

中西算学大成

中西算學大成

中西算學大成卷二十五

嘉善陳維祺纂

諸比例三

和數比例

比例之中有合率而復有和數者。將幾比例之率合為一比例。故謂之合率。至於有總數又有分數。以分數合而與總數相比。則謂之和數。其在九章總名差分。而其實總不越比例之理。故今直名之曰和數比例。其立法有以實數與實數比者。如合眾人數與總物數之比。即若每人數與每物數之比是也。有以所立衰數與實數比者。如合眾衰數與總物數之比。即若每人衰數與每物數之比是也。又或以加倍數成率者。其得數亦為加倍之數。或以兩數相乘而成率者。其得數亦為兩數相乘之數。要之皆以比例而得。故於各條詳加解說。以明其故焉。

設如南北二商。合本貿易。南出本銀一百五十兩。北出本銀二百五十兩。共得利銀一千兩。按各人所出本銀之分分之。問二人各得利銀幾何。

法以南出本銀一百五十兩。與北出本銀二百五十兩。相併得四百兩。為一率。利銀一千兩為二率。南出本銀一百五十兩為三率。推得四率三百七十五兩。即南所分利銀。於共利一千兩內。減三百七十五兩。餘六百二十五兩。即北所分利銀也。如以二人本銀共四百兩為一率。二人共利一千兩為二率。北出本銀二百五

十兩為三率。推得四率六百二十五兩。即北所出利銀也。此法蓋以二人共本比共利。即如每人各本比各利。而為相當比例四率也。

設如趙周馮三人合夥生理。趙出本銀一千兩。周出本銀八百兩。馮出本銀六百兩。共得利銀一千二百兩。按各人所出本銀之分分之。問三人各得利銀幾何。

法以三人各出本銀相併。得二千四百兩為一率。三人共得利銀一千二百兩為二率。三人所出本銀各為三率。推得各四率。趙五百兩。周四百兩。馮三百兩。即為各人所得利銀也。

設如甲乙丙三商。共出本銀一千五百二十兩。得利銀一百九十兩。甲分一百二十兩。乙分四十兩。丙分三十兩。問各人原本銀若干。

法以共利銀一百九十兩為一率。共本銀一千五百二十兩為二率。共分利銀各為三率。推得各四率。甲九百六十兩。乙三百二十兩。丙二百四十兩。為各人本銀之數也。

設如甲丙戊三人合本貿易。共得利銀三千二百二十兩。甲本銀三千六百兩。丙本銀五百一十兩。戊本銀不知其數。但知該分利銀四百八十兩。問其本銀若干。

法以三人共得利銀三千二百二十兩。內減戊之利銀四百八十兩。餘二千七百四十兩為一率。甲丙二人本銀相併。得四千一百一十兩為二率。戊利銀四百八

十兩為三率。推得四率七百二十兩。即戊之本銀也。此法於總利中減去戊利銀。所餘者即甲丙二人之利銀。故以甲丙二人之共利銀與甲丙二人之共本銀相比。即若戊一人之利銀與戊一人之本銀相比也。

設如甲乙丙三商。共出本銀一千五百二十兩。今得本利共銀一千七百一十兩。甲分本利共銀一千零八十兩。乙分本利共銀三百六十兩。丙分本利共銀二百七十兩。問三人所分本利各若干。

法以三人所得本利共銀一千七百一十兩為一率。共出本銀一千五百二十兩為二率。各人所分本利共銀各為三率。推得各四率。甲本銀九百六十兩。乙本銀三百二十兩。丙本銀二百四十兩。以各人本銀減各人共銀。甲得利銀一百二十兩。乙得利銀四十兩。丙得利銀三十兩也。

設有三人合本貿易。第一人出本銀五百兩。係七成。第二人出本銀一千兩。係八成。第三人出本銀一千五百兩。係九成。共得利銀二千兩。皆係十成。問每人應得利銀若干。

法以各人所出本銀與各銀成色相乘。第一人乘得三百五十兩。第二人乘得八百兩。第三人乘得一千三百五十兩。三數相加。共得二千五百兩為一率。共得利銀二千兩為二率。每人乘得之數各為三率。推得各四率。第一人得二百八十兩。

