這個領域內解決一些極簡單的問題。

公元 1099 至 1294 年，發生了所謂“十字軍”的遠征，這時使所有的歐洲人民認識了東方和它的文化，就是在这个時期前後（公元 1180 年左右），歐洲人民才通過阿剌伯人從中國人那里認識了磁針儀器，這個儀器到現在為止，測定方向方面還起重大的作用。

遠在紀元前四世紀，中國人民就利用“磁石”製造了世界最早的指南工具，稱為“司南”，為了解決“司南”避震而保持水平的測定方位，沈括（公元 1030 至 1090）在夢溪筆談里指出了磁針儀器構造的基本原理。

1492 年哥倫布發現美洲新大陸，這件事提出了地球形狀的問題，當時公認地球為圓球形，由此引起了全歐洲人民對於制圖學和地球測量的極大興趣。

十六世紀及十七世紀科學上有了極重要的發現和發明，特別是望遠鏡及分度機的發明，最著名的制圖方法是十六世紀的梅卡托投影方法。

在科學的發現當中，哥白尼、加例略、克普勒及牛頓等科學家對於測量學的發展曾經作了重大的貢獻，特別是萬有引力定律。由於十七世紀初葉，在測量學中研究出了用足夠的精度來測定地面上極遠兩點間的距离方法，使得以較高的精度來計算地球的半徑有了可能性。

牛頓的理論說明了地球形狀是一個橢球體，而不是一個圓體，因此在測量學的面前就發生了兩個新的而且是比較複雜的科學問題：檢查牛頓的理論計算及測定地球橢球體的形狀和大小。要解決這種理論和實際有何矛盾的問題，像在其他科學中一樣，在測量學中就發生了些極其細緻的問題。要使這些問題獲得適當的解決，祇有：（一）改進精密測量儀器的製造；（二）更細心的研究測量方法，檢查的方法及成果的整理。

在十九世紀科學家卡·弗·高斯在參加領導測量工作，對微分幾何作了非常重要的貢獻，並完備了最小二乘法和誤差的理論。同時市場的爭奪非常激烈，因而發生了許多戰爭。因為人口的增加，在生活中就需要疏干沼澤地區而灌溉干旱的地區，在城市中隨着人口的大量增加，使居住設備的問題日趨嚴重，地價大為上漲。其結果對測量學在工程建設，城市設備及土地業務的需要方面提出了嚴格的要求。因此就漸漸的需要更快的和更精密的來進行工作，就測量學本身來說，這就需要比較精密的和構造比較合乎理想的測量儀器。在地圖的比例尺方面，在地圖的內容方面，在地圖中所表示的地形及地物的精度方面，都提出高的要求，以滿足在實踐上的需要。

§ 4 蘇聯測量學的發展

偉大的十月社會主義革命，開展了測量學與地圖制圖學在蘇聯國家內發展的新道路。公元1919年3月15日弗拉基米爾·依里奇·列寧所簽署的人民委員會的命令，明白地和正確地決定了蘇聯測量與地圖制圖的目標與任務。建立了中央和地方的測量機關擔任進行基本的測量工作，全面性的地形測量和精密水準測量。測量學已用為服務於社會主義建設。

今日蘇聯的測量和地圖制圖學正在高度科學水準上和最新技術基礎上發展，建立了測量、航空攝影與地圖的科學研究院。培養了許多測量與地圖制圖的幹部。

蘇聯不僅不需要外國製造的測量儀器和工具，而且生產着國外所沒有的自己的儀器工具。蘇聯有盛名卓著的儀器發明家斯大林獎金獲得者，福·貝·特洛貝雪夫（Ф·В·Добышев），姆·得·康鑫（М·Д·Коншин），與其他人等。

在擬定新的方法來研究地球形狀的事業中，偉大的功勞是屬於蘇維埃學者福·納·克拉索夫斯基（Ф·Н·Красовский），安·安·米哈依洛夫（А·А·Михайлов），姆·斯·莫洛金斯基（М·С·Молоденский），安·安·依佐托夫（А·А·Изотов）。

公元1940年初，測量、攝影與地圖制圖中央科學院在斯大林獎金獲得者、蘇聯科學院通訊院士福·納·克拉索夫斯基教授的領導下算出了新的地球形體；這些數值已被列為蘇聯測量與地圖制圖工作的基礎。

