

# 断裂力学

彭少民 张传兴 编

成都农机学院

# 断 裂 力 学

彭少民 张传兴 编

成都农机学院

## 内 容 提 要

本书主要介绍断裂力学的基础知识，内容包括断裂力学的基本概念，线弹性断裂力学，弹塑性断裂力学，断裂韧性参数的测试，复合型裂纹的脆性断裂理论，疲劳裂纹扩展。此外，书后还附有常用应力强度因子的表达式。

本书可作为工科院校断裂力学选修课(40—50学时)的教材，也可供有关工程技术人员参考。

# 前 言

断裂力学是五十年代以来发展起来的一门新兴学科。它从构件中难以避免地会存在裂纹这一事实出发，利用弹性及塑性力学的分析方法，研究裂纹扩展的条件和规律。由于它对正确评价结构材料的韧度，对工程结构和机器零件的安全设计都具有重要的意义，因而受到了世界各国的普遍重视。

我国大约是1970年左右引进断裂力学的。十余年来，已有很多单位开展了这方面的试验研究工作，并且取得了一定的成绩。特别是最近几年，陆续出版了断裂力学方面的有关专著，更为这门新兴学科在国内的推广和普及创造了良好的条件。现在，工科院校已有不少专业开设了断裂力学选修课。但是，在国内已有的有关著作中，适合作教材的为数不多。为了满足教学上的需要，我们编写了这本教材。

鉴于这是一本断裂力学的教科书，因而在编写过程中力图做到便于学生自学，对于断裂力学中的一些重要结论和基本公式都作了尽可能详细的说明和推导。只要具备一般的高等数学基础和材料力学知识，就能顺利地阅读和使用本教材。

全书共分六章，主要介绍断裂力学的基本原理和断裂韧性参数的测试方法。其中：第一、四、六章由彭少民编写；第二、三、五章由张传兴编写。

由于我们在断裂力学方面的知识浅薄，再加之手中资料不多和缺乏经验，书中谬误之处一定不少，热诚希望读者批评指正。

编 者

1981年10月

# 目 录

<b>第一章 断裂力学的基本概念</b>	1
§ 1—1 从材料力学到断裂力学	1
§ 1—2 应力集中与固体材料的断裂强度	3
1—2—1 切口处的应力集中 —— 应力三维性	4
1—2—2 用应力集中的观点估计固体材料的断裂强度	5
§ 1—3 应力强度因子与断裂韧性的概念	6
1—3—1 裂纹的扩展形式	6
1—3—2 应力强度因子	7
1—3—3 断裂韧性的概念	9
1—3—4 裂纹失稳扩展的条件——断裂判据	9
<b>第二章 线弹性断裂力学</b>	11
§ 2—1 弹性力学平面问题的基本理论	11
2—1—1 弹性力学概述	11
2—1—2 应力分量的记号	13
2—1—3 平面应力问题与平面应变问题	14
2—1—4 平衡微分方程	15
2—1—5 几何方程 · 相容方程	17
2—1—6 物理方程	19
2—1—7 边界条件	20
2—1—8 弹性力学平面问题的求解途径	22
2—1—9 用应力表示相容条件 · 应力函数	22
§ 2—2 复变函数的基础知识	26
2—2—1 复数的表达形式	26
2—2—2 复变函数及其导数	27
2—2—3 复变解析函数及调和函数	30
§ 2—3 裂纹尖端附近的弹性应力场	32
2—3—1 “无限大”平板中第Ⅰ型裂纹问题的解	32
2—3—2 “无限大”平板中第Ⅱ型裂纹问题的解	38
2—3—3 “无限大”平板中第Ⅲ型裂纹问题的解	40

• 1 •

§ 2—4 应力强度因子的确定	45
2—4—1 确定应力强度因子的常用方法	46
2—4—2 应力强度因子 $K_1$ 的一些计算结果	46
2—4—3 应力强度因子的迭加原理	58
§ 2—5 应力强度因子的塑性区修正	62
2—5—1 屈服判据	62
2—5—2 裂纹尖端的塑性区	63
2—5—3 应力松弛对塑性区大小的影响	68
2—5—4 $K_1$ 的塑性区修正	69
§ 2—6 能量原理	73
2—6—1 弹性系统的总位能	73
2—6—2 Griffith—Orowan 理论	74
2—6—3 裂纹扩展能量释放率	79
2—6—4 Irwin—Kies 关系	81
2—6—5 裂纹扩展阻力( $R$ )曲线	83
<b>第三章 弹塑性断裂力学</b>	86
§ 3—1 COD理论	86
3—1—1 D—M模型	86
3—1—2 COD与 $K_1$ 、 $G_1$ 的关系	89
3—1—3 全面屈服时的 COD计算	90
3—1—4 COD方法的应用	92
3—1—5 COD方法存在的一些问题	95
§ 3—2 J积分理论	96
3—2—1 J积分的定义及其守恒性	96
3—2—2 J积分与裂纹尖端地区应力应变场强度的关系	101
3—2—3 J积分的形变功率定义	105
3—2—4 I积分理论存在的一些问题	108
§ 3—3 J积分与 COD的关系	109
<b>第四章 断裂韧性的测试原理和方法</b>	112
§ 4—1 平面断裂韧性 $K_{1c}$ 的测试	112
4—1—1 试样厚度对断裂韧性的影响	112
4—1—2 条件断裂韧性 $K_q$	113
4—1—3 试样的 $K_1$ 表达式	114
4—1—4 测试仪器设备要求和测试方法简介	119

