

多魚种渔业资源的评估

G·J·波 普 著

福建省水产研究所
福建省渔业区划办公室 印

1983.5.

多鱼种渔业资源的评估*

(专门引用暹罗湾拖网渔业的资料)

G. J. 波 普 著

陈超群 洪港船 戴天元 译

* 在翻译过程承蒙费鸿年教授的鼓励,何宝全、施秀帖、黄宗强同志对译稿提出宝贵的意见,谨此致谢。

一、前 言

本报告主要目的有两个：发展多鱼种渔业理论，使它更好地运用到热带渔业；并且尽可能使它应用到暹罗湾的底层鱼渔业。第一章和第二章是阐述模式及其发展，特别把注意力放在拖网调查资料于评估目的的应用上面。用这种类型的资料为渔业管理目的而发展各种不同的算法。第三章和第四章讨论了以渔场调查的统计分析为基础，对暹罗湾拖网渔业所作的评估工作。文中表明渔获量与捕捞努力量之间关系可以大大的简化，这是由于在各不同群体的生物量之间存在着高度相关之故。对不同的海区、不同的水层以及因采用不同渔具和船型所造成不同的渔获率，也作了初步的分析。

另外，对经济渔获量进行观察的问题和运用生物学取样资料来改进评估工作问题，也作了某些考虑。对该海区进一步开展的工作也作了介绍。

二、为何提出多鱼种渔业的管理问题

渔业管理理论在温带和寒带得到大力发展和使用。在这些海区渔获物中，一般总是少数几个鱼种占主要地位。因而，分析某一鱼种对捕捞压力反应的理论发展得很快。但即使这样简单的探讨，也为下面三个问题所困扰。

(a) 技术上的相互影响。简言之，捕捞一个鱼种A时，第二个鱼种B也同时被捕捞一定的数量。因此在考虑A鱼种管理问题时，不能不考虑由于这种管理可能对B鱼种带来的影响。

(b) 鱼种间的相互影响。简言之，A鱼种的群体水平 (stock level) 影响着B鱼种的群体水平。它们之间可能存在着捕食或竞争关系。显然，在两个不同鱼种生活史上的各个阶段，这种相互影响都可能发生。比如说，A鱼种会吞食B鱼种的卵，反之，B鱼种的成鱼可能捕食A鱼种的成鱼。如果这种相互影响一旦发生，那么单一鱼种的管理便会遭到干扰。

(c) 渔业管理所需的数据。单一鱼种的管理需要相当大量的数据。这些数据的收集工作对渔业生产比较集中于少数鱼种的发达国家来说，是一个重大问题。对热带地区发展中的国家来说，欲收集多些鱼种的适用数据（如年龄/长度对比值），则几乎不可能作到。这是由于渔获物既是多鱼种，而渔民上市的渔货又是零散的。所以在热带海区，对单一鱼种的管理即使有所需要，从普通常识来说也几乎是无法实现的。

问题(a)和(b)提出渔业理论应考虑技术上和鱼种间的相互影响，而问题(c)则明确指出任何具有实用价值的理论，都必须尽量简明，并且不能缺少数据。

如上所述，数据收集问题大大阻碍单一鱼种评估工作的进展，那么对多鱼种的评估来说，其阻碍就更大了。因为后者的建立，对不同鱼种之间在各个年龄阶段的相互影响，要求具备详细的资料。显然，具有实用价值的模式，只能是那种在应用时只要求最少数据的最简模式。

下面要推论出这样一种理论，在某种程度上可以说它是几位学者各自推论出来的。为了

避免过于繁琐,在此只列出作者,而不引用原文。不过在参考文献中,为这个课题提供了一些很有价值的论文。推论中我们将尽量少用数学,所作的讨论也只限于双鱼种问题。这样能够使这种理论藉图解形式表达出来,为非数学工作者们所易于接受。关于多鱼种问题,文中已经指出,亦可由此推广而得。再者,参考文献也为任何有兴趣者提供更为一般适用的理论公式。

1. 多鱼种评估的最简单方法

现有模式中最简单者,要算是在假定总渔获量取决于总努力量条件下成立的 Schaefer 平衡渔获量模式。该模式可以根据单位捕捞努力量渔获量和捕捞努力量点聚拟合得出。此模式只要求单位捕捞努力量渔获量和捕捞努力量两者的时间序列这一最起码的条件。单位捕捞努力量渔获量易从探捕调查结果取得,调查船探捕结果的应用也强调了此种调查研究的价值。捕捞努力量可以利用生产渔船的数量和渔船的马力直接估算,也可以用总渔获量除以单位捕捞努力量渔获量而得到。马六甲海峡学术讨论会对后一种方法应用得很出色。

Schaefer 综合产量模式已经普遍在其它海区使用过。比如 Hongskul 在东北太平洋, Brown 等在乔治浅滩, pinhorn 在拉布拉多——北纽芬兰等海区均使用过这类模式。总的说来,这些方法对单位努力量渔获量与捕捞努力量数据之间所作的拟合,比用部分群体详细资料所作的拟合更加平滑。对此的一种解释是,正因为将全部群体合在一起处理,鱼种间的相互影响被顾及到了。另一种解释是,渔民们在某一群体恶化时,便转向对另一个群体进行捕捞。这样一来,总渔获率可得到某种程度的缓和。当然,对此也有所争议,认为按这种方式产生的一条总渔获量曲线比该系统渔获量提供的指标更不实际。

为研究这些问题,我们将在后面第 2 至 5 节进行理论推导。但应该指出,在特定条件下,总渔获量/总捕捞努力量模式是多鱼种渔业管理的合理方法。

综上所述,多鱼种渔业的最简明的理论,乃是假定在稳定状况下,总渔获量 y 与总捕捞努力量 f 的关系如下列方程式所示:

$$y = af - bf^2 \quad (2.1.1)$$

式中 a 、 b 均为常数,换句话说,可以把 Schaefer 模式应用到群体复合体上,亦可以用下式表示:

$$y = Ap - Bp^2 \quad (2.1.2)$$

式中 p 为鱼类总生物量或其估值,比如用调查探捕所得的单位时间总渔获量。假定为稳定状态,则有下列式:

$$A - Bp = Kf \quad (2.1.3)$$

式中 K 为可捕系数。同式 (2.1.2) 一样, A 和 B 皆为常数。这种形式的模式常用来拟合 p 和 f 的线性回归系数。

图 2.1 表示这三个公式的形式,最大渔获量显然出现于 $f = a/2b$ 和 $p = A/2B$ 处。同样它也出现于 $p = \frac{1}{2}p_0$ 处, p_0 为未开发的 p 值,或称原始资源生物量。再者,亦可用最大渔获量公式:

$$Y_{\max} = \frac{1}{2} A p_0 \quad (2.1.4)$$

对上述Schaefer模式亦可采用另一种假设

$$A - B \ln p = K f \quad (2.1.5)$$

这样, 渔获量为

$$Y = A p - B p \ln p \quad (2.1.6)$$

而其最大渔获量出现于

$$p = \frac{1}{e} p_0 \quad (2.1.7)$$

这里, $e=2.718$ 即 p 约为未开发资源量的三分之一。由这公式推导出的捕捞努力量与渔获量之间为非对称关系, 在某些场合下倒可能是较适当的。然而, 倘若在这两个方程式之间必须选择其一的话, 那末, 前式由于数学形式简单, 且对渔业管理可得到更为稳妥的形式, 故显得较好。由於Schaefer的渔获量模式形式简明, 所以在后面的章节中将利用它进一步作理论上的探讨。