蘇聯的測量與地圖制圖工作是在總的國家計劃和總的科學設施基礎上統一進行的，所有測量和地圖制圖的基本工作，在蘇聯是在測繪總局總的指導之下計劃和實施。現在蘇聯國家內的測量和地圖制圖工作進展的速度，是過去所不曾有的。

在蘇聯測量工作的廣大規模，豐富了測量的科學並提升了蘇聯的測量學達到無可倫比的高度。在共產黨領導之下的蘇聯測量家們無論在勘查理論範圍，或者在實際工作範圍，不僅已趕上了最先進的資本主義國家，並且大大的超過了他們。

§ 5 我國測量學的發展

中國是東方的古老國家之一，在測繪史上有着輝煌的貢獻。譬如遠在春秋戰國之時，已有地圖：荊軻刺秦“圖窮而匕首見”；其後肖何入咸陽，“盡收表冊圖籍”；三國時“張松獻圖”等等。不過當時多系根據調查傳聞繪制，未經實測。

在古代封建社會初期，土地圖籍的數量不斷增加，從周秦開始，都設置專門官吏來管理。在第三世紀中葉，我國偉大的制圖學家裴秀和它的助手們，就科學地總結了前人的制圖方法，擬訂了彙編小比例尺地圖的工作規範，稱為“制圖六體”。即“方率”（比例尺），

“准确”（方位），“道里”（道路），“高下”（高低）。“方邪”（坡度）和“迂直”（曲直）。

虽然三千年来的封建社会制度，长期地阻碍着中国科学及文化的发展，但是仍然可以找到中国古代科学家们创造的辉煌成绩。

在古代我国就利用“磁石”制成了世界最早的指南工具。沈括（公元1030——1090）在《梦溪笔谈》里记述了指南针四种装置的方法：浮在水面上，悬在丝线上，搁在碗边上或指甲上，指出了罗盘仪构造的基本原理。书中并说明磁针方向有偏差。后来经阿拉伯人传到欧洲改良成为航海的测量仪器。帮助了欧洲测量事业的发展。

史记有夏禹用“准绳”和“规矩”来治水的传说。殷代有用“规矩”作正多边形几何图形的应用。孟子有“不以规矩，不能成方圆”的话。到了公元110——400年间，利用“规矩”设计出“指南车”和“记里鼓车”，来确定方向和测量距离。

制图用的纸张及印版都是中国发明的。从考古的发现，远在公元98年以前，中国即能造纸，公元751年阿拉伯人利用战俘在撒马尔罕和新都报达设立造纸厂。在10世纪以后，才传到西班牙，并逐渐普及全欧。

在敦煌石室中发现了公元868年的最古雕版书籍。公元1137年的“华夷图”和“禹迹图”的石版，是地图最早拓本的歷史珍品。元朝（公元1340年）用套色版印刷佛经。之后，用朱墨二色套版印刷历史沿革地图。我国的雕版印刷在12世纪传到埃及，14世纪传到欧洲，15世纪欧洲才逐渐普及。

纸张和印刷的发明对促成欧洲文艺复兴及推进地图测绘科学的发展，具有非常巨大的历史意义。

测绘科学的发展必须有数学的基础。“周髀算经”记载着公元前约1000年商高和周公旦“勾广三，股修四，弦隅五”的对话，并记载着应用“勾股各自乘并开方而除之得弦”的定理来测算太阳高度的方法。

汉代算学家刘徽（公元263年）著“重差求”，总结古代立竿测影的方法，包括利用相似三角形的比例来测量山高水深以及河濶城垣的长广等九个典型测量方法。

祖冲之（公元429——500）著“缀术”，求得圆周率在3.1415926与3.1415927之间及密率为355/113，约率22/7等常数。他的儿子祖暅著“开立圆术”，用几何方法求得球体体积的计算公式。

纪元七世纪，科学家僧一行（本名张遂）发起测量子午线长度，得出一度之长351.27里。

到了元朝，郭守敬在公元1280年继承着历来数学的基础获得了两个球面三角形的公式，并发起测量全国纬度的伟大计划，测定了27个点的纬度。

因此在公元1603年用科学方法测制了“两仪玄览图”。

中国首次大地测量，系在清初康熙年间，公元1708年（康熙四十七年）命西教士雷思、杜德美等测绘各省全图，于公元1718年完成。此次测量，系用带有望远镜的象限仪及绳索。规模之大，史无前例，此时欧洲的大地测量方在启蒙时期。