4—1—5 试验数据处理	121
§ 4—2 J 积分临界值的测定	123
4—2—1 基本原理	123
4—2—2 $J_c$ 试样的尺寸要求	126
4—2—3 临界点的确定	128
§ 4—3 临界 COD 测试	129
4—3—1 基本原理	129
4—3—2 关于转动因子	130
4—3—3 临界点的确定	132
<b>第五章 复合型裂纹的脆性断裂</b>	134
§ 5—1 复合型裂纹问题概述	134
§ 5—2 几种主要的复合型裂纹断裂理论	134
5—2—1 最大周向应力理论	134
5—2—2 能量释放率理论	139
5—2—3 应变能密度因子理论	144
§ 5—3 工程上应用的近似断裂判据	151
<b>第六章 疲劳裂纹扩展</b>	153
§ 6—1 疲劳破坏与疲劳裂纹扩展特性	153
6—1—1 交变应力与疲劳强度极限	153
6—1—2 裂纹扩展特性	155
§ 6—2 疲劳裂纹扩展机制	157
§ 6—3 疲劳裂纹扩展速率	159
6—3—1 $da/dN$ 与 $\Delta K$ 的关系	159
6—3—2 裂纹扩展速率的表达式	160
§ 6—4 影响 $da/dN$ 的一些因素	166
§ 6—5 疲劳裂纹扩展寿命估算	171
<b>附录一 关于国际制单位 (SI)</b>	177
<b>附录二 常用应力强度因子 <math>K</math> 的表达式</b>	182

# 第一章 断裂力学的基本概念

断裂力学是研究带裂纹固体(包括材料和结构)的强度和固体中裂纹传播规律的科学。

断裂力学的兴起和发展至今不过二、三十年的历史。作为一门新兴学科，它对于正确评价结构材料的强度，对于工程结构和构件的安全设计都具有重要意义，因此在生产中获得广泛应用而受到国内外普遍重视。

断裂力学的基本理论应该包括宏观和微观断裂力学两个方面。所谓宏观断裂力学，是从宏观角度出发，认为材料强度降低的主要因素是“裂纹形因素”，从而用连续体力学方法来研究带有初始裂纹的结构或构件发生断裂的规律性，并由此提出防止这种断裂发生的计算方法。以下我们要讨论的内容都是属于宏观断裂力学的范畴，而且仅限于金属材料。至于以“位错形因素”为基础所形成的微观断裂力学理论，以及对其他材料(如聚合物、金属增强复合材料等)的断裂问题，在此均未涉及。

## §1—1 从材料力学到断裂力学

按照传统的设计思想，对机器零件或结构物构件进行强度计算，是要保证构件在使用中不会发生破坏。用材料力学的方法进行强度计算可概括如下：首先，根据构件的尺寸、形状和承受外载荷情况，计算出构件的工作应力 $\sigma$ (或相应强度理论的相当应力)。其次，用试验方法确定所选用材料的极限应力 $\sigma^*$ 。在不同条件下， $\sigma^*$ 分别表示材料的屈服极限 $\sigma_s$ ，强度极限 $\sigma_b$ 或持久极限 $\sigma_{-1}$ 。于是建立如下的强度条件：

$$\sigma \leq [\sigma] = \begin{cases} \sigma_s/n & \text{对塑性材料} \\ \sigma_b/n & \text{对脆性材料} \\ \sigma_{-1}/n & \text{对交变应力情形} \end{cases}$$

式中 $n$ 为规定的安全系数。上式中引起构件破坏的是工作应力 $\sigma$ ，而衡量材料力学性能的是强度指标 $\sigma_s$ 或 $\sigma_b$ 。若构件在工作中满足上式，则认为设计是安全的。这就是传统的强度计算方法。在此，值得指出的是：在建立计算工作应力的理论公式时，是假定构件的材料组成均匀、连续，不存在空隙、裂纹等缺陷；此外，用试验方法确定极限应力时，一般选用的也是材质均匀、表面光滑的小试样。至于一些难以控制的因素，如计算方法之不尽完善、材料组成未必那么均匀、连续、载荷估计不甚准确、工作环境条件影响等等，都在确定安全系数 $n$ 时，予以综合考虑。

一般情况下，用上述强度计算的方法设计出的构件是可行的。如对中、低强度钢制成的小型零件、构件，只要保证 $\sigma \leq [\sigma]$ ，也是安全可靠的。但是随着现代工业的发展，高强度和超高强度材料( $\sigma_s \geq 140$ 公斤/毫米<sup>2</sup>)的使用日增，工程结构构件的大型化，焊接工艺的普遍化，在工程中接二连三地发生了用上述传统设计观念无法解释的灾难性的脆