第二人得六百四十兩。第三人得一千零八十兩。即各人應得利銀也。此法以各銀成色乘各人銀數者。是將各銀成色俱變作十成銀也。如第一人七成銀五百兩。變作十成銀止得三百五十兩。第二人八成銀一千兩。變作十成銀止得八百兩。第三人九成銀一千五百兩。變作十成銀止得一千三百五十兩。併之得十成銀二千五百兩。故以總十成銀二千五百兩與共利銀二千兩之比。即若每人十成本銀與每人應得利銀之比也。

設如甲丙戊三人合本貿易。其所出本銀多寡不同。時日亦不同。甲出本銀六百兩。係八個月。丙出本銀四百五十兩。係六個月。戊出本銀五百兩。係十個月。共得利銀一千兩。問各人應分利銀幾何。

法以各人本銀與各人月分相乘。甲乘得四千八百兩。丙乘得二千七百兩。戊乘得五千兩。三數相併得一萬二千五百兩。為一率。共利銀一千兩為二率。各人乘得之數為三率。推得各四率。甲得三百八十四兩。丙得二百一十六兩。戊得四百兩。即為各人應得利銀也。此法先以各人本銀乘各人月分者。蓋以各人所出本銀按月分以加倍。則行利亦按月加倍也。

設如乙丙丁三人合夥生理。乙出本銀二百兩。係八個月。出本之兩月後。又添本銀四十兩。丙出本銀三百二十兩。係六個月。出本之一月後。又添本銀八十兩。丁出

本銀一百六十兩。係十個月。共得利銀三百六十兩。問每人各該利銀幾何。

法以乙本銀二百兩。與八個月相乘。得一千六百兩。又以後添四十兩。與六個月

相乘。因出本之兩月後得二百四十兩。此兩數相加。得一千八百四十兩。為乙之

衰數。又添銀故用六月以丙本銀三百二十兩。與六個月相乘。得一千九百二十兩。又以後添八十

兩。與五個月相乘。因出本之一月後得四百兩。此兩數相加。得二千三百二十兩。

為丙之衰數。以丁本銀一百六十兩。與十個月相乘。得一千六百兩。即丁之衰數。

乃以三人衰數相加。得五千七百六十兩。為一率。三百六十兩為二率。各人衰數

各為三率。推得各四率。乙得一百一十五兩。丙得一百四十五兩。丁得一百兩。即

各人應得利銀也。此法因出銀前後各不同。故以各人出銀。節次乘各人月分。而

得各人衰數。既得各人衰數。則相加而與總利銀為比。即如各人衰數。與各人利銀

相比也。

設如甲乙丙三商。合本貿易。共得利銀一千兩。甲本銀三百兩。係十個月。乙本銀六

百兩。丙本銀四百兩。俱不知月分。其利銀則甲分五百兩。乙分三百兩。丙分二百

兩。問乙丙二人。出本銀月分各幾何。

法以甲之利銀五百兩。為一率。甲之本銀三百兩。與十個月相乘。得三千兩。為二

率。乙之利銀三百兩。為三率。推得四率一千八百兩。為乙本銀六百兩。與月分相

乘之數。以乙本銀六百兩除之。得三個月。即乙出銀月分。如以丙利銀二百兩為三率。則得四率一千二百兩。為丙本銀四百兩。與月分相乘之數。以丙本銀四百兩除之。得三個月。即丙出本銀月分也。

設如乙丙丁三人。合本貿易。共得利銀三百八十兩。丙得利銀為乙三分之一。丁得利銀為乙四分之一。乙之本銀為八十兩。收利十二個月。丙丁二人本銀不知數。但知丙收利銀係八個月。丁收利銀係四個月。問乙丙丁利銀各若干。丙與丁本銀各若干。

法以十二分為乙衰。

兩分母相乘之數。

取其三分之一。得四分為丙衰。又取其四分之一。

得三分為丁衰。將三衰數相併。得一十九分為一率。共利三百八十兩為二率。以各人衰數。各為三率。推得各四率。乙之利銀得二百四十兩。丙之利銀得八十兩。丁之利銀得六十兩。又用乙利銀二百四十兩為一率。乙本銀八十兩與十二個月相乘。得九百六十兩為二率。丙利銀八十兩為三率。推得四率三百二十兩。為丙本銀八個月之共。分。以八個月除之。得四十兩。即丙之本銀。復以乙利銀二百四十兩為一率。乙本銀九百六十兩為二率。丁利銀六十兩為三率。推得四率二百四十兩。為丁本銀四個月之共。分。以四個月除之。得六十兩。即丁之本銀也。