此次测量工作有两事值得记述：其一是标准尺的规定。康熙规定以每200里合经线一度，每里为1800尺。故每尺合经线百分之一秒。此规定（约在公元1708年）远在法国规定公尺与地球弧长关系（公元1792年）之前。其二，在此次测量中发现公元1702年在北京经

綫上，交河（北緯 38° ）與霸洲間的每度弧長較公元 1710 年在滿洲北緯 41° （瀋陽）至 47° （齊齊哈爾）間的每度弧長為短。此即地球為橢圓體的實證。較拉普蘭、秘魯測量隊出發時（公元 1735 年）尤早。

公元 1718 年完成“皇輿全圖”，其后乾隆侵略准噶爾后，又增測新疆西南部及西藏之地圖，彙成“大清一統輿圖”。我國今日出版之各種輿圖，大部資料源出于此。

我們祖先在地圖測繪方面的光輝成就，在世界科學發展史上，佔了非常重要的一頁。這些重大的歷史性的貢獻，祖國光輝的歷史榮譽，值得深入研究，發揚光大的。

偉大的人民革命取得了勝利，人民掌握了政權以后，作為工程建設尖兵的測量工作，在中國共產黨和人民政府正確領導下，在廣大勞動人民的積極支持下，（例如根治淮河的勝利完成，為黃河綜合利用的偉大計劃而奮鬥等）。測量事業在我們國家內正以前所未有的規模和速度向前飛躍着。

公元 1956 年全國人民代表大會常務委員會批准設立了國家測繪總局。同年在武漢成立了武漢測量制圖學院。由此可見，我國的測量和地圖制圖工作正和蘇聯一樣，也是在總的國家計劃和總的科學設施基礎上統一進行。所有的測量工作成果，在世界範圍內必然會提供出極其寶貴的科學資料，在測量歷史上將要出現新的偉大的成就。

第二章 決定地球表面上點對於地球總形的位置

§ 1 地球的形狀與大小

(1) 一般概念:

測量學的主要目的就是要將地球自然表面的一部或全部縮繪於平面上，要解決這個問題必須定出地球表面上點的位置，這些點的位置，通常是根據這些點對於地球總形的關係而定出的，所以在學習測量學的開始，必須知道一些有關地球形狀的知識。

就整個地球表面來看，並不是平坦的，有高山、邱陵、平原、河川、海洋等，（如最高的喜馬拉雅山的珠穆朗瑪峰海拔 8840 公尺，相反的太平洋中菲列賓羣島以東關島以南的涅洛海溝低於海面有 10899 公尺多深）。因此我們欲用測量的方法，來確定地球表面上這些起伏不平的相互間的點子位置，就需要根據一個理想的基本表面來表示和決定這些點的位置。

(2) 水準面:

在測量學上，所謂理想的基本表面，是根據這樣出發的，即認為海洋或湖泊的水面是靜止狀態，且將該面延伸，穿過大陸和島嶼，這樣將包圍成一個封閉的曲面，這個曲面稱為水準面，在該面上任一點的切面均垂直於它的鉛垂綫。

事實上因各地高低不同，所以水準面可以提出很多，但其中符合於靜止狀態的海洋水面的一個水準面，則被稱為大地水準面，或稱為海洋水準面。這個大地水準面，就是作為表示和決定地面上各點位置的理想基本表面。

(3) 旋轉橢圓體和地球橢圓體之要素:

大地水準面本來是應當作為決定地面各點的投影面，但是該面的精確狀態相當複雜而不易得到。（因地球的內部質量分佈的不均勻，致引起重力方向不一致，故大地水準面也變成了複雜），但一般為了制圖和投影方便起見，可用另外一個很接近於大地水準面的輔助面，來代替大地水準面。

根據科學的假定，地球在某一時期，曾是旋轉着的火焰般的液體，依此假定牛頓得出結論，大地水準面的理想狀態是一個兩極略扁的橢圓 $PQ P_1 Q_1$ （圖 2-1）繞其短軸 $P_1 P$ 旋轉而成的旋轉橢圓體。

如（圖 2-1）直綫 $OQ = a$ （赤道半徑），和 $OP = b$ （地球旋轉軸的半軸）， a, b 也稱為橢圓體的長半軸和短半軸，地球的大小和形狀可用橢圓體的長半軸 a 、短半軸 b 、及橢圓體扁率 $\alpha = \frac{a-b}{a}$ 來表示之。