性断裂事故。翻阅十九世纪以来发生事故的历史报告，就会发现，由于金属材料应用大为增多，使偶然不测事故的数量达到几乎数不清的程度。例如，1898年12月13日发生的纽约市大贮气罐破裂，使许多人死亡和受伤，并毁坏了周围大量财物。1913年1月3日，波士顿一个高压水管破裂，使该地区被淹。以后，随着全焊接设计的引进，又开始了一个新的结构破坏事故时期。据统计，1938年—1942年间，世界上有40座焊接铁桥，事先未见任何异常现象、却发生了突然断裂而倒塌。第二次世界大战期间美国建造的近5000艘全焊接船“自由轮”中，连续发生1000多起脆断事故。其中238艘完全破坏，有的甚至折成二段。图1—1所示即为一艘油船于1943年1月在码头交付使用时突然断裂成两段的情形，

据记载，当时的气温为 $-5^{\circ}\text{C}$ 。

计算表明，断裂时船体所受的拉应力仅为7公斤/毫米<sup>2</sup>，而船体钢材(低碳钢)的屈服强度约25公斤/毫米<sup>2</sup>，抗拉强度为40~50公斤/毫米<sup>2</sup>。又如1949年俄亥俄煤气公司的圆柱形液态天然气罐发生爆炸，使周围的街市化为废墟。尤其引人注目的是五十年代美国的北极星导弹固体燃料发动机壳，材料系用D6AC高强度钢( $\sigma_s$

达140公斤/毫米<sup>2</sup>)，经传统方法检验合格，但在试验发射时发生爆炸事故，然而破坏应力却不到 $\sigma_s$ 的一半。这些事故发生时，事前并无明显预兆，破坏非常突然，以至造成重大损失。特别是发生事故时应力低于屈服极限 $\sigma_s$ ，是用传统的材料力学观点无法解释的，这就引起了人们的高度重视。

人们对这些事故进行大量的调查研究，发现无论是中、低强度材料还是高强度材料，都可能发生脆性断裂，并具有以下几个特点：

(1) 破断时的工作应力较低，通常不超过材料的屈服极限，甚至还低于常规设计的许用应力。尽管材料是塑性的，却以脆性方式断裂。所以常常将这类事故通称为低应力脆断。

(2) 脆性断裂总是从构件内部存在的宏观尺寸(从肉眼可见的0.1毫米到1厘米以上)的裂纹源扩张引起。这种宏观裂纹源可能是加工过程及加载过程，或是在使用过程中产生的。

(3) 裂纹源一旦超过一定尺寸(临界尺寸)，脆性裂纹将以极高的速率扩展，直至断裂。

(4) 中、低强度钢的脆性事故一般发生在较低的温度( $15^{\circ}\text{C}$ 以下)，而高强度钢则

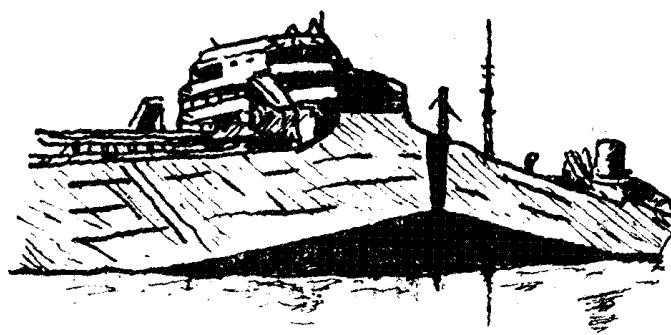


图1—1

没有明显的温度效应。

综合上述特点表明，在常规的设计中虽然考虑了应力、材料的一般强度指标，以及构件中的台阶、突角和孔洞处的应力集中系数等，但却没有考虑所有材料不可避免地总存在某种缺陷或裂纹（例如冶炼、铸造、焊接、热处理、冷加工等造成的缺陷和裂纹，使用中因疲劳、腐蚀造成的裂纹等等）。正是由于这种缺陷、裂纹的存在，使得材料在不能处于塑性状态时，例如，材料在接近或低于它的脆性转变温度下工作、或应变速率很高（象冲击）以及应力状态复杂等，就可能在较低的应力下发生破坏。由此可见缺陷或裂纹是引起低应力脆断的根源。为了保证带有缺陷或裂纹的构件能安全使用，这就需要分析缺陷或裂纹附近局部地区的特性，寻找能够反映裂纹扩展特性的新的力学指标，从而建立新的断裂判据，防止低应力脆断事故。于是，作为传统设计方法的发展，以研究裂纹扩展的条件和规律的一门新学科——断裂力学应运而生。如果说，以研究不含宏观裂纹构件的强度、刚度和稳定性出发逐渐形成了材料力学这门学科的话，那么，为了研究含有宏观裂纹构件的安全性就逐渐形成了断裂力学。

对于工程中应用广泛的宏观断裂力学，有线弹性断裂力学与弹塑性断裂力学之分。描述裂纹的脆性力学行为，用线弹性力学方程作为基本方程，把裂纹的存在视为边界条件，这样分析出来的结果具有较好精确性，因而形成了断裂力学的最初分支——线弹性断裂力学。然而，对于金属材料，裂纹前缘总是存在塑性区的。若出现较小的塑性区（小范围屈服），那么引入对塑性区修正，则线弹性断裂力学仍然适用。但对于工程中常用的中、低强度材料的一般厚度尺寸又不大的构件，由于受力后裂纹前缘出现大范围屈服，这时线弹性断裂力学的结论不再成立，即使引入所谓塑性区修正，线弹性断裂力学的方法也不能用于大范围屈服断裂分析。而必须建立在带裂纹体的塑性力学基础上进行分析。近十多年来，在这方面开展了大量工作，形成了断裂力学的另一分支——弹塑性断裂力学。目前弹塑性断裂力学虽有一定进展，但尚无重大突破。