設如甲丙戊三家。每日派一人當差。論各家田數定日之多少。甲田八十畝。丙田六

十畝。戊田五十二畝。問一年連閏各應當差幾日。

法以甲丙戊三家田數。甲八十六相併得一百九十二畝為一率。一年連閏月作三百八十四日為二率。各家田數各為三率。推得各四率。甲當差一百六十日丙當差一百二十日。戊當差一百零四日。併之得三百八十四日。合一年連閏月之數也。

設如二人居住相隔一千四百里。同日起身。一人日行八十里。一人日行六十里。問途中幾日相會。

法以八十里與六十里相併得一百四十里為一率。一日為二率。一千四百里為三率。推得四率十日。即相會之日也。此法以八十里六十里相併為一率者。每一日之內兩人共行一百四十里也。一百四十里行一日。則一千四百里行十日矣。設有銀四百八十六兩。糴米麥豆三色。其石數相等。米每石價銀一兩二錢。麥每石價銀九錢。豆每石價銀六錢。問石數若干。

法以米價一兩二錢。麥價九錢。豆價六錢相併。共得二兩七錢為一率。一石為二率。總銀四百八十六兩為三率。推得四率一百八十石。即各色之石數也。此法蓋因三色之石數既相等。故三色每石之共價與每一石之比。即同於三分之共價四百八十六兩與每一分之一百八十石之比也。

設有銀一千二百兩。買綾絹二色。絹一分。綾二分。綾每疋價銀三兩六錢。絹每疋價銀二兩四錢。問綾絹與價銀各幾何。

法以綾價三兩六錢。二因之。

綾二分故用二因

得七兩二錢。與絹價二兩四錢相加。共得

九兩六錢。為一率。絹一疋為二率。總銀一千二百兩為三率。推得四率一百二十五疋為絹數。倍之得二百五十疋為綾數。以絹每疋價銀二兩四錢。與絹一百二十五疋相乘。得三百兩。為共絹價。以綾每疋價銀三兩六錢。與綾二百五十疋相乘。得九百兩。為共綾價也。此法蓋因絹為一分。綾為二分。故將綾價二因之。與絹價相加。即綾二疋。絹一疋之共價。以與絹一疋相比。即同於綾二分。絹一分之共價。一千二百兩。與絹一分一百二十五疋相比也。

設有銀三百三十六兩。買羅八十疋。絹一百二十疋。羅每疋價比絹每疋價加一倍。問羅價。絹價各幾何。

法以羅八十疋。倍之。得一百六十疋。與絹一百二十疋相加。得二百八十疋。為一率。絹一疋為二率。總銀三十六兩為三率。推得四率一兩二錢。即絹每疋之價。倍之得二兩四錢。即羅每一疋之價也。此法蓋因羅價比絹價加一倍。故將羅疋數倍之。與絹疋數相加。為羅二倍。絹一倍之共數。以與絹一疋相比。即同於羅二倍。絹一倍之共價三百三十六兩。與絹一疋之價一兩二錢相比也。

設有銀七百八十五兩。令甲乙丙丁四人分之。乙得甲銀十分之七。丙得乙銀十四分之三。丁得丙銀十二分之九。問各分銀幾何。

法以一千六百八十分。

三分母連為甲衰

取甲十分之七。得一千一百七十六分。

為乙衰。取乙十四分之三。

得二百五十二分

為丙衰。取丙十二分之九。得一百八

十九分為丁衰。乃以四人衰數相併。得三千二百九十二分為一率。總銀七百八

十五兩為二率。各人衰數各為三率。推得各四率為甲分銀四百兩。乙分銀二百

八十兩。丙分銀六十兩。丁分銀四十五兩也。此法因各分母不同。恐難度盡。故以

分母連乘為甲衰。次各按分取其衰數。乃併各衰以與總銀為比。即同於各人衰

數。與各銀數相比也。

設如東西中三村。共納糧一千零三十六石。東村一百二十戶。每戶該納七分。西村

八十戶。每戶該納五分。中村六十戶。每戶該納四分。問各村納糧若干。每戶納糧

若干。

法以七分與東村一百二十戶相乘。得八百四十分。為東村衰數。以五分與西村

八十戶相乘。得四百十分。為西村衰數。以四分與中村六十戶相乘。得二百四十分

為中村衰數。乃以三村衰數相併。得一千四百八十分為一率。共納糧一千零三

十六石為二率。各村衰數各為三率。推得各四率。東村共該納糧五百八十八石。

西村共該納糧二百八十石中村共該納糧一百六十八石再以各村戶數歸除各村所納糧數則東村每戶該納糧四石九斗西村每戶該納糧三石五斗中村每戶該納糧二石八斗也

設如孫鄭褚三家買貨共載一船遠近船價不同孫家貨物九十五担每担船價六分鄭家貨物八十五担每担船價四分褚家貨物五十六担每担船價二分五釐因中途搬淺共貼銀二兩五錢二分欲照船價分派問各該若干