2. 技术上相互影响的模式化

现考虑双鱼种或两种以上的多鱼种捕捞努力量或捕捞死亡率, 假如生产过程上发生相互影响的话, 那么, 捕捞 p 鱼种将引起 q 鱼种的捕捞死亡; 同样地, 捕捞 q 鱼种也会导致 p 鱼种的捕捞死亡, 最好利用图解说明。图 2.2 a 表示 p , q 鱼种捕捞死亡的一个坐标系, 它可以表示出 $F(p)$ 和 $F(q)$ 的对应值, 比如 $\times$ 点对应着 $F(p)=0.9$ 和 $F(q)=0.5$ 。

倘若捕捞 p 鱼种时, 并且按施用于鱼种的捕捞系数的一半捕捞 q 鱼种, 则所产生的 $F(p)$ 和 $F(q)$ 值就分布在图 2.2 b 中的 OA 线上。反之, 倘若捕捞 q 鱼种时, 也同样按施用于 q 鱼种捕捞系数的一半来捕捞 p 鱼种, 则所产生的 $F(p)$ 和 $F(q)$ 值就分布在图 2.2 b 中的 OB 线上。

显然, $F(p)$ 、 $F(q)$ 的任何值, 无论分布于 OA 、 OB 线上或处于其间, 均凭藉对 p 鱼种和 q 鱼种的直接捕捞求得。比如 $F(p)=0.8$, $F(q)=0.7$, 可用直接捕捞 p 鱼种的 0.6 和直接捕捞 q 鱼种的 0.4 求得。图 2.2 c 表明这个值的求法。

同样显然, 若 $F(p)$ 和 $F(q)$ 值落在 OA 和 OB 的夹角以外, 则无法藉捕捞求得, 除非对某鱼种或另一鱼种采用负值直接捕捞 (negative direct fishery)。譬如 $F(p)=0.5$, $F(q)=0.1$ 就需要对 p 鱼种资源的直接捕捞等於 0.6 , 对 q 鱼种资源的直接捕捞等於 -0.2 。但负值捕捞 (增殖渔业) 是不现实的, $F(p)$ 和 $F(q)$ 之间这样配合, 是无法用上述两个直接捕捞来实现的。显然, 倘若某些鱼业在 p 鱼种和 q 鱼种之间稍有技术上的相互影响的话, 则该点还是可以得到的。比如, 假设对 p 鱼种的捕捞中, 以其五分之一的捕捞系数施用于 q 种, 则显然可以求得这点 $(0.5, 0.1)$ 。

关于技术上的相互影响如何影响着同时所发生的捕捞死亡率的水平, 这样解释可能过于简单化。不过它却可以用来指出, 某些捕捞死亡率的配合在实际上是无法实现的。就热带底层渔业来说, 很可能由於鱼种间内在的技术上相互影响很大, 因而直线 OA 和 OB 很接近 (见图 2.3 a)。也可以说, 在该渔业中因鱼种的多样性, 可能诱使渔民把实现所有鱼种 (而不

是一到数种)总鱼获量的最高值作为目标。在此情况下,直线OA和OB重合成为单一无种别的渔业(见图2.3b)。不管何种情况下,可以获得两个群体捕捞死亡率,可能会有效地被限制于如图2.3a和2.3b所示的那样一个狭窄的数值范围内, $F(p) \approx F(q)$ 。更为一般地有:

$$\frac{F(p)}{K(p)} \approx \frac{F(q)}{K(q)} \quad (2.2.1)$$

式中的 $K(p)$ 、 $K(q)$ 为各自的可捕率。

假如多鱼种渔业具有(2.2.1)式这样相关的情况,则其对该渔业的渔获量有着十分确切的含义。这问题将放在后面讨论。

两个鱼种捕捞死亡率之间的这种关系即使是普遍存在,随着渔具设计的发展(如加长上纲),两个鱼种可捕率的比值将来也会改变。在双鱼种可捕率比值上的任一种修改,都能为增加总体渔获量提供机会,因此这种作法值得研究。这种改变总体渔获量的效果将在第4节加以讨论。

3. 多鱼种 Schaefer 模式

在2.1节中乃将总生物量视为服从Schaefer模式来处理。现考虑一个双鱼种模式,其每一个鱼种服从各自的单鱼种Schaefer模式。

比如,假设p鱼种的渔获量方程式为:

$$Y(p) = 200F(p) [1 - 0.5F(p)] \quad (2.3.1)$$

在此 $Y(p)$ 、 $F(p)$ 分别为p群体的渔获量和捕捞死亡率。p群体的最大渔获量显然出现于 $F(p) = 1.0$ 处,与此相应为 $Y(p) = 100$ 单位。

同样假设q鱼种的渔获量方程式为:

$$Y(q) = 100F(q) [1 - F(q)] \quad (2.3.2)$$

在此 $Y(q)$ 、 $F(q)$ 分为q群体的渔获量和捕捞死亡率。q群体的最大渔获量显然出现于 $F(q) = 0.5$ 处,与此相应为 $Y(q) = 25$ 单位。

图2.4a和2.4b表示这两种群体的渔获量曲线。

现讨论该系统总渔获量、为此只需将 $Y(p)$ 加上 $Y(q)$ 便可得到总渔获量 Y 。这样

$$Y = 200F(p) + 100F(q) - 100F^2(p) - 100F^2(q) \quad (2.3.3)$$

如图2.5所示,此方程所给的渔获量函数,在 $F(p) = 1.0$, $F(q) = 0.5$ 处,渔获量为最大值,即 $Y = 125$ 单位。等渔获量曲线族为以该点为园心的同心园族,半径越大的圆表示水平越低的等渔获量线。