五十年代在分析构件低应力脆断事故基础上发展起来的断裂力学，不仅圆满地解释了传统设计观点不能理解的破断现象，而且也为避免这类事故指出了努力的方向。断裂力学的出现，促使许多部门的设计思想发生改变，也为发展新材料、新工艺提出方向。但是，必须指出，断裂力学并不能说已经取代了传统的设计方法。一来它本身还是一门年青的学科，无论基本理论或试验方法尚待进一步完善；再者，也并非所有的破坏现象都属于低应力脆断，对于那些不是因在低应力条件下裂纹发生快速扩展而引起破坏的构件，按材料力学方法进行强度计算的一整套理论和计算公式仍然是当前结构设计规范中所依据的可靠基础。只是对于有可能在低于容许应力的工作应力下发生脆性断裂的结构物或构件，才需进行断裂力学的分析计算。所以断裂力学的方法提出来之后，并没有也不可能全面否定常规的强度条件在结构设计中的应用，而只是补充了过去的强度计算之不足，从而使问题考虑得更周全。

## §1—2 应力集中与固体材料的断裂强度

我们知道，不同的材料，可能有不同的断裂方式。钢在拉伸时，发生了一定程度的塑性变形之后才断成两部分。这类材料叫做塑性材料（延伸率 $\delta > 5\%$ ），而这种断裂方式称为韧性断裂。灰铸铁拉伸时，断裂情况就完全不同。它在外力作用下，不经过明显的塑性变形就发生断裂，而只有细致的观测才能在断口附近看到少量塑性变形的痕迹，这类材料叫做脆性材料（延伸率 $\delta < 5\%$ ）。这种断裂方式称为脆性断裂。但是断裂属于韧性还是脆性，不仅由材料本身的性质（塑性材料或脆性材料）来决定，还与材料或构件的工作环境、受载方式、组织状态等因素有关。譬如有人曾将脆性的大理石制成圆柱状试样，放在特殊设计的装置中，使试样在三向压应力状态下进行压缩，结果试样产生塑性变形，并且侧向压应力越大塑性越好。同样地，在三向拉应力状态下，本来是塑性的材料，却表现出脆性状态。

### 1—2—1 切口处的应力集中——应力三维性

带有切口、槽、孔以及裂纹等缺陷的构件受力作用后，在这些有缺陷的地区将产生局部应力集中现象。这些缺陷顶端的半径越小，应力集中程度越显著。当顶端半径趋于无限小时，就是我们所研究的理想裂纹。

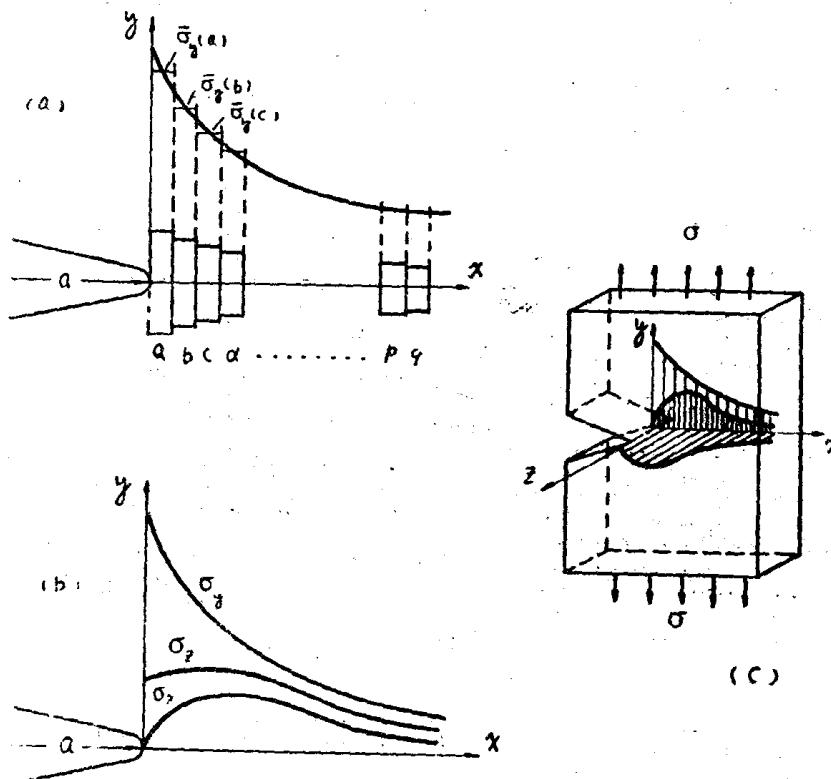


图 1—2

图 1—2 所示具有切口的平板试样，受单向拉应力作用，在切口前缘 $y$ 方向的应力为 $\sigma_y$ ，当 $y = 0$ 时沿 $x$ 的分布曲线如图 1—2(a)。由于应力集中，在孔边应力值最高，

