

導指法解術算

朋舟編
秋逸合
蕭秦

鄧文川先生

共七二

算術解法指導

目次

第一章 整數 1

1. 算式解法

混合算式的解法——括號算式的解法

2. 公式

3. 應用問題解法

普通問題——和差問題——倍數問題——還原問題——歸一問題——年齡問題——頭足問題——排列問題——流水問題——行程問題——平均問題——盈差問題——方陣問題——紀元問題——

國曆問題——雜題

第二章 約數和倍數 47

1. 算式解法

2. 應用問題解法

第一章 整數

一 算式解法

1. 混合算式的解法：

從算式的左邊運算起，要先乘除而後加減；
算式中乘除的先後，須依次序運算。

$$(例) \quad 12 - 2 \times 6 \div 4 + 20 \div 2 \times 5 \div 2 = ?$$

$$\begin{aligned} [解] \quad 12 - 12 \div 4 + 10 \times 5 \div 2 &= 12 - 3 + 50 \div 2 \\ &= 12 - 3 + 25 = 9 + 25 = 34 \end{aligned}$$

2. 括號算式的解法：

去括號的順序，是從裏面到外面，如果括號內有混合算式，要先併成一項，然後去掉括號再繼續運算。

(例) $\{(10 \div 5) \times (6 \div 3) \times [6 - (3 - 2)] + 5\} \times 4 = ?$

[解] $\{2 \times 2 \times [6 - 1] + 5\} \times 4 = \{4 \times 5 + 5\} \times 4$
 $= \{20 + 5\} \times 4 = 25 \times 4 = 100。$

習題一

1. $245 \div 7 + 14 \times 4 - 25 = ?$ *Handwritten: $35 + 56 - 25 = ?$*
2. $136 \div 13 \times 5 - 81 \div 9 = ?$
3. $17 + 24 + 192 \div 6 + 37 \times 2 = ?$
4. $804 \times [5 + 200 \div (37 - 17)] = ?$
5. $84 \div \{[(8 + 7) \times (21 - 14)] - (15 + 6)\} \times 3 = ?$
6. $\{(24 \div 2) \div (2 \times 2) \times [(8 \div 2) - (3 - 2)] + 51 \times 2\} = ?$

二 公式

(被加數) + (加數) = (和)

(被減數) - (減數) = (差)

$$(\text{和}) - (\text{加數}) = (\text{被加數}) ;$$

$$(\text{差}) + (\text{減數}) = (\text{被減數}) ;$$

$$(\text{被減數}) - (\text{差}) = (\text{減數}) ;$$

$$(\text{被乘數}) \times (\text{乘數}) = (\text{積}) ;$$

$$(\text{被除數}) \div (\text{除數}) = (\text{商}) ;$$

$$(\text{積}) \div (\text{乘數}) = (\text{被乘數}) ;$$

$$(\text{積}) \div (\text{被乘數}) = (\text{乘數}) ;$$

$$(\text{商}) \times (\text{除數}) = (\text{被除數}) ;$$

$$(\text{被除數}) \div (\text{除數}) = (\text{商}) + \frac{(\text{餘數})}{(\text{除數})}$$

(除不盡時)

$$(\text{被除數}) = (\text{商}) \times (\text{除數}) + (\text{餘數})$$

(除不盡時)

