

初等数学

(試用教材)

广东农林学院
湛江热带水作学院

数学組合編

1 9 7 3 年 8 月

目 录

第一章 分数和比例

§ 1	分数	(1)
§ 2	分数的加减法	(4)
§ 3	分数的乘除法	(7)
§ 4	分数的四则混合运算	(11)
§ 5	百分数	(13)
§ 6	比和比例	(15)

第二章 有 理 数

§ 1	正数和负数	(21)
§ 2	数轴、绝对值	(22)
§ 3	有理数的运算	(25)
§ 4	乘方	(34)
§ 5	平方表和立方表	(38)
§ 6	有理数的混合运算	(39)

第三章 代 数 式 的 运 算

§ 1	代数式	(43)
§ 2	整式及其加减法	(43)
§ 3	整式的乘法	(47)
§ 4	多项式的因式分解	(50)
§ 5	分式的运算	(55)

第四章 一 次 方 程

§ 1	一元一次方程的基本概念	(61)
§ 2	方程的基本性质	(61)
§ 3	一元一次方程的解法	(62)
§ 4	一元一次方程的应用	(64)
§ 5	一次方程组的概念	(66)
§ 6	一次方程组的解法	(66)

§ 7	一次方程组的应用	(73)
-----	----------	------

第五章 方根 根式 一元二次方程

§ 1	平方根 开平方	(75)
§ 2	立方根	(79)
§ 3	方根与算术根	(81)
§ 4	根式及其基本性质	(83)
§ 5	乘积、分式与幂的算术根	(85)
§ 6	根式的运算	(88)
§ 7	一元二次方程及其解法	(93)
§ 8	一元二次方程的应用	(98)

第六章 指数与对数

§ 1	指数概念及指数运算	(101)
§ 2	对数的概念	(106)
§ 3	积、商、幂、方根的对数	(108)
§ 4	常用对数	(110)
§ 5	常用对数表与反对数表	(112)
§ 6	对数在计算上的应用	(114)
§ 7	自然对数与换底公式	(117)

第七章 直线 形

§ 1	角和角的度量	(120)
§ 2	垂线和平行线	(123)
§ 3	三角形	(129)
§ 4	四边形	(141)
§ 5	相似三角形	(147)
§ 6	勾股定理	(153)

第八章 圆

§ 1	圆的基本性质	(156)
§ 2	等分圆周※	(161)
§ 3	直线与圆相切	(164)
§ 4	圆与圆相切	(167)
§ 5	弧长、扇形面积	(170)
§ 6	简单图形的面积和体积计算举例※	(172)

第九章 平面三角

§ 1	锐角三角函数	(175)
-----	--------	-------

§ 2	特殊角的三角函数值、三角函数表	(177)
§ 3	余角的三角函数	(179)
§ 4	同角的三角函数关系	(180)
§ 5	解直角三角形及其应用	(183)
§ 6	任意角的三角函数	(186)
§ 7	用单位圆中的线段表示三角函数	(191)
§ 8	任意角的三角函数化为锐角三角函数	(193)
§ 9	正弦定理和余弦定理	(197)
§ 10	解任意三角形及其应用	(199)
§ 11	加法定理及其推论	(203)

第十章 函数 及其 图 象

§ 1	函数的概念	(212)
§ 2	一次函数及其图象	(215)
§ 3	二次函数及其图象	(217)
§ 4	指数函数及其图象	(219)
§ 5	对数函数及其图象	(221)
§ 6	三角函数的图象	(224)
§ 7	反三角函数及其图象	(226)

第一章 分数和比例

§ 1 分 数

一、分数的意义

在日常生活和生产实践中，经常要用到分数。例如，某班有工农兵学员45人，其中解放军战士6人，那末，解放军战士就占全班学员的四十五分之六。这里的“四十五分之六”就是一个分数，写成 $\frac{6}{45}$ 。又如把一斤化肥分成四等分，那末其中的一份就是

四分之一斤，写成 $\frac{1}{4}$ 斤，其中的三份就是四分之三斤，写成 $\frac{3}{4}$ 斤。可见，把一个整

体分成若干等分，表示其中的一份或几份的数，叫做分数。

分数一般可以表示为 $\frac{b}{a}$ 读作“a分之b”。其中a叫做分母，b叫做分子，中间的横綫叫做分数线。

除法也可以用分数来表示，例如

$$1 \div 3 = \frac{1}{3}, \quad 3 \div 4 = \frac{3}{4}, \quad 5 \div 6 = \frac{5}{6}。$$