离开孔边逐渐衰减直至平均应力 $\sigma$ 。

假想沿x方向划分、排列成一组单元a, b, c, ……p, q。显然作用在单元a上的平均应力 $\bar{\sigma}_y(a)$ 要大于作用在单元b上的平均应力 $\bar{\sigma}_y(b)$ 。如果这些单元的变形是自由的，那么纵向应变 $\varepsilon_y(a)$ 也要大于 $\varepsilon_y(b)$ 。同时，在自由变形过程中，x方向有横向收缩 $\varepsilon_x(a)$ ,  $\varepsilon_x(b)$ ……。由于坐标轴取沿主应力方向，对于平面应变情形， $\varepsilon_z=0$ ，当单元变形自由时，则根据三向Hooke定律， $\varepsilon_x$ 就应该等于 $-\frac{\mu}{1-\mu} \cdot \varepsilon_y$ 。但因为 $\varepsilon_y(a) > \varepsilon_y(b) > \dots$ ，由此推知 $\varepsilon_x(a) > \varepsilon_x(b) > \dots$ ，于是a与b, b与c, c与d, ……之间的相邻面就会分离。为了避免这种现象的发生，从而保证变形的连续性，单元与单元之间必须受到x方向的拉应力 $\sigma_x$ 的作用。应力 $\sigma_x$ 沿x方向的分布(图1—2b)是在切口处自由表面(单元a上无约束的缺口那一边)为零，在缺口端附近随应变升高而升高，远离孔端降至很小的数值(事实上，在远离处两相邻单元，例如p, q应变基本上是相同的)。在平面应变情况下，应力 $\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y)$ 也是拉应力，其分布如图1—2b所示(在平面应力情况下， $\sigma_z = 0$ )。由此说明了在切口附近区域弹性应力的三维性(图1—2c)。

以上分析表明，有切口的构件，在切口附近由于应力集中，在平面应变情况下，是处于三向拉应力状态。这也就解释了为什么材料是塑性的，往往也呈脆性状态。

### 1—2—2 用应力集中的观点估计固体材料的断裂强度

为了估计材料的断裂强度，通常将其内部缺陷理想为椭圆形的切口。由于应力集中，

当切口附近的最大应力达到材料的极限强度时，就会导致材料的断裂。如图1—3受单向均匀拉应力作用的无限大薄平板，板中存在着穿透的椭圆孔，椭圆短轴为 $2b$ ，长轴为 $2a$ ，长轴端点处的曲率半径为 $r$ 。由弹性理论知，在长轴端点附近将产生应力集中，且沿y向的最大局部应力为

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma \left( 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{r}} \right) \quad (1-1)$$

又由固体物理知，固体材料断裂强度的理论值为

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{E\gamma}{b_0}} \quad (1-2)$$

式中，E是弹性模量， $\gamma$ 是固体材料的表面能， $b_0$ 是固体材料的原子间距。

根据传统的强度理论，当缺陷端点的最大局部应力等于固体材料的理论强度时，材

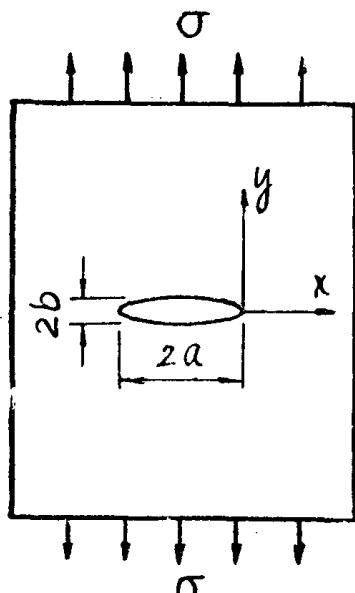


图1—3

料就会发生断裂。于是固体材料的断裂判据应为：

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma_t \quad (1-3)$$

应当说明的是，当在线弹性理论中假设实际裂纹尖端的曲率半径 $\rho = 0$ 时，由(1-1)式得 $(\sigma_y)_{\max} = \infty$ 。这就意味着不管外加应力 $\sigma$ 值是多大，裂纹尖端的局部最大应力都会超过 $\sigma_t$ 。换言之，固体一旦有裂纹，它就不再具有强度了，这显然与事实不符。这一疑问的答案正是连续介质力学的弹性理论的界限。因为固体是由原子组成的，故原子间距应该是裂纹尖锐度的下限值。如果固体材料中的缺陷是类裂纹缺陷，我们就可以用原子间距 $b_0$ 代替 $\rho$ 。于是，因 $2\sqrt{\frac{a}{b_0}} \gg 1$ ，由(1-1)式，有

$$(\sigma_y)_{\max} = 2\sigma \sqrt{\frac{a}{b_0}} \quad (1-4)$$

将上式及(1-2)代入(1-3)式，得固体材料断裂时的强度为

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{E\gamma}{4a}} \quad (1-5)$$

这就说明，当有非常尖锐裂纹存在时，固体材料存在一实际断裂强度。研究表明，固体材料的表面能 $\gamma = 0.1b_0E$ ，如果取宏观缺陷尺寸 $2a \approx 5000b_0$ ，其断裂应力就比固体材料的理论值降低约100倍。这就解释了固体材料中存在缺陷后，由于应力集中，它的实际强度远较其理论强度低的这一客观事实。