三 應用問題解法

1. 普通問題

這類問題最是普通，多半是加減乘除的混合或括號算式，所以也最易解，今舉幾個例題

在下面：

(例一)飛翔小輪每3小時行168里，現在從甲地開往乙地，有路280里，要行幾小時？

[解] 飛翔小輪每小時行的里數是 $168 \div 3 = 56$ 里。

所以280里要行的時數，是 $280 \div 56 = 5$ 小時。

總式： $280 \div (168 \div 3) = 280 \div 56 = 5$ 小時。

(例二)有一工人，每月可得工銀30元，倘使加做夜工，那末可得45元，現在一年後，這個工人共得工銀450元，問幾個月是加做夜工的？

[解] 一年日工的工錢是 $30 \times 12 = 360$ 元，

因加做夜工而多得的工銀是 $450 - 360 = 90$ 元，

加做一月夜工所多得的工銀是 $45 - 30 = 15$ 元。

故加做夜工的月數是 $90 \div 15 = 6$ 個月。

總式： $[450 - (30 \times 12)] \div (45 - 30)$

$= [450 - 360] \div 15 = 90 \div 15 = 6$ 月。

習題二

1. 米一石比麥一石的價值貴3元；現在買米麥各一石，共

付銀21元，問米麥每石的價值各若干？

2. 甲乙二人，在同處同時向同地方進行，甲日行18里，乙日行15里，經過15日後，甲在乙前幾里？
3. 米商費銀3400元買進白米150石，後來因為跌價元，就把米完全賣去，得銀2650元，問每石虧本幾元？
4. 李天民因有要事，須在11時內，趕1285里路，現在已經乘坐長途汽車4時，走路417里，所餘的路換乘火車，如果依時趕到，那末火車每時應走幾里？
5. 李先生賣去地20畝，每畝價145元；又賣去市房30幢，每幢價550元。就把賣得價銀買造紙廠股票，每股50元，一共可買幾股？
6. 協茂水果行買進橘子300桶，每桶原裝60斤，現在改裝每桶50斤，要添橘桶幾隻？

2. 和差問題

這類問題知道二量的和同差，求這二量。差是大量比小量所多的，如和加差，就得二個大量，（因為差加到和內的小量上就變成大量）故除2即得大量；拿和減差，就得二個小量，（因

爲和內的大量減去差就變成小量)故除²即得小量,因此得公式:

$$\text{大量} = (\text{和} + \text{差}) \div 2,$$

$$\text{小量} = (\text{和} - \text{差}) \div 2.$$

(例一)大小二數的和是40,差是8,求大小二數。

[解] $(40+8) \div 2 = 48 \div 2 = 24 \cdots \cdots$ 大數。

$$(40-8) \div 2 = 32 \div 2 = 16 \cdots \cdots \text{小數。}$$

(例二)甲乙二人分銀87元,甲比乙多得13元,問二人各得多少?

[解] 87元是甲乙二人銀的和。13元是甲乙二人銀的差。

$$(87\text{元} + 13\text{元}) \div 2 = 100\text{元} \div 2 = 50\text{元} \cdots \cdots \text{甲,}$$

$$(87\text{元} - 13\text{元}) \div 2 = 74\text{元} \div 2 = 37\text{元} \cdots \cdots \text{乙。}$$

習 題 三

1. 大小二數的和是33,差是3,求二數。
2. 大小二數和差的相乘積是21,已知和是7,求二數。
3. 有書上下二冊,合價1元6角,但上册比下册的價高2角,問二冊書各價多少?

4. 甲乙二人共有銀150元，若甲給乙5元，那末二人的銀就相等，問甲乙各有銀多少？
5. 甲乙二人各買書一冊，合價20元，如甲多買筆一枝，那末須付價14元；如乙多買筆一枝，那末須付價10元；問二書各價多少？ *和*
6. 米麥各5石，合價100元，各2石價值的差是8元，問米麥每石價各多少？ *差*

3. 倍數問題

此類問題是知道各數彼此相倍的關係，而求各數。須把題中某一數假定作1倍，其餘可依相倍的關係照這數推算。

連續數問題，與此法相同，只須假定連續數中的最小數或中間數或最大數作1倍，其餘可依題意推算。

(例一) 甲乙丙三人，分銀300元，甲所得的比乙的2倍多40元，乙所得的比丙多20元，問各分得多少元？

[解] 假定乙得的作1倍，甲得的是乙的2倍多40元，丙得的是乙的1倍少20元（即乙所得的比丙多20，不過反過

來述說罷了，其實毫無二樣)。

故(300元-40元+20元)等於乙的(1+2+1)倍，(內一倍乙自己本身)，

乙得 $(300\text{元}-40\text{元}+20\text{元})\div(1+2+1)=280\text{元}\div 4$
 $=70\text{元}$ ，

甲得 $70\text{元}\times 2+40\text{元}=140\text{元}+40\text{元}=180\text{元}$ ，

丙得 $70\text{元}-20\text{元}=50\text{元}$ 。

(例二)有連續的整數4個，和是34，求各數是多少？

[解] 假定最小數作1倍，其餘三數就是最小數的1倍加1，
1倍加2，1倍加3，四數的和是最小數 $1+1+1+1=4$
倍加 $1+2+3=6$ ，就等於34；那末可見最小數的4倍
等於 $34-6=28$ ，