所以，除法和分数的关系是：除数相当于分母，被除数相当于分子，商数相当于分数值，分数线相当于除号。如用式子表示，就是

$$\frac{\text{分子(被除数)}}{\text{分母(除数)}} = \text{分数值(商数)}。$$

例 如 $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75, \quad \frac{6}{5} = 6 \div 5 = 1.2,$

$$\frac{7}{7} = 7 \div 7 = 1。$$

比较分数 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{6}{5}$ 、 $\frac{7}{7}$ ，不难看出，第一个分数的分子比分母小，第二个分数的分子比分母大，第三个分数的分子和分母相等。分子比分母小的分数叫做真分数。如 $\frac{3}{4}$ ，

$\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{10}$ ， $\frac{5}{7}$ ， $\frac{12}{13}$ 等都是真分数。分子比分母大或分子和分母相等的分数，叫做

假分数。如 $\frac{6}{5}$ ， $\frac{3}{2}$ ， $\frac{8}{5}$ ， $\frac{11}{10}$ ， $\frac{7}{7}$ ， $\frac{100}{100}$ 等都是假分数。

一个假分数可以化成整数加一个真分数的形式。如 $\frac{6}{5} = \frac{5+1}{5} = 1 + \frac{1}{5}$ ，通常还把分数部分挨着整数部分，如 $1 + \frac{1}{5}$ 写成 $1\frac{1}{5}$ ，这叫做带分数，读成“一又五分之一”，又如 $2 + \frac{4}{5}$ 写成 $2\frac{4}{5}$ ，读成“二又五分之四”等等。

二、分数的基本性质，约分和通分

从分数和除法的关系 $b \div a = \frac{b}{a}$ 可得：分数的分子分母都扩大或都缩小同样的倍数，分数的值不变。用式子表示，就是

$$\frac{b}{a} = \frac{b \times m}{a \times m}, \quad (m \text{ 不能是零})$$

$$\frac{b}{a} = \frac{b \div n}{a \div n}. \quad (n \text{ 不能是零})$$

当数 a 和数 b 同时能被一个或几个数整除时，这些数都叫做数 a 和数 b 的公约数。公约数中最大的一个，叫做最大公约数。例如 12 和 18 同时能被 2、3、6 整除，所以这些数都是 12 和 18 的公约数，其中 6 是最大公约数。

把一个分数的分子和分母同时除以它们的公约数使其简化，叫做约分。约分时，最后要使分数成为最简的形式（即分数的分子和分母只能同时被 1 整除）。例如，对分数

$\frac{48}{84}$ 来说，6 是分子和分母的公约数，所以用 6 除分子和分母，即得

$$\frac{48}{84} = \frac{8}{14},$$

但 14、8 还有公约数 2，所以再用 2 除分子和分母得

$$\frac{48}{84} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7},$$

而 4 和 7 再没有公约数（除 1 以外）了，所以 $\frac{4}{7}$ 就是最简分数。

把几个分数化成同分母的分数，叫做通分。为什么要通分？例如，比较 $\frac{2}{5}$ 与 $\frac{3}{5}$ 的大小，显然 $\frac{3}{5}$ 大于 $\frac{2}{5}$ ，因为把一个量分为 5 等分，自然 3 份比 2 份大。但比较 $\frac{3}{4}$ 与 $\frac{6}{7}$ 谁大谁小，就不容易判断了。然而，如果化成同分母的分数（即通分）后，就好比较了。例如

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28},$$

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \times 4}{7 \times 4} = \frac{24}{28}.$$

显而易见， $\frac{24}{28}$ 大于 $\frac{21}{28}$ ，即 $\frac{6}{7}$ 大于 $\frac{3}{4}$ 。

通分后的新分母，显然是原来各个分母公共的倍数。因此，找这个新分母最直接的方法是：把各分数的分母相乘。但有时这样求得的新分母太大，例如，将 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{4}{9}$ 通分，得

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} &= \frac{1 \times 8 \times 9}{2 \times 8 \times 9} = \frac{72}{144}, \\ \frac{3}{8} &= \frac{3 \times 2 \times 9}{8 \times 2 \times 9} = \frac{54}{144}, \\ \frac{4}{9} &= \frac{4 \times 2 \times 8}{9 \times 2 \times 8} = \frac{64}{144}.\end{aligned}$$