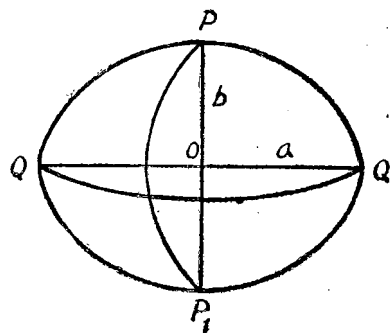


圖 2-1

地球橢圓體元素（ a, b, α ），世界科學家作出許多不同的測定（如下表）。在這些數字中以蘇聯科學家克拉索夫斯基教授，求得的為最精確，他對全世界的測量科學，作出了極大的貢獻，因而獲得了斯大林獎金。按照蘇聯部長會議的決定，蘇聯在 1946 年開始已經採用，而我國在 1951 年亦同樣採用。

推算者	年代	a	b	a
德蘭布尔 (法)	1800	6375 653公尺	6356 564公尺	1:334.0
白塞尔 (德)	1841	6377 397公尺	6356 079公尺	1:299.2
克拉克 (英)	1880	6378 249公尺	6356 515公尺	1:293.5
海福特 (美)	1909	6378 388公尺	6356 912公尺	1:297.0
克拉索夫斯基 (苏)	1940	6378 245公尺	6356 863公尺	1:298.3

地球椭圆体的扁率甚小，約僅 1:300 左右。如果令地球仪的長半軸 $a=300$ 公厘，則該地球仪長、短半軸 a 、 b 的差数不过是 1 公厘，由于扁率的微小，地球的形狀，可近似的看作为一圓球。它的近似半徑約为 6371 公里。

德蘭布尔的結果僅有歷史的意义。

白塞尔的結果在苏联一直的用到 1946 年。

克拉克的結果在很長时期內被英國、美國及其他國家所采用。

海福特的結果在 1924 年于馬德里代表大会上，大地測量与地球物理学会中选定为“國際參攷椭圆体”。我國过去也曾采用。

§ 2 地理座标与地面點的高程

在上一节曾經談过，地球表面是具有不規則的形狀，有高山、丘陵、窪地、河谷等。这些物体不是在一个平面上的，而是成空間状态的、为了要

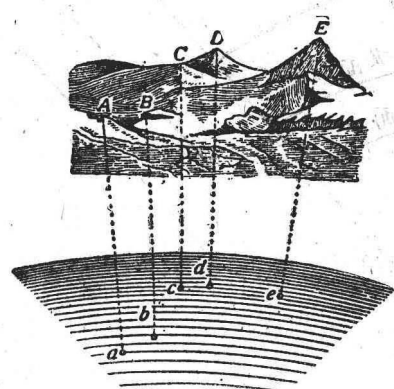


圖 2—2

把这些在空間的物体表現在一个面上，我們可以將地面上各点垂直投影到水准面 MN 上，（圖 2—2）因为水准面是一个球面，所以投影点 a, b, c, d, e 諸点称为实际地面上点 A, B, C, D, E 的球面投影，在天然地面上的每一条綫段或輪廓綫，同样地在水准面 MN 上也有相应的一条綫或輪廓綫。

这些点和

綫的位置一般的是用地理座标及高程來决定的。茲分述如下：

(1) 地理座标:

假定認為地球是一个圓球（圖 2—3），地球自轉的軸，叫做地軸，地軸与地球表面的交点叫做極，在北的叫北極（ P 北），在南的叫南極（ P 南），地軸的中点叫做地心（ O ）。

垂直于地軸並通过地心的平面，叫做赤道

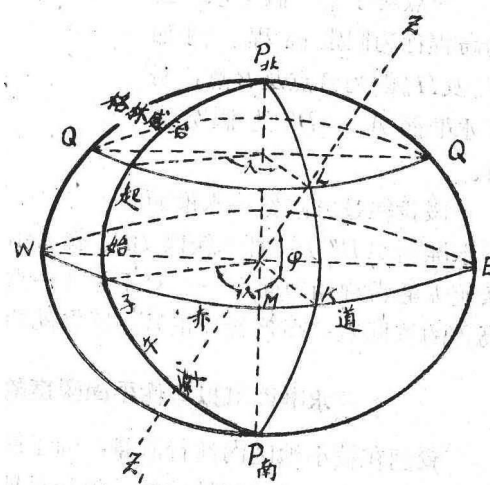


圖 2—3

面。赤道面和地球表面的交线，叫做赤道（ EKW ）。

与赤道面平行的平面，和地球表面相交的交线，叫做纬线（图上的 QLQ_1 ），赤道是最大的纬线，离两极的距离相等。

通过 L 点及地轴的平面 P 北 LKP 南叫做 L 点的真子午面，即 L 点的地理子午面。子午面和地球表面的交线叫做该点的真子午线或经线，即该点的地理子午线。经线和纬线可以确定地面点的位置。