### § 1—3 应力强度因子与断裂韧性的概念

#### 1—3—1 裂纹的扩展形式

由前面的讨论知，裂纹是引起断裂的主要因素。一般说，构件中常见的裂纹可分为穿透裂纹(图1—4a)、表面裂纹(图1—4b)及埋藏裂纹(图1—4c)。

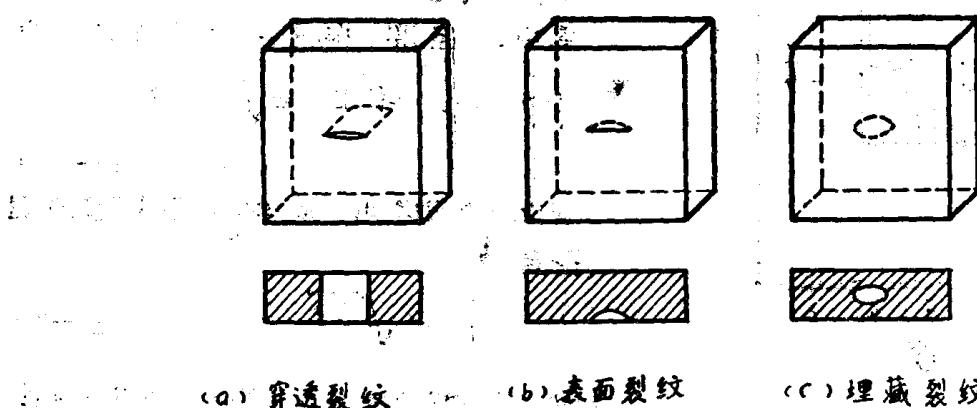


图1—4

裂纹在外力作用下扩展时，根据构成裂纹上、下两个面的相对位移，把裂纹扩展形式分成三种基本类型：

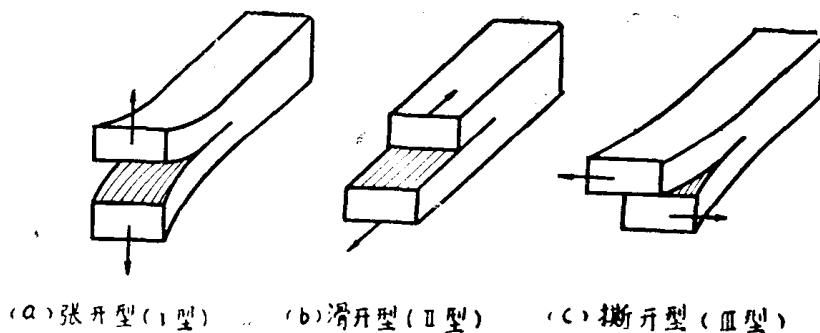


图 1—5

(1) 张开型(Ⅰ型)：在垂直于裂纹面的拉应力作用下，使构成裂纹的两个面的位移是相对离开(图1—5 a)。

(2) 滑开型(Ⅱ型)：在平行于裂纹表面而垂直于裂纹前缘的剪应力作用下，使构成裂纹的两个面的位移是相对滑动，且滑动方向垂直于裂纹前缘(图1—5 b)。

(3) 撕开型(Ⅲ型)：在平行于裂纹表面，且平行于裂纹前缘的剪应力作用下，使构成裂纹的两个面的位移也是相对滑动，但滑动方向是平行于裂纹前缘(图1—5 c)。

以上是裂纹扩展的三种基本类型。其中张开型最为常见且最危险，通常多研究这种类型的断裂问题。有时裂纹扩展可能出现两种或两种以上组合形式，这种裂纹称为复合型裂纹。

### 1—3—2 应力强度因子

存在于构件中的裂纹是引起构件破坏的根源。而过载、载荷交变、温度降低、焊接中氢

的渗入、工作介质的腐蚀等因素往往促使裂纹的发生与扩展，而构件中的裂纹扩展与否，或以多大速率传播，同裂纹附近的应力场是直接相关的。因此，在断裂力学中，重要的是分析裂纹尖端附近的应力场和位移场，且认为裂纹尖端局部区域的应力场和位移场是建立断裂准则的主要依据。

在二维平面问题中，裂纹尖端附近局部区域的应力场的普遍表达式(详见第二章)为：

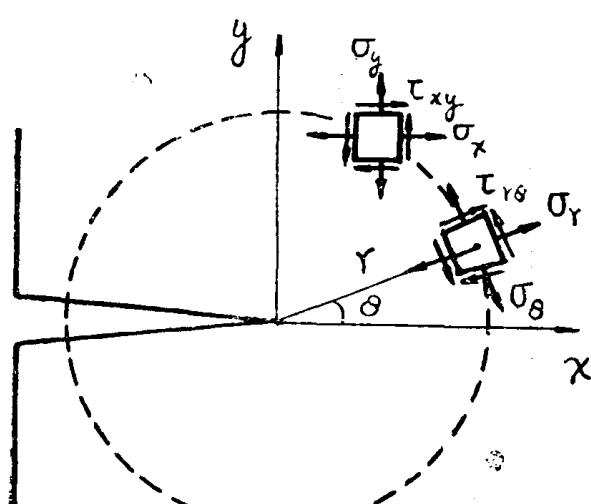


图 1—6

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} F_{ij}(\theta) \quad (i, j = x, y \text{ 或 } r, \theta) \quad (1-6)$$

式中,  $\sigma_{ij}$  是应力分量 (图1-6),  $F_{ij}(\theta)$  是与  $\theta$  角有关的方向参数,  $F_{ij}(\theta) \leq 1$ 。

从(1-6)式看出,  $\sigma_{ij}$  是点的位置  $r, \theta$  的函数, 所以它表示一个应力场。现在我们要提出的问题是这个应力场的强弱程度如何? 又用什么物理量来度量?