这里，144是2、8、9的公共倍数，但72也是2、8、9的公共倍数，因此，又可将 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{4}{9}$ 通分成

$$\frac{1}{2} = \frac{36}{72}, \quad \frac{3}{8} = \frac{27}{72}, \quad \frac{4}{9} = \frac{32}{72}.$$

几个数的公倍数不只一个，不过，总有一个最小的，这个最小的公倍数便称为这几个数的最小公倍数。所以，把几个分数通分时，最好是取各分母的最小公倍数做新分母。以下介绍求几个数的最小公倍数的方法。

例1 求18和30的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 30 \cdots \cdots \left\{ \begin{array}{l} \text{各数都被2整除，把公约数2提出来，并把所得的商9, 15} \\ \text{写下来。} \end{array} \right. \\ 3 & 9 \quad 15 \cdots \cdots \left\{ \begin{array}{l} \text{各数都能被3整除，把公约数3提出来，并把所得的商3, 5} \\ \text{写下来。} \end{array} \right. \\ & 3 \quad 5 \cdots \cdots \left\{ \begin{array}{l} \text{3和5只能被1整除，此外再没有公约数了。} \end{array} \right.\end{array}$$

把所有的公约数与最后一行各个数连乘起来所得的积

$$2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$$

就是18和30的最小公倍数。

例2 求6、12、14的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6 \quad 12 \quad 14 \cdots \cdots \left\{ \begin{array}{l} \text{各数都能被2整除，把公约数2提出来，并把所得的} \\ \text{商3, 6, 7写下来。} \end{array} \right. \\ 3 & 3 \quad 6 \quad 7 \cdots \cdots \left\{ \begin{array}{l} \text{前两数能被3整除，把公约数3提出来，并把所得的} \\ \text{商1, 2写下来，同时把不能被3整除的7也照写下来。} \end{array} \right. \\ & 1 \quad 2 \quad 7\end{array}$$

1、2、7任何两个再也没有公约数(除1外)了。因此，6、12、14的最小公倍数为

$$2 \times 3 \times 1 \times 2 \times 7 = 84.$$

从以上两例可以看出，求几个数的最小公倍数的步骤为：

(1) 把能整除各个数的约数提出来，并将除得的商写在下面；

(2) 若没有能整除所有各数的约数时, 则把能整除其中某几个数的约数提出来, 并把除这几个数的商写下来, 也把其它的数照写下来;

(3) 将上述过程不断进行, 直到写下来的数中任何两个都没有公约数(除1外)时为止;

(4) 把提出的所有公约数以及最后写下来的一行数连乘起来, 即得所求几个数的最小公倍数。

练 习

1、找下列各组数的最小公倍数:

(1) 2, 3; (2) 8, 12;

(3) 28, 70; (4) 42, 70, 105。

2、比较下列分数的大小:

(1) $\frac{5}{6}$ 与 $\frac{4}{5}$; (2) $\frac{10}{12}$ 与 $\frac{8}{10}$;

(3) $\frac{75}{99}$ 与 $\frac{150}{198}$; (4) 15 与 $\frac{625}{5}$ 。

§ 2 分 数 的 加 减 法

分数加、减法的意义和整数加、减法的意义一样, 加法是求两个数的和的运算; 减法是已知两个数的和与其中的一个加数, 求另一个加数的运算。加法与减法互为逆运算。

一、同分母分数的加减法

例1 $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = ?$

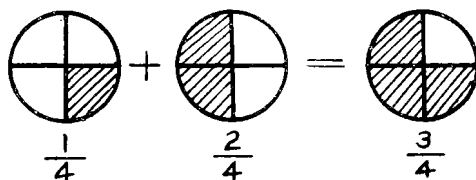


图 1—1

从图 1—1 可以看出

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}。$$

例2 $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ?$

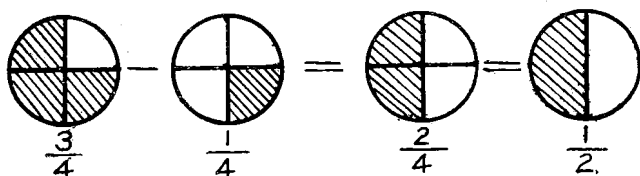


图 1—2

从图 1—2 可以看出

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}。$$

从这里我们得到同分母分数相加、减的规律是：分子相加、减，分母不变。用公式表示就是

$$\frac{b}{a} \pm \frac{c}{a} = \frac{b \pm c}{a}$$

例3 某工厂广大革命职工在毛主席“抓革命，促生产”的战役方针指引下，第一季度就完成了全年生产任务的 $\frac{26}{100}$ ，接着，第二季度又完成了全年生产任务的 $\frac{42}{100}$ 。问上半年共完成全年生产任务的百分之几？还剩下百分之几？