若 $F(p) \geq 2.0$ 或 $F(q) \geq 1.0$, 则园形等值线当然不连续,这是由于p群体与q群体分别变为0值,故渔获量和捕捞死亡率之间的抛物线关系也就中断。

等渔获量曲线之所以为圆,系因方程式(2.3.3)中的 $F^2(p)$ 和 $F^2(q)$ 的系数皆相同(等於100),这自然由於两条渔获量曲线(2.3.1)和(2.3.2)的参数是经过选择之故。一般来说,这两个系数是不相等的,所以等渔获量曲线会形成同心椭圆,其长轴和短轴分别沿着各个捕捞死亡率座标方向。然而,在此情况下,我们可按不同比例取 $F(p)$ 或

$F(q)$ 值, 使得等鱼获量曲线成为圆形。这样绘制圆形等值线是普遍采用的。

4. 考虑捕捞技术上相互影响因素的多鱼种Schaefer模式

若联系上述第2和第3节的概念, 则可看出技术上相互影响将如何影响到渔获量的有效水平。

首先, 我们把图2.2b与图2.5结合得出图2.6, 自图2.6中可看出总体最大渔获量 (overall maximum yield) 正好落于AOB区域内。因此, 我们便可确切地得到提供总体最大渔获量所要求的 $F(p)$ 和 $F(q)$ 值, 而这点(1.0, 0.5)事实上落在OA线上; 所以为达到提供总体最大渔获量, 要具有对p群体的直接捕捞 $F(p)=1.0$, 而不对q群体直接捕捞。如果只有对q群体的直接捕捞, 那末, 总体最大渔获量就无法得到, 因为沿OB线总体渔获量的最大值约莫在75至100单位之间。

同样, 若情况出现如图2.3b所示 $F(p) \approx F(q)$, 则无法得到总体最大渔获量, 因为沿着OC线(图2.6)总渔获量的最大值大约为110单位。

设想沿着OA、OB及OC线的捕捞水平各不相同, 则可以对每一情况绘制出一条渔获量曲线。图2.7所示为沿着此三条线进行捕捞所得到的渔获量曲线。可见在渔获量圆形等值线范围内的渔获量曲线都是抛物线, 只是其最大渔获量数值各不相同, 所达到的捕捞死亡率水平也各不相同。

通过总体渔获量等值线的任何直线线段, 都会形成一条渔获量抛物线。但一般说来, 这样一条渔获量抛物线的最大值显然并非都是可达到的总体最大渔获量; 达到渔获量曲线最大值时的捕捞努力量水平, 也未必就是那个能获得总体最大渔获量的确切的捕捞努力量水平。

这有助于我们理解两点, 为什么第1节所述的综合Schaefer分析可以出现, 为什么有时不能由它求得总体最大渔获量。

显然, 若捕捞努力量对各个鱼种所造成的捕捞死亡率保持同一比值, 则情况就如上述OC线那样。结果所得的渔获量曲线呈抛物线状, 具有一个最大值, 但它一般并非系统的总体最大渔获量值。

对于上述理论的一点批评, 就是说它忽视了种间相互影响的可能性, 否则对总体渔获量曲线的逼近会更加切合实际。这个问题将在下一节讨论。在本节和下一节两节中, 多鱼种模式均只用双鱼种情况作代表, 不过其结论可以推广到任何数目的鱼种。

5. 鱼种间的相互影响

在第3节中讨论了两条渔获量曲线

$$Y(p) = 200F(p) - 100F^2(p) \text{ 和}$$

$$Y(q) = 100F(q) - 100F^2(q)$$

其更为一般的形式为:

$$Y(p) = A_1 F(p) - B_1 F^2(p) \quad (2.5.1)$$

$$Y(q) = A_2 F(q) - B_2 F^2(q) \quad (2.5.2)$$

或者亦可用两个群体的渔获量表示:

$$Y(p) = a_1 p - b_1 p^2 \quad (2.5.3)$$

$$Y(q) = a_2 q - b_2 q^2 \quad (2.5.4)$$

引入种间相互影响的最简形式，即在上述每一方程中加上一项，如下所示：

$$Y(p) = a_1 p - b_1 p^2 - C_1 pq \quad (2.5.5)$$

$$Y(q) = a_2 q - b_2 q^2 - C_2 pq \quad (2.5.6)$$

由此可得平衡稳定状态方程为：

$$a_1 - b_1 p - C_1 q - F(p) = 0 \quad (2.5.7)$$

$$a_2 - b_2 q - C_2 p - F(q) = 0 \quad (2.5.8)$$

方程式(2.5.5)和(2.5.6)相加可得总体渔获量Y，

$$Y = a_1 p + a_2 q - b_1 p^2 - b_2 q^2 - (C_1 + C_2) pq \quad (2.5.9)$$

此方程式表明等渔获量线为同心椭圆族，其长短轴分别与p、q或者F(p)、F(q)的坐标轴斜交。

这种情况最好利用图解说明，现以下列方程式描述双鱼种的渔获量。

$$Y(p) = 0.43p - 0.000143p^2 - 0.0000143pq \quad (2.5.10)$$

$$Y(q) = 1.10q - 0.001q^2 - 0.00005pq \quad (2.5.11)$$

图2.8表示用F(p)和F(q)为坐标的等渔获量曲线形式，自图可见它们为同心椭圆。由于方程(2.5.10)及(2.5.11)中相互影响项远小于其它项，椭圆轴没有受到多大影响，几乎仍分别平行于F(p)和F(q)轴。最大渔获量点位于椭圆中心，等于576单位。直线p=0, q=0，即在某一群体成为零时，椭圆等值线便和前面所述一样在该处折断。

再看下当竞争项较大时的情况，举下列方程式为例讨论：

$$Y(p) = 0.43p - 0.000143p^2 - 0.000118pq \quad (2.5.12)$$

$$Y(q) = 1.10q - 0.001q^2 - 0.000266Pq \quad (2.5.13)$$

显然，这些方程式中只有最后一项与(2.5.10)、(2.5.11)式有所差异。图2.9表示这种变化所带来的影响。椭圆的长轴和短轴已经转动，并且最大值降低为415。最大值的位置也从(0.24, 0.52)变为(0.52, 0.48)。特别明显的变化是，椭圆等渔获量线的有效范围被大大地压缩。这意味着某一群体或另一群体被排挤掉的机会增大了。另一种可能情况是相互影响项的符号相反，例如可将(2.5.12)式改为：

$$Y(p) = 0.43p - 0.000143p^2 + 0.000118pq \quad (2.5.14)$$

(2.5.13)式保留原状，这就可得到一个对捕食者——被捕食者系统的描述，当q群体为高值时，则p群体趋于增加；而当q群体低值时，则p群体趋于减少。图2.10表明这种变化对等渔获量线的影响。很明显，最大渔获量比上述情况高，其相应的F(q)值仍然较低，而F(p)值仍然较高。可以预料在大力捕捞捕食鱼种的同时，使被捕食种少受捕捞的影响，无疑可以得到更高的渔获量。同样值得注意的是直线p=0的位置发生变化，因而使椭圆等渔获量线范围扩大了。