对于裂纹尖端处的任意点而言, 其坐标  $r, \theta$  是已知的, 故由(1-6)式可知裂纹尖端处的应力场  $\sigma_{ij}$  的大小完全由  $K$  来决定。  $K$  大, 裂纹前各点的应力就大。可见  $K$  控制了裂纹尖端附近的应力场, 因而它是描述裂纹尖端附近区域内各点应力分布的强弱程度的量, 故  $K$  被称应力场强度因子, 或简称应力强度因子。

从(1-6)式可知, 在裂纹尖端处  $r \rightarrow 0$ , 应力场具有奇异性, 应力  $\sigma_{ij}$  以某种方式趋向无限。若按照传统的材料力学观点, 应力达到无限大, 则构件必断裂, 材料的强度就小到可以忽略的程度了。但这不符合实际情况, 因为具有裂纹的构件在实际工作中未必一定发生断裂。所以对于带裂纹的构件以一点的应力大小来衡量其强度已失去意义, 从而需寻找新的参量来判断应力场的强度。这个量正是应力强度因子  $K$ , 其数学表达式为。

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\sigma_{ij})_{\theta=0} \quad (1-7)$$

应力强度因子  $K$  的形式和数值, 取决于裂纹几何因素 (形状、尺寸、分布位置)、与边界上的外力 (包括外力的大小和作用方式, 即所谓边界条件)。当这些条件给定后,  $K$  就取确定的形式和数值。例如对图1-7所示受均匀拉应力作用的“无限大”平板中有

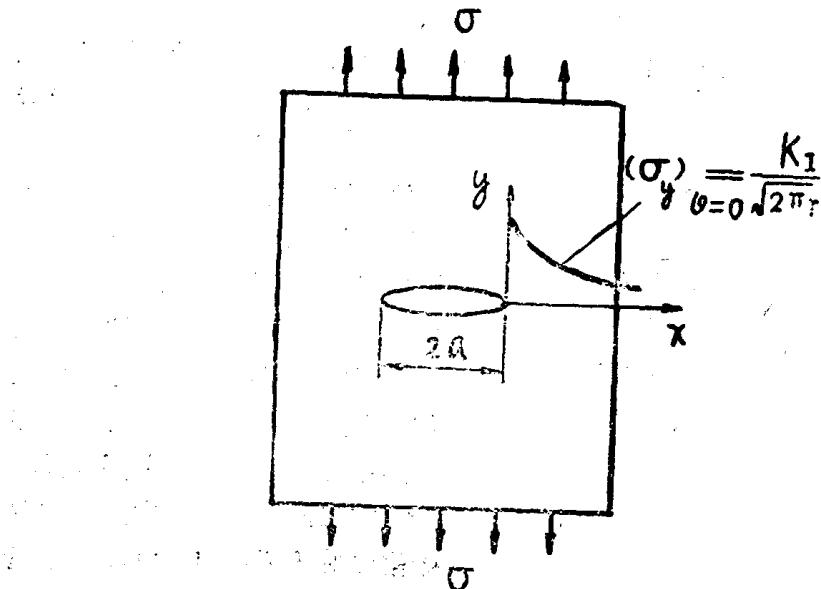


图 1-7

长为 $2a$ 的穿透裂纹，这显然属于Ⅰ型裂纹，其尖端处的应力强度因子为：

$$K_1 = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1-8)$$

由此看出，它与边界上的外加应力 $\sigma$ 以及裂纹特征尺寸 $a$ 有简单明了的数量关系。这就是说，应力强度因子 $K$ 即反映了裂纹尖端处应力场的作用，同时还包含了裂纹特征尺寸的影响。因而作为力学中的一个崭新的物理量——应力强度因子是判别裂纹是否扩展的参数。

从(1-8)式看出，应力强度因子的量纲是：[力][长度] $^{-3/2}$ ，其常用工程单位为 $\text{kg/mm}^{3/2}$ 或 $\text{kg/cm}^{3/2}$ 。在国际单位制中，力的单位是兆牛(MN)，长度的单位是米(m)，则应力强度因子的单位是 $\text{MN/m}^{3/2}$ 。

### 1-3-3 断裂韧性的概念

过去，一般金属材料的强度和塑性的概念是针对理想的“无缺陷”的完善材料而言的。对于这种理想的材料，强度和塑性就足以评定一种金属材料抵抗破坏的性能。但是如何评定有缺陷或裂纹的实际材料抵抗破坏的能力，就需引入一个新的概念，即所谓“断裂韧性”的概念。