通过英国格林威治天文台的子午面叫做起始子午面，由国际天文学会决定，世界各国公认为经度起算的标准面。 L 点子午面与起始子午面的交角 λ 叫做 L 点的经度（相当平面座标 x 轴）。在起始子午面之东者叫东经（取正号），在起始子午面之西者叫西经（取负号），其数值各由 0° 到 180° 。

过 L 点的铅垂线和赤道面的交角 φ 叫做 L 点的纬度（相当平面座标 y 轴）。纬度从赤道向北和向南起算，分别叫做北纬（取正号），或南纬（取负号），其数值各由 0° 到 90° 。

用纬度和经度可以决定地面上一点在地球上的位置，所以纬度和经度在一起，叫做点的地理座标。如果已知一点的地理座标，用测量方法确定其他各点与此点的经差和纬差，那么其他各点的地理座标也可决定。

（2）地面点的高程：

为了完全确定一点的位置，除了地理座标外，尚须测定该点的高程。所以高程也叫做第三座标。我们既然肯定了要用海洋水准面来表示和决定地面上每一点的位置，所以将地面上每一点对于海洋水准面的高程称为某一点的绝对高程或“海拔”。如（图2—4）所示， H_a 及 H_b ，即为 A 点和 B 点的绝对高程。

一点对于某一假定水准面的高程称为假定高程。例如 H'_a 及 H'_b 即为 A 点及 B 点，对于水准面 A' ， B' 的假定高程。

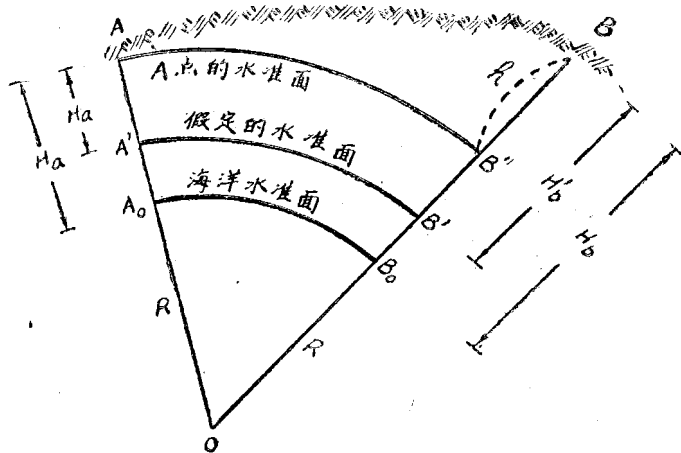


图2—4

假设经过 A 点作一水准面（水准面 AB'' ），那么线段 BB'' 就表示 B 点在 A 点上面的相当高程，我们用 h 来表示它。数值 h 通常称为地面上一点对于另外一点的高差。高差可以有正有负。假定新点高出于测测高差的依据点，高差就为正号，反之就为负号。

§3 水准面可以当作平面限度的研究

我们在较小地区内进行测量，为了简化工作方法和减少计算起见，时常把水准面看作平面。严格的讲，是不够精确的，但如果地区小于某一定的范围，曲面几接近于平面，所产生的误差不大，所以可将水准面看作平面。现在我们来研究水准面可以看作平面的范围。

(1) 地球曲率对边长的影响:

如(圖2-5)所示:

令 $\overline{ob'} = S$, $\widehat{ob} = l$, 又切綫与弧綫之差 $\Delta l = \overline{ob'} - \widehat{ob}$.