这也对鱼种间的相互影响如何影响上节所推导的理论提供某些概念，无论相互影响是否存在，等渔获量线显然总是椭圆状的，系统最大渔获量的位置即椭圆中心。因此我们可以得出主要结论，即只要没有一个群体变为零，任何一种渔业，随着其各个群体组成的捕捞死亡

率按相等比例而开展，必然出现一条抛物线的渔获量曲线。这也可以借图解说明，如果捕捞死亡率沿着一条通过原点的直线而变动，那么，渔获量曲线便成为抛物线。无论出现多少鱼种，只要假定多鱼种的Schaefer模式确切成立，这点便很容易应用数学分析证明出来。因而从这样的一种渔业所产生的渔获量曲线一定为抛物线形状。不过，除非各个捕捞死亡率具有如此比值以便获得最大联合持续渔获量，否则，实测的渔获量曲线定会对有效最大渔获量过低地估计。而且，为得到基于最大实测渔获量曲线所需要的捕捞努力量水平，一般与为得到总体最大渔获量所需要的捕捞努力量水平是不相同的。

值得牢记的是，本章所推导的方程式成为描述鱼种间相互影响的最简单假设。可以认为这是在海区实际发生的第一近似。虽然看来尚未成熟，却可以很好地解释渔业上相互影响下的主要渔业后果。所以，它可以作为对出现在热带海区多鱼种渔业管理的一个具有启发性的理论。这种模式用于热带渔业上的问题，将在下一章加以讨论。

三、多鱼种理论在热带混合渔业中的应用

前章所阐述的混合渔业模式在渔业实际应用上的许多问题，是由于多鱼种所引起的。这意味着这种模式将可能包括有许多的参数，而这些参数应用我们目前所掌握的资料来进行估算是困难的，甚至是不可能的。因为存在着这些问题，我们就必须在理论上去寻找某些途径，以帮助我们克服目前渔业管理中，因对模式参数掌握不足所引起的困难。同时还必须考虑如何进一步去掌握它们。

1. 估算模式参数的问题

在上述多鱼种渔业模式中，阐述过双鱼种模式的各项参数问题，该模式具有6个参数：

$$a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$$

通常我们还需要知道每一群体的可捕率 K_1 和 K_2 。因此，即使在如此简单的情况下，我们也必须估算8个参数，如果有 n 个群体，则有：

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

给出 n 个 a 的参数。

还有一个 b, c 参数的矩阵：

$$\begin{array}{ccccccc} b_1 & c_{12} & \dots & c_{1, n-1} & c_{1n} \\ a_1 & b_2 & \dots & c_{2, n-1} & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n_1 & cn_2 & \dots & cn, n-1 & bn \end{array}$$

它给出 n^2 个 b 和 c 的参数。

如果需要可捕系数 K ，就又有 n 个参数。这样总共需要估算 $n^2 + 2n$ 或 $(n+1)^2 - 1$ 个参数。如果 n 的个数增加，则参数目就变得非常之多。

欲知估算这种多鱼种模式的参数有多大困难，只需考虑两个群体的6个或者8个参数估

算的难处就可以。假定已经直接估算了捕捞死亡率，且已知两个群体的捕捞努力量的可捕率，这样可得如下两个方程式：

$$a_1 - b_1 p - c_1 q - F(p) = 0 \quad (2.5.7)$$

$$a_2 - b_2 q - c_2 p - F(q) = 0 \quad (2.5.8)$$

根据历年资料，可知逐年的 p 、 q 和 $F(p)$ 、 $F(q)$ 值，而需要估算 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 、 c_1 和 c_2 。

我们或许可以试图利用 $F(p)$ 、 p 和 q 以及 $F(q)$ 、 p 和 q 的多元回归来估算这些参数。但出现一个问题，即在多数情况下， $F(p)$ 、 $F(q)$ 、 p 、 q 具有高度相关关系。

例如，若它们是完全相关的话，便可得到如上关系式：

$$p = sF(p) + t \quad (3.1.1)$$

$$q = uF(p) + v \quad (3.1.2)$$

式中 s 、 t 、 u 、 v 均为常数，将其代入(2.5.7)式中便可得出：

$$a_1 - b_1 sF(p) - b_1 t - c_1 uF(p) - c_1 v = F(p) \quad (3.1.3)$$

因此对 a_1 、 b_1 及 c_1 仅有的限制为：

$$a_1 - b_1 t - c_1 v = 0 \quad (3.1.4)$$

$$b_1 s + c_1 u = -1 \quad (3.1.5)$$

显然，能满足上述关系的 a_1 、 b_1 、 c_1 具有无穷多个组合。假如 $F(p)$ 、 $F(q)$ 、 p 、 q 是密切相关，但又不完全相关的话，则可能存在着唯一一组 a 、 b 、 c ，能拟合得最为确切。但是这些数值又会在一个广阔的数量范围中都拟合得相当密切，以致在实际上很难挑选出这组确切的解。如果实际上仅存在唯一一种捕捞努力量，其对该渔业所有不同群体组成所产生的捕捞死亡率，系与各群体的可捕系数成比例，则在 $F(p)$ 、 $F(q)$ 、 p 和 q 之间必然存在密切相关。这种情况在二章2节和图2.4b的讨论中已做过描述。这种由单一的基本捕捞努力量捕获所有鱼种的局面，在热带多鱼种渔业中理应存在。正因鱼种的多样性，任一鱼种在渔获物中所占的比例都不大，因此拟从经济上出发，将捕捞集中于某一鱼种上是不可能的。

总之，本节讨论的种种问题告诉我们，即使已知所有的鱼种数量，即使已知热带多鱼种渔业中可能捕捞死亡率，我们也不可能估算出具有一定把握的模式参数。所以势必引出这样一个问题：在没有掌握这些模式参数的情况下，如何着手管理这个多鱼种渔业系统呢？