解：上半年共完成全年生产任务的

$$\frac{26}{100} + \frac{42}{100} = \frac{68}{100}。$$

还剩下的任务数为

$$\frac{100}{100} - \frac{68}{100} = \frac{32}{100}。$$

二、异分母分数的加减法

例4 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = ?$

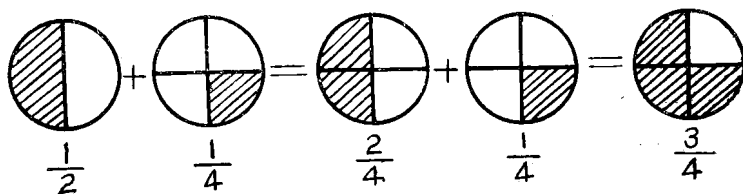


图 1—3

从图 1—3 可以看出：先把这些分数通分，然后再按同分母分数的加法进行演算。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}。$$

例5 $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = ?$

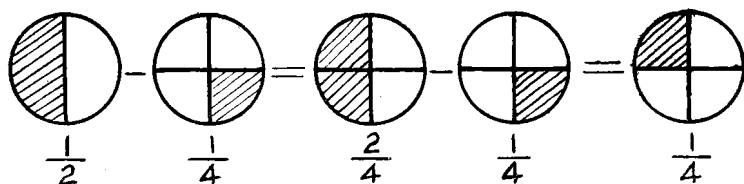


图 1—4

从图 1—4 可以看出：先要进行通分，然后按照上面的方法演算。

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}。$$

从这里我们得到异分母分数相加、减的规律是：先通分，然后再按照同分母分数的加、减法规律相加、减。

例6 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = ?$

解： $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}。$

例7 计算下列各题：

(1) $3\frac{1}{5} + 1\frac{2}{3} - \frac{7}{10}$ ， (2) $2 + 2\frac{1}{3} - 4\frac{1}{5}。$

解： (1) $3\frac{1}{5} + 1\frac{2}{3} - \frac{7}{10} = (3+1) + \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{7}{10}$
 $= 4 + \frac{6+20-21}{30} = 4 + \frac{5}{30} = 4 + \frac{1}{6} = 4\frac{1}{6}。$

(2) $2 + 2\frac{1}{3} - 4\frac{1}{5} = (2+2-4) + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$
 $= \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15}。$

练 习

1、计算下列各式：

(1) $\frac{1}{2} + \frac{7}{12} = ?$ (2) $\frac{5}{18} - \frac{1}{12} = ?$

(3) $20 + \frac{1}{9} = ?$ (4) $11 - \frac{1}{9} = ?$

(5) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = ?$ (6) $2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4} - 3\frac{2}{5} = ?$

$$(7) \quad 9\frac{7}{18} - 3\frac{7}{12} - 4 = ? \quad (8) \quad 2 - \frac{5}{7} = ?$$

2、某车间五月份的上、中、下旬各完成全月生产任务的 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{3}{7}$ ，问此车间全月完成任务多少？超额多少？（用分母为100的分数表示）

3、某翻砂车间铸出1260件零件中，有63件废品，问正品合格率是多少？（用分母为100的分数表示）

§ 3 分数的乘除法

一、分数的乘法

例1 $\frac{4}{9} \times 6 = ?$

解： $\frac{4}{9} \times 6$ 就是求6个 $\frac{4}{9}$ 的和，所以

$$\begin{aligned} \frac{4}{9} \times 6 &= \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \\ &= \frac{4+4+4+4+4+4}{9} = \frac{4 \times 6}{9} \\ &= \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}。 \end{aligned}$$

由此得出：整数乘分数，等于整数乘到分子上去，分母不变。用公式表示，就是

$$\frac{b}{a} \times c = \frac{b \times c}{a}$$

从例1还看到，分数的倍数是用分数和整数相乘来表示的，也就是说， $\frac{4}{5}$ 的3倍就是 $\frac{4}{5}$ 乘以3。我们可以推想， $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{2}{3}$ 倍也应当用 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{2}{3}$ 的乘积 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ 来表示。