由(圖2-5)可知:

$$ob' = R \cdot \operatorname{tg} \theta, \quad ob = R \cdot \theta,$$

其中角度 θ 用弧度表示, 則

$$\Delta l = R (\operatorname{tg} \theta - \theta)$$

$$\text{但 } \operatorname{tg} \theta = \theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \frac{2}{15} \theta^5 + \dots$$

因实际上 l 与 R 相比極其微小, 故 θ 角也同样很小, 故僅采用无窮級数之首兩項;

$$\operatorname{tg} \theta - \theta = \frac{\theta^3}{3},$$

$$\text{即 } \Delta l = R \cdot \frac{\theta^3}{3}$$

$$\text{但 } \theta = \frac{l}{R},$$

$$\text{故 } \Delta l = \frac{1}{3} \cdot \frac{l^3}{R^2}$$

設地球半徑 $R = 6371$ 公里, 由公式 $\Delta l = \frac{l^3}{3R^2}$, 可分別求得下列各个 Δl 和相对誤差 $\frac{\Delta l}{l}$ 的数值.

$$\text{当 } l = 10 \text{ 公里, 則 } \Delta l = 1 \text{ 公分, 相对誤差 } \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{1000000}$$

$$\text{当 } l = 20 \text{ 公里, 則 } \Delta l = 6.5 \text{ 公分, 相对誤差 } \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{300000}$$

$$\text{当 } l = 50 \text{ 公里, 則 } \Delta l = 102 \text{ 公分, 相对誤差 } \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{49000}$$

$$\text{当 } l = 100 \text{ 公里, 則 } \Delta l = 814 \text{ 公分, 相对誤差 } \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{12000}$$

由此可見用切綫代替弧綫, 在距离小于 20 公里时, 其相对誤差小于 $\frac{1}{300000}$, 这种誤差在比較精密的距离測量时, 是可以容許的, 所以可以說在半徑 20 公里的圓面積範圍內, 可以把水准面当作平面.

(2) 地球曲率对高程的影响:

由(圖2-5)可知: 在高程方面 $\Delta h = cb' - cb$

角度 $\angle b'ob = \frac{1}{2} \theta$ (因为該角由切綫和弦所組成), 又因这个角度很小, 所以 Δh 綫段可以看作是半徑为 l 的弧綫.

$$\text{故 } \Delta h = \frac{1}{2} \theta \cdot l,$$

將 $\theta = \frac{l}{R}$ 式代入上式則得:

$$\Delta h = \frac{1}{2} \frac{l^2}{R}$$

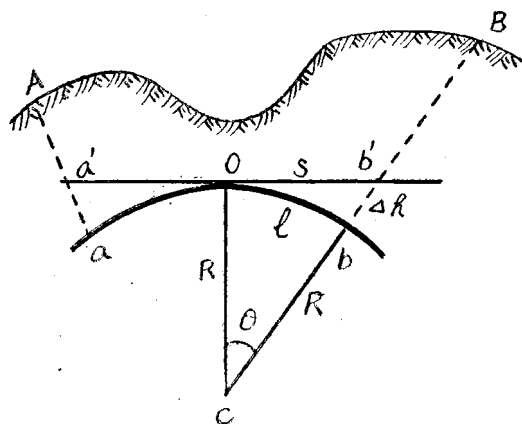


圖 2-5

根据这个公式，以不同的 l 代入，也可分别求得下列 Δh 的相应数值（如下表）：

l (公里)	0.5	1	2	3	4	5
Δh (公分)	2	8	31	71	125	196

自上表可以看出，若不考虑地球曲率将水准面看作平面，则 1 公里的距离，即带有 8 公分的高程误差，这在一般工程建设中是不能允许的。所以当测量点的高程时，即使点之间的水平距离不大时，亦不可忽略地球的曲率。

(3) 地球曲率对多边形球面角度的角超影响：

根据球面三角的角超公式：

$$\varepsilon = p \frac{\rho}{R^2}$$

式中 ε 为角超值， p 为多边形面积， ρ 为弧度的数值（ $\rho = 57^\circ 17' 45'' = 3438' = 206265''$ ）。

以不同的 p 值代入公式得 ε 之相应数值如下表：

p (平方公里)	ε (")	p (平方公里)	ε (")	p (平方公里)	ε (")	p (平方公里)	ε (")
10	0.05	400	2.03	1600	8.13	5000	25.4
100	0.51	900	4.57	2500	12.71	10000	50.8

自表中可知，对于 10 平方公里的正方形，球面的影响只有 0."05，而这个数值只有在现代最精密的角度测量中才须加以考虑。故在普通测量的角度观测中，即使面积较大对地球曲率的影响，也可以不加考虑的。