2. 对所有群体皆使用一个等效的捕捞努力量时，如何得到最大渔获量

对所有的群体仅只使用一个等效的捕捞努力量，是一种令人感兴趣的情况。如前节所分析，这种捕捞努力量将使每一群体依照其相应的可捕系数 K 产生捕捞死亡率，而这些可捕系数将一直保持同样的比例。当渔民对多种鱼类不加区别地捕获时，就会出现这种等效的捕捞努力量。

前节已分析过这种捕捞努力量会在各鱼种的捕捞死亡量之间，从而也在各鱼种的种群大小之间形成很大的相关性。这种情况令人很难，甚至不可能对模式的参数求得估值。但另一方面，它却使人们能从该理论的一般形式去推论出某些结果来。首先，由於这种捕捞努力量

会导致捕捞死亡量按同一比率增长,使等渔获量线为一条直线所切割(见第二章第4节与第5节)。故而只要模式确切的话,便有:

(1)、假定没有任何一个鱼种变为零,则在此直线上的总渔获量和生物量*之间的关系呈抛物线状。

(2)此曲线的最大值并不一定就是该系统的最大总渔获量。

(3)假定没有任何一个鱼种变为零,则在不同鱼种的群体生物量之间按理应出现密切相关。

这样,只要有总捕捞努力量数值,则所有鱼种的渔获量曲线就会呈现出和单鱼种Schaefer渔获量曲线一样的形状。现因捕捞努力量的特性所限,只能在此直线上讨论,故上述点(2)就不至于过份地为难我们。或者也可以将这个最大值作为在处理该体系时取得的第一步,然后再寻找方法以改变施于不同鱼种的捕捞努力量的相对效果,以求逐步接近最大总渔获量。上述点(3)向我们提出一点,即如果捕捞努力量是不加区别地使用于所有鱼种的话,则在不同鱼种之间应会出现密切相关。这种相关一旦出现,对于捕捞努力量的性质以及综合Schaefer模式(见二章1节)的适用性来说,都是一个十分有用的指标。这就引起一个问题,即对总的种群大小应采用何种测定量?或者换一种提法:当渔获量达最大值时,对总的种群来说何种测定量恰为它的未开发种群水平之半呢?答案为如下函数:

$$K_1 P_1 + K_2 P_2 + K_3 P_3 + \dots + K_n P_n \quad (3.2.1)$$

K_1 到 K_n 分别为不同群体的可捕率, P_1 到 P_n 分别为群体大小。此式的证明颇复杂,故将它放在本节附录中。

现 $K_i P_i$ 为捕捞中第*i*个群体的单位努力量渔获量,故(3.2.1)式亦即各个群体的单位努力量渔获量之和。只要可捕系数 K 对于商业性渔船队和调查船都具有同样比率,则调查船所得不同鱼种群体资源量指数的总和,可以用来作为综合Schaefer曲线的种群估值。若是调查船和商业性渔船之间的可捕系数存在着系统差值的话,那自然应把这些差值作为已知条件。

(3.2.1)式表明利用这种Schaefer的总渔获量曲线对多鱼种渔业评估的实践,乃与第二章中所推导的模式是一致的。而且,它还指出利用调查船所得总资源量的估值来代替总的种群估值,是一个合理的作法。不过这样作法也只有在下述情况下才算合理:

(a)不同鱼种间的可捕率一直保持定常比率。

(b)探捕拖网船和商业性渔船对各不同鱼种的可捕率采用同样的比例。

数学推导附录

式(3.2.1)的推导如下。自(2.5.7)及(2.5.8)式得到一个具有相互作用的双鱼种模式的稳定状态方程组。

$$a_1 - b_1 p - C_1 q - F(p) = 0 \quad (2.5.7)$$

$$a_2 - b_2 q - C_2 p - F(q) = 0 \quad (2.5.8)$$

这样,渔获量 Y 为:

$$Y = a_1 p - b_1 p^2 - C_1 p q + a_2 q - b_2 q^2 - C_2 p q \quad (3.2.2)$$

*原文无“生物量”,但从句法及前面内容看来应该有。——译注

设 p 鱼种和 q 鱼种的捕捞努力量同为 f , 则:

$$F(p) = K_1 f$$

$$\text{及 } F(q) = K_2 f$$

$$\text{得 } F(p)/K_1 = F(q)/K_2 \quad (3.2.3)$$

可自 (2.5.7) 及 (2.5.8) 归纳得

$$(a_1 - b_1 p - c_1 q)/K_1 = (a_2 - b_2 q - c_2 p)/K_2 \quad (3.2.4)$$

这样 p 和 q 具有一种线性关系。在此情况下, 必存在某些 $F(p)$ 、 $F(q)$ 、 p 和 q 的值使得渔获量达最大值。现给预这些值如下符号:

$$\hat{F}(p), \hat{F}(q), \hat{f}, \hat{p}, \hat{q}$$

为数学上简便起见, 将方程以一般齐次坐标形式写出。亦即在方程中引入一个附加变量 r , 使方程中各项皆为二次变量, 而在具体应用时可认为 r 恒等于 1。这样式 (3.2.2) 可写为:

$$O = -Yr^2 + a_1 pr - b_1 p^2 - c_1 q + a_2 qr - b_2 q^2 - c_2 pq = f(p, q, r) \quad (3.2.5)$$

椭球体 $f(p, q, r)$ 在 p 、 q 、 r 处的切线由下式所给:

$$\left[\frac{\partial f(p, q, r)}{\partial r} \right]_{\max} \cdot r + \left[\frac{\partial f(p, q, r)}{\partial p} \right]_{\max} \cdot p + \left[\frac{\partial f(p, q, r)}{\partial q} \right]_{\max} \cdot q = 0 \quad (3.2.6)$$

这样便得下面方程

$$\begin{aligned} & -2\hat{Y}\hat{r}\hat{r} + \hat{a}_1\hat{p}\hat{r} + \hat{a}_2\hat{q}\hat{r} \\ & + \hat{a}_1\hat{r}\hat{p} - 2\hat{b}_1\hat{p}\hat{p} - (\hat{c}_1 + \hat{c}_2)\hat{q}\hat{p} \\ & + \hat{a}_2\hat{r}\hat{q} - 2\hat{b}_2\hat{q}\hat{q} - (\hat{c}_1 + \hat{c}_2)\hat{p}\hat{q} = 0, \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

经整理后如下

$$\begin{aligned} & \hat{p}(\hat{a}_1\hat{r} - \hat{b}_1\hat{p} - \hat{c}_1\hat{q}) + \hat{q}(\hat{a}_2\hat{r} - \hat{b}_2\hat{q} - \hat{c}_2\hat{p}) \\ & + \hat{p}(\hat{a}_1\hat{r} - \hat{b}_1\hat{p} - \hat{c}_1\hat{q}) + \hat{q}(\hat{a}_2\hat{r} - \hat{b}_2\hat{q} - \hat{c}_2\hat{p}) = 2\hat{Y}\hat{r}\hat{r} \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