以下介绍 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{2}{3}$ 相乘的方法。

例2 用含铁量占 $\frac{2}{3}$ 的铁矿石 $\frac{4}{5}$ 吨炼铁，如不计损耗，能炼出多少吨铁？

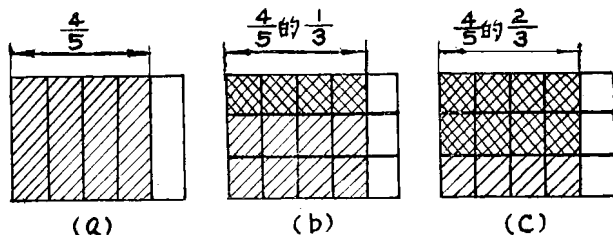


图 1-5

从图 1—5(a), 先把一吨铁矿石分成 5 份, 取其 4 份, 表示 $\frac{4}{5}$ 吨铁矿石。因铁只占铁矿石中的 $\frac{2}{3}$, 所以把 $\frac{4}{5}$ 吨再分成 3 份, 取其 2 份就是铁的含量 (如图 1—5(C) 中交叉线所示), 也是 $\frac{4}{5}$ 吨的 $\frac{2}{3}$, 由图看出, 铁的含量是 $\frac{8}{15}$ 吨。在 $\frac{8}{15}$ 中的分子 8 是 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{2}{3}$ 中分子的乘积 ($8 = 4 \times 2$), 分母 15 是 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{2}{3}$ 中分母的乘积 ($15 = 5 \times 3$), 因此有

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}。$$

即 $\frac{4}{5}$ 吨的铁矿石中含铁 $\frac{8}{15}$ 吨。故如不计损耗, 可炼出 $\frac{8}{15}$ 吨铁。

由此得出: 分数乘以分数, 用分子相乘的积做分子, 分母相乘的积做分母。 用公式表示, 就是

$$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}$$

在作分数相乘的过程中, 还须注意:

(1) 带分数相乘时, 必须先将带分数化为假分数, 然后才按分数乘法规律进行运算。如

$$2\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{12 \times 2}{5 \times 3} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}。$$

$$1\frac{4}{7} \times 1\frac{1}{3} = \frac{11}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{44}{21} = 2\frac{2}{21}。$$

(2) 可在运算中间进行约分, 以简化计算, 如上式中

$$\frac{12}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}。$$

如果两个数的乘积是 1, 那末这两个数叫做互为倒数。例如 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{5}{4}$, $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{2}$ 都是互为倒数。特别应该注意的是整数也有它的倒数, 如 2 的倒数是 $\frac{1}{2}$ 因为 2 可以看成分母为 1 的分数 $\frac{2}{1}$ 。

二、分数的除法

例 1 一根电线, 剪下 $5\frac{1}{3}$ 米安装电灯, 而剪下的刚好是全长的 $\frac{2}{5}$, 问这根电线的全长是多少米?

解: 根据题意

$$\text{全长} \times \frac{2}{5} = 5\frac{1}{3} \text{ 米, 即}$$

$$\text{全长} \times \frac{2}{5} = \frac{16}{3} \text{ 米,}$$

由于除法是乘法的逆运算(与整数情形相同), 所以

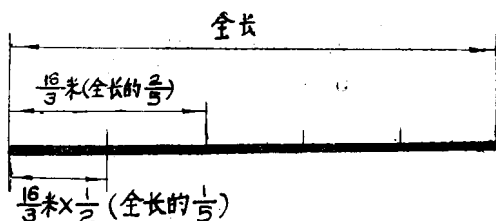


图 1-6

$$\text{全长} = \frac{16}{3} \text{ 米} \div \frac{2}{5} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

这里遇到分数的除法, 我们还不计算。但是, 我们可从另一途径计算出全长。因为已知条件告诉我们, $\frac{16}{3}$ 米是全长的 $\frac{2}{5}$ (如图1-6所示), 所以 $\frac{16}{3}$ 米的一半是全长的 $\frac{1}{5}$, 即 $\frac{16}{3}$ 米 $\times \frac{1}{2}$ 是全长的 $\frac{1}{5}$, 因而 $\frac{16}{3}$ 米 $\times \frac{1}{2}$ 的 5 倍就是全长。

$$\text{全长} = (\frac{16}{3} \text{ 米} \times \frac{1}{2}) \times 5 = \frac{16}{3} \text{ 米} \times \frac{5}{2} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