故最小數是 $28\div 4=7$ ；那末其餘三數就是3, 9, 10。

習 題 四

1. 某數的4倍加18，等於某數的7倍，求某數。
2. 某數的9倍同某數的差是40，求某數。
3. 甲乙二人共有銀56元，甲所有是乙的6倍，問各有銀多

少？

4. 連續5數的和是65, 求各數。
5. 設弟兄三人, 各差3歲, 而三人歲數的和為27, 問次幼者幾歲？
6. 甲乙丙三人, 分銀100元, 乙所得比甲的2倍多10元, 丙所得比甲多10元, 問各分得銀多少元？
7. 某人買綢2尺布3尺, 共付價3元3角; 若買綢3尺布2尺, 那末要多付9角; 問綢布每尺的價是多少？

4. 還原問題

此類問題, 要從題中最後所設的數, 相反的逆推計算; 加的要減, 減的要加, 乘的要除, 除的要乘。

(例) 有某數先加9, 再拿2除, 其結果減去7, 再拿5乘得25, 求某數。

$$\begin{aligned} \text{[解]} \quad & (25 \div 5 + 7) \times 2 - 9 = (5 + 7) \times 2 - 9 = 12 \times 2 - 9 \\ & = 24 - 9 = 15. \end{aligned}$$

習題五

1. 某數的4倍,再加8,得100,求某數。
2. 某數的15倍減去264,得111,求某數。
3. 某數減2,拿²乘,再加2,把結果拿2除,再減5,得16求某數。
211-264 →
4. 某人用去袋內錢36枚,後又用去當中的一半多12枚,後來放進去18枚,又用去當中的一半多9枚,結果還餘1枚 問袋中原有錢多少?
5. 一鄉人有桃若干枚,先賣去8枚,再賣去當中的一半,後來添進24枚,又賣去11枚,結果尚餘25枚,求原有桃多少枚?
6. 某人有糖若干粒 拿一半又2粒給甲童,再拿餘下的一半又4粒給乙童,又拿餘下的一半又2粒給丙童,結果却巧分完;問原有糖幾粒? ✓

5. 歸一問題

此類問題在工程問題, 物價問題方面最多, 解法可分二部, 前一部是定諸量間的關係, 把單位量的性質先定出來, 後一部是表面求未知量類值時, 其餘各量的情狀, 而依前部的標

準去求未知量的數值。

(例) 有一工程,6人作,18日可以成功;現在4人作,問幾日可以成功?

[解] 6人作,須費18日,1人作,須費 $18 \times 6 = 108$ 日,
所以4人作,須費 $108 \div 4 = 27$ 日。

(例二) 布5疋,每疋長9丈,共值銀90元;布6疋,每疋長8丈,可以值銀幾元?

[解] 布5疋,每疋長9丈,共值銀90元,
布1疋,每疋長9丈,可值銀 $90 \div 5 = 18$ 元,
布1丈,可值銀 $18 \div 9 = 2$ 元,
布1疋,每疋長8丈,可值銀 $2 \times 8 = 16$ 元,
所以布6疋,每疋長8丈,可值銀 $16 \times 6 = 96$ 元。

習題六

1. 有工程一件12人做,25日可以成功;現在要早15日成功,問要添幾人?
2. 有一工程,工人16名,每日做8小時,9日成功;若添工人一倍,要3日成功,問每日要做幾小時?

3. 有一件事，10人每天工作5小時，6天可成功；如多5人工作，每天減少工作3小時，幾天可以成功？
4. 梨15個，值錢630枚，梨9個的價，和蘋果7個的價相同；問蘋果12個，要值錢多少？
5. 有田192方丈，甲乙丙三人合耕，2日可完。若甲獨耕要4日，乙獨耕要6日。問丙一人獨耕要幾日？
6. 一水果店買進橘子5800個，裝若干箱，每箱裝80個，賣去剩下來的，得銀40分。若照這價，賣去裝箱的橘，共可獲利21元6角，求每箱橘子的原價為若干？