此直线与椭球相切, 它给出该体系在受到条件 $F(p)/K_1 = F(q)/K_2$ 约束下的最大渔获量。它必与直线 (3.2.4) 为同一条直线, 而且必定通过点 $(\hat{p}, \hat{q}, \hat{r})$, 这些带 O 上标的变量表示未开发资源量。将此点代入 (3.2.8.) 式得

$$\begin{aligned} & \hat{p}(\hat{a}_1\hat{r} - \hat{b}_1\hat{p} - \hat{c}_1\hat{q}) + \hat{q}(\hat{a}_2\hat{r} - \hat{b}_2\hat{q} - \hat{c}_2\hat{p}) \\ & + \hat{p}(\hat{a}_1\hat{r} - \hat{b}_1\hat{p} - \hat{c}_1\hat{q}) + \hat{q}(\hat{a}_2\hat{r} - \hat{b}_2\hat{q} - \hat{c}_2\hat{p}) = 2\hat{Y}\hat{r}\hat{r} \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

若将式 (2.5.7) 和 (2.5.8) 以一般齐次坐标形式写出, 则有

$$\hat{a}_1\hat{r} - \hat{b}_1\hat{p} - \hat{c}_1\hat{q} = F(p)r \quad (3.2.10)$$

*原文写为 (3.2.4), 以下方程按改正顺序。

$$-a_2r - b_2q - c_2p = F(q)r \quad (3.3.11)$$

(3.2.9) 中括号项可用 $F(p)r$ 和 $F(q)r$ 代换。

因 $F(\dot{p}) = F(\dot{q}) = 0$, 又

$$F(\hat{p})/K_1 = F(\hat{q})/K_2 = \hat{f},$$

而且可知 $\hat{Y}r = \hat{p}F(\hat{p}) + \hat{q}F(\hat{q})$, 故得:

$$\dot{p}(F(\hat{p})r) + \dot{q}(F(\hat{q})r) = 2(\hat{p}F(\hat{p}) + \hat{q}F(\hat{q}))r$$

以 $\hat{f}$ 之值代入 $F(\hat{p})$ 及 $F(\hat{q})$ 得:

$$\hat{r}(\hat{p}K_1\hat{f} + \hat{q}K_2\hat{f}) = 2r(\hat{p}K_1\hat{f} + \hat{q}K_2\hat{f})$$

消去 $\hat{f}$, 且令 $r = 1$ 得:

$$\hat{p}K_1 + \hat{q}K_2 = 2(\hat{p}K_1 + \hat{q}K_2)$$

这样便得知 $\hat{p}K_1 + \hat{q}K_2$ 在达到最大渔获量时的量值, 乃为其在未开发状态下量值的一半。

3. 仅只根据给定的渔场调查资料, 如何设法获取最大总渔获量

假如模式的全部参数为已知, 则求解最大渔获量问题无非就是对不同种群 p_i ($i=1-n$) 的下列方程求而已。这些方程如下:

$$\frac{\partial Y}{\partial p_1} = 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial p_2} = 0, \quad \dots \dots \frac{\partial Y}{\partial p_n} = 0$$

这些方程简言之即为 Y 分别随任一种群大小的变化率为 0, 比如在双鱼种模式中给出:

$$\frac{\partial Y}{\partial p} = a_1 - 2b_1p - (C_1 + C_2)p = 0 \quad (3.3.1)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial q} = a_2 - 2b_2q - (C_1 + C_2)q = 0 \quad (3.3.2)$$

由此两方程解得 p 、 q 之值, 便可求得最大渔获量。

$$\hat{p} = \frac{2a_1b_2 - a_2(C_1 + C_2)}{4b_1b_2 - (C_1 + C_2)^2} \quad (3.3.3)$$

$$\hat{q} = \frac{2a_2b_1 - a_1(C_1 + C_2)}{4b_1b_2 - (C_1 + C_2)^2} \quad (3.3.4)$$

由此可见最大渔获量在很大程度上取决于参数 a 、 b 、 C 的量值。因而, 若不知道这些参数值, 就无法决定各个种群应处于何种水平才能实现最大渔获量。若有效资料仅来自渔场调查, 则情况肯定就是如此。我们应该如何着手呢? 若假定捕捞努力量并不像前节所叙那样有所限制的话, 则就有可能对渔业进行管理以使种群生物量达到欲求的一定数量。若情况果然如此, 那么观察每一种群生物量减少到其原始生物量一半时的效果是很有意思的。显然, 要是不存在相互作用的话, 为时已达到总体的最大渔获量无疑。但如果存在相互作用, 结果会引起什么样的影响呢? 达到未开发种群大小一半水平时的渔获量, 究竟是与总体最大总渔获量

具有相当的比值，或者前者仅是后者的一小部分？对于双鱼种模式来说，当 p 和 q 各为其未开发的一半水平时的渔获量对最大总渔获量的比率为

$$1 - \frac{(C_1 - C_2)^2}{4b_1b_2 - 4C_1C_2} : 1 \quad (3.3.5)$$

如果相互作用项 C_1 和 C_2 大小一样，则显然渔获量比率就是 $1 : 1$ ；如果 C_1 、 C_2 分别比 b_1 、 b_2 为很小时，比率显然也几乎同样为 $1 : 1$ 。

若 C_1 和 C_2 符号相反，则比率只能更小，这点可自图 3.1, 3.2 和 3.3 看出，这些图上绘有二章 5 节所述那种等渔获量线。在点 $F(p) = F(q) = 0$ 和 $p = q = 0$ 之间线段的中点是 $F(p)$ 和 $F(q)$ 值，由此可得 $p = \frac{1}{2}p_0$, $q = \frac{1}{2}q_0$ ，此处 p_0 、 q_0 为未开展捕捞时的种群大小。