从②式容易算出

$$\text{全长} = \frac{16}{3} \text{ 米} \times \frac{5}{2} = \frac{40}{3} \text{ 米} = 13\frac{1}{3} \text{ 米。}$$

比较①式和②式, 可得

$$\frac{16}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{16}{3} \times \frac{5}{2} \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

③式告诉我们: 两分数相除, 等于被除数乘以除数的倒数。这就是分数除法的规律。用公式表示, 就是

$$\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}$$

毛主席指出“矛盾着的双方, 依据一定的条件, 各向着其相反的方面转化。”分数的除法与乘法就是一对矛盾。当引进倒数概念后(条件), 除法便可转化为乘法。分数除法的规律, 正是对立统一法则在数学上的反映。

例2 计算:

$$4 \div \frac{4}{5} = ? \quad \frac{2}{7} \div 3 = ? \quad \frac{4}{3} \div \frac{1}{7} = ?$$

解: 应用分数除法规律

$$4 \div \frac{4}{5} = \frac{4}{1} \div \frac{4}{5} = \frac{4}{1} \times \frac{5}{4} = 5;$$

$$\frac{2}{7} \div 3 = \frac{2}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{2}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{21};$$

$$\frac{4}{3} \div \frac{1}{7} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{1} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}。$$

例3 计算:

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{8} \div \frac{5}{9} = ?$$

解:
$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{8} \div \frac{5}{9} = \frac{4}{5} \times \frac{8}{3} \div \frac{5}{9} = \frac{32}{15} \div \frac{5}{9}$$

$$= \frac{32}{15} \times \frac{9}{5} = \frac{96}{25} = 3\frac{21}{25}。$$

如果一个分数的分子和分母都含有分数, 或者其中的一个含有分数, 这样的分数叫做繁分数。如

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}; \quad \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{2}}; \quad \frac{5 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{5}}。$$

计算繁分数的步骤, 一般是先计算繁分数的分子和分母, 然后相除。

例4
$$\frac{5 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{5}} = ?$$

解:
$$\frac{5 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{5 \times 2 - 1}{2}}{\frac{1 \times 5 + 2 \times 4}{20}} = \frac{\frac{10 - 1}{2}}{\frac{5 + 8}{20}}$$

$$= \frac{\frac{9}{2}}{\frac{13}{20}} = \frac{9}{2} \div \frac{13}{20} = \frac{9}{2} \times \frac{20}{13} = \frac{90}{13} = 6\frac{12}{13}。$$

例5 化简:

$$\frac{1\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{4} \times 1\frac{5}{6}}{2\frac{1}{3} \times 2\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{6}}。$$

解:
$$\frac{1\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{4} \times 1\frac{5}{6}}{2\frac{1}{3} \times 2\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{6}} = \frac{\frac{5}{3} \times \frac{7}{4} \times \frac{11}{6}}{\frac{7}{3} \times \frac{11}{4} \times \frac{25}{6}}$$

$$= \frac{(\frac{5}{3} \times \frac{7}{4} \times \frac{11}{6}) \times 3 \times 4 \times 6}{(\frac{7}{3} \times \frac{11}{4} \times \frac{25}{6}) \times 3 \times 4 \times 6} = \frac{5 \times 7 \times 11}{7 \times 11 \times 25} = \frac{1}{5}。$$

练 习

1、计算下列各式：

$$(1) \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = ?$$

$$(2) 3 \times \frac{2}{5} = ?$$

$$(3) \frac{7}{9} \times \frac{6}{21} \times \frac{3}{8} = ?$$

$$(4) \frac{6}{11} \times 3 \times \frac{11}{12} = ?$$

$$(5) \frac{14}{15} \div \frac{7}{10} = ?$$

$$(6) 12 \div \frac{3}{4} = ?$$

$$(7) \frac{5}{6} \div \frac{4}{9} \div \frac{6}{7} = ?$$

$$(8) \frac{5}{12} \div 3 \div \frac{35}{36} = ?$$

2、化简下列各式：

$$(1) \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}},$$

$$(2) \frac{2 - \frac{1}{3} \div 3 - \frac{1}{2}}{3 - \frac{1}{8} \times 1 - \frac{3}{5}},$$