6. 年齡問題

此類問題，大多求二人的年齡在幾年前或幾年後一人的年齡為他人或數人年的和或幾倍。因為各人年齡的差，總是不變，所以可用下列的公式來解：

$$\text{小年齡} = (\text{大年齡} - \text{小年齡}) \div (\text{倍數的差})$$

$$\text{小年齡} = (\text{大年齡} + \text{小年齡}) \div (\text{倍數的和})$$

$$\text{幾年前的年數} = \text{小年齡現年} - (\text{年齡的差} \div \text{倍數的差})$$

幾年後的年數 = (年齡的差 ÷ 倍數的差)

— 小年齡現年 *年數*

(例一) 有父子二人，父年58歲，子年24歲；問幾年前父年是子年的3倍？

[解] 父子二人年齡的差是 $58 - 24 = 34$ 歲，

也就是父子二人終身年歲的差是34歲，假若父年是子年的三倍，這差應是子年的 $(3 - 1) = 2$ 倍，所以子年應是 $34 \div 2 = 17$ 歲，所以父年是子年的3倍時，應在 $24 - 17 = 7$ 年之前。

(例二) 父年51歲，長子13歲，次子11歲，幼子9歲，問幾年後父年與三子年齡的和相等？✓

[解] 父年與三子年齡和的差是

$$51 - (13 + 11 + 9) = 51 - 33 = 18 \text{ 歲，}$$

每過一年，父子的年齡相差數要少

$$(1 + 1 + 1) - 1 = 3 - 1 = 2 \text{ 歲，}$$

故所求的年數是 $18 \div 2 = 9$ 年。

習題七

1. 父年爲子年的8倍，二人相差49歲，問父子各幾歲？
2. 弟兄年齡的和是22歲，4年後，兄年是弟年的4倍，問弟兄年齡各多少？
3. 兄弟二人 兄38歲，弟22歲，問幾年前兄年是弟年的3倍？
4. 今年甲54歲，乙24歲，問幾年後甲年是乙年的2倍？
5. 父年43歲，母年35歲，子年12歲，問父母年歲的和爲子年5倍時，應在今後幾年？
6. 父53歲，長子23歲，次子21歲，幼子19歲，問幾年前父年與三子年齡的和相等？

7. 頭足問題

此類問題即龜鶴雞兔等問題，是已知他的共頭數和共足數，而求他各自的數目。此解法有二種，一種是先求龜數，假定共頭數都是鶴，那末足數多出 $(\text{共足數}) - (2 \times \text{共頭數})$ ，現在設法把龜代入，而頭數不變，但足數每隻須多 $(4 - 2) = 2$ 只，如此一一相換，等到所多的足數換完，就得龜數是 $[(\text{共足數}) - (2 \times \text{共頭數})]$

$\div (4-2)$ 因知鶴數是共頭數 - 龜數。第二種却與前相反, 先求鶴數, 假定共頭數都是龜數, 則同理得鶴數是 $[(4 \times \text{共頭數}) - \text{共足數}] \div (4-2)$, 因知龜數是共頭數 - 鶴數, 故得公式:

$$1. \text{龜數} = [\text{共足數} - (2 \times \text{共頭數})] \div (4-2).$$

$$\text{鶴數} = \text{共頭數} - \text{龜數}$$

$$2. \text{鶴數} = [(4 \times \text{共頭數}) - \text{共足數}] \div (4-2).$$

$$\text{龜數} = \text{共頭數} - \text{鶴數}.$$

[附註] 凡二個同性質異種數的問題, 都可照此法解。

(例一) 龜鶴同籠, 共有25頭, 74足, 問龜鶴各多少?

$$[\text{解一}] [74 - (2 \times 25)] \div (4-2) = [74 - 50] \div 2$$

$$= 24 \div 2 = 12 \cdots \cdots \text{龜數}.$$

$$25 - 12 = 13 \cdots \cdots \text{鶴數}.$$

$$[\text{解二}] [(4 \times 25) - 74] \div (4-2) = [100 - 74] \div 2$$

$$= 26 \div 2 = 13 \cdots \cdots \text{鶴數}.$$

$$25 - 13 = 12 \cdots \cdots \text{龜數}.$$

(例二) 一人將現洋105元, 換得錢票15張, 裏面有5元和10元

兩種, 問兩種鈔票各有幾張?