图 3.1 表示相互作用很小的情况，在 $\frac{1}{2}p_0$ 、 $\frac{1}{2}q_0$ 处的渔获量值实际上就是最大渔获量。图 3.2 表示相互作用较大时的情况， $\frac{1}{2}p_0$ 、 $\frac{1}{2}q_0$ 处的渔获量值依旧在最大渔获量附近，其比值为 $400 : 415$ 。独有在图 3.3 采用 $\frac{1}{2}p_0$ 、 $\frac{1}{2}q_0$ 处的数值才会发生重大偏差，这时的渔获量与最大渔获量的比值为 $400 : 523$ 。图 3.3 中所用的相互作用项和图 3.2 所用的数值大小相等，而符号相反。这种情况也是用 (3.3.5) 式进行预报所能得到的最劣情况。这种相互作用呈相反符号的情况和经典的 Lotka-Volterra 所提捕食者—被捕食者模式相似。这样，要是我们减少捕食种类数量的话，则被捕食种类的数量理应有所增加，只要我们在同时间内没有过份地减少它们的数量。如果出现了这样一种数量的增加，我们可能会想把捕食群体减少到其未开发资源量一半以下，而使被捕食群体减少了不到一半。不过，此事只有在实验基础上才可进行。无论如何，看来最好还是不要使捕食种类减少到未开发种群生物量半数以下太甚。

式 (3.3.5) 给出双鱼种模式的比率，更一般地，若有 n 个鱼种，则可推理出一个系数 a 的 $(1 \times n)$ 阶矩阵 A ，一个系数 b 的 $(n \times n)$ 阶矩阵 B 以及一个系数 C 的 $(n \times n)$ 阶矩阵 C ，矩阵 C 的对角线项皆取零值。在每个鱼种皆为未开发生物量的一半时，渔获量和最大总渔获量的比率为下列两个二次型的比。

$$\frac{1}{4}A^T(B+C)^{-1}A : \frac{1}{2}A^T[B+C+(B+C)^T]A^{-1} \quad (3.3.6)$$

如前所述，若 C 值远小于 b 值，或 $C = C^T$ (等相互作用项)，则未开发生物量之半这一位置就给出实际的最大渔获量。

因而可得结论，即尽力使每个鱼种的生物量达到未开发生物量的一半水平，可以认为是对实现最大渔获量一个合理的初步逼近。这对那些参数未知的海区来说，也成为一条十分有用的经验法则。但若该处存在着明显的捕食者—被捕食者类型的相互作用的话，则情况就最难令人满意。随着一个鱼种数量的增长，无论是引起其它鱼种数量的减少，还是一般生物区数量的减少 (比如鲸类捕食磷虾)，这样一种关系都是可疑的。假如情况真如此，则须修改法则，使捕食种类减少到低於未开发资源量的一半水平，而同时以较小的比例去减少被捕食

种类的数量。这个经验法则的成立，要预先假定有能力使每个鱼种达到其未开发资源量的一半。显然，在热带多鱼种渔业中，由於要做到这点所需的管理策略可能会是万分的复杂，故而不大有可能做到这点。话虽如此，此经验法则仍然有助於决定对商业性渔船的那一部份应给予促进，那一部份应给予促退。比如说，若近海专业渔船较之远洋拖网船按比例地多捕一些少经开发的鱼种，少捕一些多经开发的鱼种，则可增加其捕捞所得份额以资鼓励，只要实现最大实际渔获量这个目标就可以容许。

此法则进一步的一个优点，系在群体特定比率 a 中利用了群体的捕捞死亡率，故而具有生物学意义。方程式中的这些项可以视为每一群体生长的固有比率。这样，此法则倾向于快速地开发那些生长迅速的群体，而同时则较为缓和地开发那些生长缓慢的群体。

该法则另一个有趣的特点，即处于未开发种群生物量 $\dot{P}_i$ 一半状态的渔获量可由下式表示：

$$\frac{1}{2} \dot{P}_1 a_1 + \frac{1}{2} \dot{P}_2 a_2 + \dots + \frac{1}{2} \dot{P}_n a_n \quad (3.3.7)$$

只要知道 P （自渔场调查和可捕率得知），並且知道 a ，便可以估算所有鱼种都处于其未开发生物量一半时的渔获量。当 a 为未知时，它们的数值或者从各自种类的样本，或者从一般生物区给予推测出来。式（3.3.7）的推导放在数学推导的附录部份。

4. 在掌握渔场调查和各鱼种的商业性捕捞两者的资料时间序列时，如何寻求最大渔获量

如果渔场调查的资源量指数和商业性捕捞的总渔获量两者都是可靠的话，便能得到更多的情报以便指导我们去寻求系统的总最大值，从而在处理渔获量最大化问题上，具有更多的可能途径。

作为第一步，可将每个鱼种的年渔获量除以其渔场调查所得的资源量指数，这样便可得到每个鱼种的捕捞努力量估值。下一步是审查所有种群生物量彼此之间的相关性，这项工作对不同鱼种的捕捞努力量来说也是值得一做的。进行此项工作的最好途径可能是利用主要组成分析，这样可以指出在各个不同种的生物量中，或是在各自的捕捞努力量中，究竟有没有存在着一种明显的总趋势。它也能指出任何一种次一级的趋势。比方说，底层鱼在其资源量上可具有一种总趋势，而在渔场调查中捕获的中上层鱼类则可以表现出一种不同的趋势。如果主要组成分析对全部种类揭示了同样的总趋势，则情况几乎就会像第2节所描述的那样子。在这种情况下，从根据总渔获量和总努力量绘制的渔获量曲线图所得的最大渔获量，就会是实现的最大值，情况就是这样，除非各鱼种之间的趋势被割裂开来。此事的出现可因渔具的引进，或因在商业性捕捞中作出改变鱼种混合的调整而造成。

如果各不同鱼种的生物量所表现出来的趋势不很明显，而又有可能对某些模式参数进行估算。最有可能求得的模式参数属于那些捕捞努力量彼此大不相关的鱼种。因而也有可能在于具有相互作用的鱼种中间，将其中较重要的某些相互作用孤立起来对待。对于那些生物量之间彼此互不相关的鱼种，其适当的方法就是分别对每一鱼种应用 Schaefer 模式。

也有可能无法令模式参数的估值达到一定的显著程度,则不妨继续尽力以求实现如第3节所说明的那种未开发生物量一半的状态。如果渔场调查已作了未开发种群生物量的估值,则此数值算是已经确定。如果渔场调查资料序列是在开展捕捞业之后才取得的话,那末未开发种群生物量的估值仍然可以得到,这就须利用渔场调查对各个鱼种资源量的估值与其相应的各鱼种捕捞努力量估值之间的图解。