前面我们介绍的应力强度因子的概念，如 $K_1$ 是描述Ⅰ型裂纹尖端区域应力场强弱程度的量，也就是说，一个含有裂纹的构件，根据它的几何形状、裂纹尺寸和加载方式，在裂纹尖端区域都有它相应的应力强度因子。当应力强度因子达到某一临界值时，使裂纹扩展而导致构件断裂。另一方面，为了衡量材料抵抗裂纹扩展的能力，我们模拟实际情况，把需要测定的材料按照一定的标准加工成带有裂纹的试样进行试验。当逐渐加载时，相应的应力强度因子 $K_1$ 也逐渐增大。当 $K_1$ 增大到某一临界值时（指裂纹到达快速扩展的转折点），即使外载不再增加，试样的裂纹也将发生急剧的不稳定的扩展（简称失稳扩展），使得试样断裂。于是，我们把应力强度因子的这个临界值称为材料的“断裂韧性”。对于Ⅰ型裂纹，用 $K_{1c}$ 表示。很明显，构件所用材料的 $K_{1c}$ 愈高，则阻止裂纹失稳扩展的能力愈强。这就表明 $K_{1c}$ 是材料抵抗裂纹失稳扩展能力的度量，它是力学中衡量材料性能的又一个重要指标，即衡量材料抵抗低应力脆性破坏的一个韧性指标。

由于断裂韧性 $K_{1c}$ 是应力强度因子 $K_1$ 的临界值，故两者存在密切的联系。但其物理意义是不同的： $K_1$ 是裂纹尖端区域应力场强弱程度的度量，它和裂纹尺寸、形状及外加应力都有关系；而断裂韧性 $K_{1c}$ 却是材料阻止裂纹失稳扩展能力的度量，它是材料的特性，仅与材料的成份、热处理工艺及加工工艺有关，与构件中裂纹本身的大小、形状以及外加应力大小无关。 $K_{1c}$ 和 $K_1$ 的关系有如材料力学中 $\sigma_s$ 和 $\sigma$ 之间的关系。我们理解了屈服极限 $\sigma_s$ 和工作应力 $\sigma$ 之间的连系和区别，也就不难理解 $K_{1c}$ 和 $K_1$ 之间的关系。

### 1-3-4 裂纹失稳扩展的条件——断裂判据

当引入了应力强度因子和断裂韧性的概念之后，我们就可以象材料力学中建立强度条件那样，建立裂纹是否失稳扩展的条件。

根据前面的分析，只要构件中的应力强度因子 $K_1$ 低于所用材料的断裂韧性 $K_{1c}$ ，那

么裂纹就不会发生失稳扩展。所以带有裂纹构件不发生脆性断裂的条件是

$$K_1 < K_{1c} \quad (1-9)$$

而裂纹出现失稳扩展的临界条件或断裂判据是

$$K_1 = K_{1c} \quad (1-10)$$

按照上式，可以验算带有裂纹的构件在外载作用下是否会出现失稳扩展；可以确定构件的许可载荷和裂纹的许可尺寸。

例1-1 铝合金2024-T3的抗拉强度极限 $\sigma_b = 50 \text{ kg/mm}^2$ ，断裂韧性 $K_{1c} = 348 \text{ kg/mm}^{3/2}$ 。钢D6AC的 $\sigma_b = 170 \text{ kg/mm}^2$ ,  $K_{1c} = 190 \text{ kg/mm}^{3/2}$ 。若用两种材料制成同样尺寸的板，都有长为 $2a = 2 \text{ mm}$ 的穿透裂纹，且设两种材料都可以作为线弹性材料，应力强度因子 $K_1 = \sigma \sqrt{\pi a}$ 。试求裂纹失稳扩展时的应力 $\sigma_c$ 。

解：根据断裂判据(1-10)式，裂纹失稳扩展时

$$K_1 = \sigma_c \sqrt{\pi a} = K_{1c}$$

$$\sigma_c = \frac{K_{1c}}{\sqrt{\pi a}}$$

由此求出2024-T3铝合金裂纹失稳扩展时的应力是

$$\sigma_c = \frac{348}{\sqrt{\pi \times 1}} = 179 \text{ kg/mm}^2$$

钢D6AC的裂纹失稳扩展时的应力为

$$\sigma_c = \frac{190}{\sqrt{\pi \times 1}} = 107 \text{ kg/mm}^2$$

从以上结果看出，在所给裂纹尺寸下，铝合金2024-T3发生断裂时的应力 $\sigma_c (= 197 \text{ kg/mm}^2)$ 高于拉伸强度极限 $\sigma_b$ ，表示它在拉断之前不会因裂纹失稳扩展而破坏。 $\sigma_b$ 仍然是它的极限应力，这与传统的强度概念并不矛盾。相反，钢D6AC发生脆断时的应力 $\sigma_c (= 170 \text{ kg/mm}^2)$ 低于拉伸强度极限 $\sigma_b$ ，而且只是 $\sigma_b$ 的63%，这表示它在应力到达 $\sigma_b$ 之前，已由于裂纹失稳扩展而断裂。用传统的强度概念，将无法解释在拉应力仅为 $\sigma_b$ 的63%时，就发生脆断的现象。其次，还可以看出，虽然钢D6AC的强度极限比铝合金2024-T3高两倍多，但因断裂韧性较低，对裂纹失稳扩展的抗力反而低于合金2024-T3。所以，在有裂纹的情况下，D6AC的高强度特点并没有得到充分利用。相反，铝合金 $\sigma_b$ 虽然较低，但 $K_{1c}$ 值较高，因而抗脆断性能好，而且比重又小，却更加显示出了它这方面的优越性。