归纳以上的说法，可以得出这样的结论：在距离与角度方面，虽 100×100 公里这样大的测区我们还可以把它当作平面，但在高程方面，即使很小的距离内，也须顾及地球的曲率影响。

另外，我们还须注意，地区当作平面的范围也决定于测图的比例尺，仪器精度及工作的方法，也就是说该地区假定为平面所引起的误差不超过测量和绘图之总和误差时，方才认为可以。

§ 4 地球表面的水平投影与平面位置

地球表面的物体是空间状态，而不是平面的，则不可能在纸面上描绘出来。但由于我们前面已经谈过，若在某一定范围内则可以把地球的部分表面当作水平面，因此即可作水平面投影。像我们所学过的制图中正射投影一样。

如（图 2—6）有地面点 $ABCD$ 为一空间图形，取一假想切于该区域中心之水平面作为投影面，然后从各点向投影面作铅垂线。这些铅垂线与投影水平面的交点 $A_1B_1C_1D_1$ 即代表地面点的水平投影。

线段 A_1B_1 ， B_1C_1 ……为地面上相应线段 AB ， BC ……的水平投影的平面位置，而角 $\angle A_1B_1C_1$ ， $\angle B_1C_1D_1$ ……为地面上相应角度 $\angle ABC$ ， $\angle BCD$ ……水平投影的平面位置，同样平面图形 $A_1B_1C_1D_1$ 即为相应空间图形 $ABCD$ 的水平投影的平面位置。

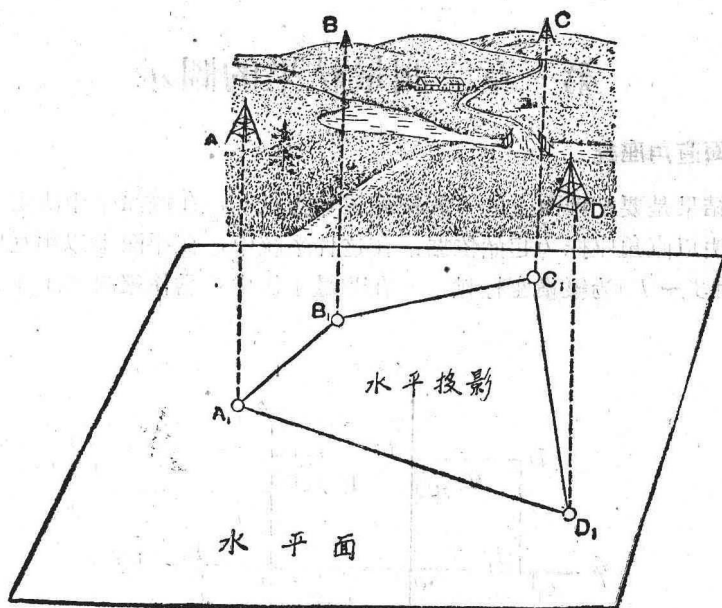


圖 2—6

显然这二个相应图形並不相似，祇有当地面各点都位于一个与水平面相平行的位置时，空間图形与它的水平投影才能相似。

譬如說（圖 2—7）从 A 点作一直綫平行于 A_1B_1 交垂綫 BB_1 于 C 点，于是得一直角三角形 ABC ，在此三角形中 α 表示垂直角，即表示直綫 AB 对投影水平面的傾斜度。

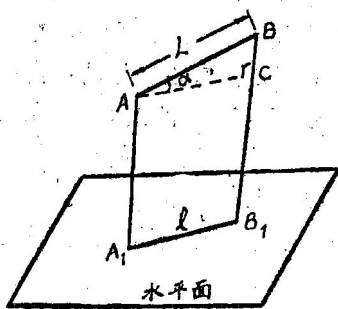


圖 2—7

由此三角形得：

$$AC = AB \cos \alpha$$

但 $AC = A_1B_1$ 因此 $A_1B_1 = AB \cos \alpha$

由此看來，一个綫段在水平投影后总是小于本身長度的，而祇有当直綫平行于投影面时，綫段的投影等于其本身長度，同样，空間多边形的总的投影也小于該相应的水平投影圖，最大是兩者相等。

地球的表面既然是球面，倘不加扭变或割裂，則不可能在紙面上描繪出來，而且描繪出來的圖形，必然会有变形，用什么方法來投影，並根据数学的理論來估計变形的数值，研究这些内容的科学，称为地圖投影学。