未开发种群大小理所当然地可藉逆推到捕捞努力量为零处即得。一般说来人们自然会料想渔获率会随着努力量的增加而下降,但也有可能对某些鱼种反而出现上升或平直的趋势。这点和模式是完全一致的,因为它说明了某些鱼种生物量的减少正好对那尚在增长的鱼种缓和了竞争或捕食的压力。特别引人兴趣之处,在於它指出在这些和那些鱼种之间存在着剧烈竞争和捕食的链锁。当这些链锁是强有力时,未开发生物量的一半这个解可能会是最大总渔获量的一个最难令人满意的近似值。作为一个适宜的管理策略,不妨进行如此尝试,即对那些生物量随着努力量的增长业已下降的鱼种,使其生物量达到其未开发水平一半的状态;同时对那些生物量业已上升的鱼种,缓慢地增加所施用的努力量。这种倾向有时可以自发地出现,即当渔民势必改变其捕捞实施,在对生物量上升的鱼种多加捕获的同时,注意力较少放在生物量明显下降的鱼种上面。不管这种变化是自发产生的,还是作为一种慎重管理措施引起的后果,其所得的渔获量都须加以认真审查。进行了这些工作之后,生物量和捕捞努力量如何搭配以使渔获量达最大值便会体现出来。这些搭配将表明使生物量改变到达未开发生物量的一半状态,其数量变化可以是和渔业生产方向相反,也可以指出某种搭配可以提高渔获量。

前面章节所建议的策略,在仅有全部鱼种总渔获量是可靠的情况下也可使用。在此情况下,当向未开发种群大小一半状态移近时,就要对总渔获量进行监测。若在向多鱼种的未开发种群大小一半状态逼近时,却出现渔获量的下降,则肯定要对先前探测所得的某些群体水平进行复查,且尽量调整捕捞措施以达目的。全凭经验法则去管理渔业,这种观念从理论角度来看未必有什么引人之处,但实际上我们力所能及的也只有如此而已。在模式参数为未知时去争取实现最大渔获量,这种局面很像是没带地图在大雾之中爬山一样。要是我们携带一架定位仪(如台卡导航仪)和一架高度表,则还是可以进行。我们可以在爬山过程中随机移动,当发现移向高处便继续前进;发现移到低处便折回,重新探索通向最高点的路径。假定山峰只有一个,显然我们最终总是可以抵达山顶,但同样明显要花费相当长的时间。倘若按此方式爬山,则不妨在行经途中绘制一张等高线图,它能对这座山的一般形状、最高点可能方位提供某些概念。可以说,渔业的总渔获量有如高度表,而渔场调查的资源量估值则有如定位仪。

在没有其它情报资料来源时,可以采用一种类似的策略以求取最大渔获量。这方法本需花费很长的时间,不过可以藉助运用其它情报资料,使其在向总体最大渔获量的进展中得到改进。模式为我们提供一种有如山体一般形状的概念,而我们也可以掌握某些生物学资料得到理论上的阐明。比如说存在着一个捕食者—被捕食者系统,则最大渔获量理应出现於捕食种类生物量较被捕食种类减少得厉害之处。若有两个看来彼此剧烈竞争的鱼种,则一方的变化会在另一方引起一种补偿性的变化。这说明了有关各种的一般生物学知识,即使是非定量的也是有其价值的。

登山问题经为数学家们在某些范围内研究过，因为它适用于复杂函数极值的求解。他们发现了种种逼近最大值的计算方法，但其中大多数对我们并不实用，因为我们并不掌握它们附加所需的资料，特别是它们在计算中常用的梯度。然而也还是有某些算法不要求这种数据，故而对我们有用。L·C·W·Dixon所写一书《非线性最佳问题》(Nonlinear Optimization)提供了大量较好的算法，尤其是PARTAN图解法以及直接求解法都较为重要。

将情报资料不足的渔业管理视如爬山问题乃是一个有用的观念，因为数学上的爬山算法和渔业管理的目的颇为相似、两者都希望通过捷径从速获取系统的最大值，两者都希望避免不必要的反复，在计算机程序中这意味浪费时间，而在渔业管理中则意味需要对现有捕捞努力量进行裁减，而裁减和渔业的有效发展势必引起冲突。在数理推导附录中，列举一个经修有的PARTAN图解法例子。把爬山逼近法应用到渔业管理时，应记住这座山是随时间而有所变动的，由一定数量的群体生物量和捕捞死亡率所获得的渔获量不会总是一成不变的，特别是在提高捕捞死亡率时，则下一年的渔获量可能会异乎寻常地高起来，其所以如此，部分原因在于先前处于死亡率较低状态的鱼种，产生了较高的资源量所造成。在前面的比喻中，山体是由果酱构成的，我们可在每一容许停留之处躊躇不决地停下，直到确定脚下位置较先前优劣与否才离开前往。在热带混合渔业中，有指标说明该体系较之温带海区所经历的变化要来得小些。这点再结合着其群体具有较短的生命周期，是有助于减轻持续渔获量随时间变动这个问题。

数理推导附录

利用经修正的PARTAN图解法求多鱼种渔业的最大渔获量。

在下面讨论中，先假定生物量蕴藏问题对热带渔业的影响程度与温带渔业不同。再者为保持渔业稳定，每个捕捞努力量水平在多年中都保持一样。再假定存在一个双鱼种渔业，确切具有图2.1那样的等渔获量线，只是等值线的配置以及最大值的位置都是未知的。图3.4表明用以选取最大值的一种办法。开始时，一项底拖捕捞发展起来，它对两个鱼种所造成的捕捞死亡率之比 $F(p) : F(q)$ 约为2 : 1。数年后，与此种捕捞努力量相应的总渔获量曲线被分析出来，且得到其最大渔获量为400单位，位于图上A点。直线OA与数值为400单位的等渔获量椭圆相切于A。至此捕捞已经主要集中于底层鱼P种上面，而对较常出现于中层的q种影响较小。因而这时决定把拖网捕捞稳定在与A点相应的水平上。同时也发展一项中层拖网捕捞业，它使 $F(p)$ 和 $F(q)$ 的比值取1 : 4，即令中层拖网的捕捞死亡率沿直线AB方向发展。这时可找到一条和直线AB相切于B点的等渔获量线，其数值为500单位即最大渔获量。因此中层拖网就稳定在B点水平上。由于P种的生物量在此点大为减少，故决定降低底层拖网的捕捞努力量。此事一经完成，两个鱼种群体的捕捞死亡率就沿着BC线下降。分析一下沿BC线的渔获量，便知最大值550单位出现于C点，因为直线BC与550单位的等值椭圆相切于C。此外，BC乃平行OA，且由同心椭圆的一般特性可知最大值位于AC联线上，因为它是平行切线的切点连线、因此该图解的名称为平行切线图解，处理方法可藉沿着直线AC的延长方向，直到得到最大值D点为止。

可见平行切线图解法能适应渔业的充分发展，而无需过多的周折和反复。在此所述为双鱼种，但若存在多鱼种时亦可使用与此相似的逼近方法。特别有意思的一种观点，就是即使