$$(3) \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}.$$

3、松木的比重为 $\frac{13}{20}$ (吨/米³)， $\frac{3}{5}$ 立方米的松木重多少吨？

4、不锈钢中，铬占 $\frac{3}{25}$ ，现有 $\frac{4}{5}$ 吨铬，可炼多少吨不锈钢？

5、轧制 $\frac{5}{13}$ 吨钢材，用电35度。问轧制1吨钢材，用电多少度？

§ 4 分数的四则混合运算

分数的四则混合运算，和整数四则运算一样，也是先算乘除，后算加减。如果式子里有括号，先演算括号里的式子，把所得的结果再与括号外的数按顺序演算。

例1 $\frac{15}{17} \div \frac{22}{51} \times \frac{11}{30} \div 3 = ?$

解： $\frac{15}{17} \div \frac{22}{51} \times \frac{11}{30} \div 3$
 $= \frac{15}{17} \times \frac{51}{22} \times \frac{11}{30} \times \frac{1}{3}$
 $= \frac{1}{4}.$

例 2 $\frac{17}{24} + \frac{2}{3} \div \frac{8}{5} - \frac{5}{14} \times \frac{7}{15} = ?$

解: $\frac{17}{24} + \frac{2}{3} \div \frac{8}{5} - \frac{5}{14} \times \frac{7}{15}$
 $= \frac{17}{24} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{8} - \frac{5}{14} \times \frac{7}{15}$
 $= \frac{17}{24} + \frac{5}{12} - \frac{1}{6}$
 $= \frac{17 + 5 \times 2 - 1 \times 4}{24} = \frac{23}{24}。$

例 3 $4 - \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{2}{5} \div \frac{2}{3}} = ?$

解: $4 - \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{2}{5} \div \frac{2}{3}} = 4 - \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}}$
 $= 4 - \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{9}}{\frac{5}{6} - \frac{3}{5}} = 4 - \frac{\frac{2 \times 3 + 1}{9}}{\frac{5 \times 5 - 3 \times 6}{30}}$
 $= 4 - \frac{\frac{7}{9}}{\frac{7}{30}} = 4 - \frac{7}{9} \times \frac{30}{7} = 4 - \frac{10}{3} = \frac{4 \times 3 - 10}{3} = \frac{2}{3}。$

例 4 $4\frac{47}{72} - \left\{ \frac{5}{6} + \left[3\frac{7}{8} - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{7}{9} \right) \right] \right\} = ?$

解: $4\frac{47}{72} - \left\{ \frac{5}{6} + \left[3\frac{7}{8} - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{7}{9} \right) \right] \right\}$
 $= 4\frac{47}{72} - \left\{ \frac{5}{6} + \left[3\frac{7}{8} - \left(\frac{7}{3} - \frac{16}{9} \right) \right] \right\}$
 $= 4\frac{47}{72} - \left\{ \frac{5}{6} + \left[3\frac{7}{8} - \frac{5}{9} \right] \right\}$
 $= 4\frac{47}{72} - \left\{ \frac{5}{6} + \left[3\frac{63}{72} - \frac{40}{72} \right] \right\}$
 $= 4\frac{47}{72} - \left\{ \frac{5}{6} + 3\frac{23}{72} \right\} = 4\frac{47}{72} - \left\{ \frac{60}{72} + 3\frac{23}{72} \right\}$
 $= 4\frac{47}{72} - 4\frac{11}{72} = \frac{36}{72} = \frac{1}{2}。$

例 5 计算 $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}$

解:
$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{4}}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{9}{5}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{5}{9}} = \frac{1}{\frac{14}{9}} = \frac{9}{14}。 \end{aligned}$$

练 习

1、 $\frac{28}{33} \times \frac{3}{70} \div \frac{21}{121} = ?$

2、 $6\frac{2}{5} \times \left(2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2} \right) \div 1\frac{1}{5} = ?$

3、 $3\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6} = ?$

4、 $\frac{8}{9} \times \left\{ 3\frac{1}{4} + \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4} \right) \div \frac{3}{2} \right\} = ?$

5、 $\frac{5}{16 - \frac{11}{2 - \frac{1}{6}}} = ?$

6、 $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = ?$

§ 5 百 分 数

百分数是分母为 100 的特殊分数，这种分数也是经常用到的。例如，解放前贫下中农占农村总人口的百分之七十，地主只占农村人口的百分之五，而地主却霸占耕地总面