法以孫貨九十五担與每担六分相乘得兩七錢以鄭貨八十五担與每担四分相乘得三兩四錢以褚貨五十六担與每担二分五釐相乘得一兩四錢乃以三家船價相併共得一十兩五錢為一率共貼銀二兩五錢二分為二率一兩為三率推得四率二錢四分即為每一兩應貼之數復以各家船價乘之得孫應出銀一兩三錢六分八釐鄭應出銀八錢一分六釐褚應出銀三錢三分六釐也

設如甲丙戊三縣共納米四千石論縣之大小米之貴賤運之遠近分之甲縣有三千三百六十戶每米一石價銀八錢運至六十里丙縣有一千二百戶每米一石價銀一兩運至三十里戊縣有二千四百戶每米一石價銀六錢運至八十里問每縣該米若干

法以甲縣米價八錢與六十里相乘得四百八十用此數歸除甲縣三千三百六

十戶得七為甲縣衰數。又以丙縣米價一兩與三十里相乘得三百。用此數歸除丙縣一千二百戶得四。為丙縣衰數。以戊縣米價六錢與八十里相乘得四百八十。用此數歸除戊縣二千四百戶得五。為戊縣衰數。乃以此三衰數相併得一十六為一率。總米四千石為二率。各縣衰數各為三率。惟得各四率為甲縣納一千七百五十石。丙縣納一千石。戊縣納一千二百五十石也。

設如甲乙丙丁戊五處共輸粟二千石。以田地之多寡道里之遠近粟價之貴賤均輸之。甲田一萬三千零六十畝。粟每石價銀二兩。自輸本處。乙田一萬三千二百一十二畝。粟每石價銀一兩。至輸所二百里。丙田七千一百八十二畝。粟每石價銀一兩二錢。至輸所一百五十里。丁田一萬三千三百三十八畝。粟每石價銀一兩七錢。至輸所二百五十里。戊田五千一百三十畝。粟每石價銀一兩三錢。至輸所一百五十里。每石每里車價四釐。問各處所輸若干。

法以甲粟每石價二兩歸除甲田一萬三千零六十畝得六百五十三。為甲衰。次以乙輸所二百里與每石車價四釐相乘得八錢併入乙粟每石價一兩共一兩八錢歸除乙田一萬二千三百一十二畝得六百八十四為乙衰。次以丙輸所一百五十里與每石車價四釐相乘得六錢併入丙粟每石價一兩二錢共一兩八錢歸除丙田七千一百八十二畝得三百九十九為丙衰。次又以丁輸所二

百五十里。與每石車價四釐相乘。得一兩。併入丁粟每石價一兩七錢。共二兩七錢。歸除丁田一萬三千三百三十八畝。得四百九十四。為丁衰。次又以戊輸所一百五十里。與每石車價四釐相乘。得六錢。併入戊粟每石價一兩三錢。共一兩九錢。歸除戊田五千一百三十畝。得二百七十。為戊衰。乃合五衰。共二千五百。為一率。共粟二千石為二率。五處各衰各為三率。推得各四率。為甲輸五百二十二石四斗。乙輸五百四十七石二斗。丙輸三百一十九石二斗。丁輸三百九十五石二斗。戊輸二百一十六石也。此法蓋因地畝。以定粟數。故粟可以均。然粟價既有貴賤。而道里又有遠近。故取粟價以除地畝。正所以均其貴賤。而取車價併入粟價。以除地畝。又所以均其遠近也。

設如買米八十四石。每米一石。價一兩四錢七分。運價一錢三分。今欲抽未作運價。與之。問正米與運價米各幾何。

法以每石米價一兩四錢七分。與每石運價一錢三分相加。得一兩六錢為一率。總米八十四石為二率。每石米價一兩四錢七分為三率。推得四率七十七石一斗七升五合。即正米數。如先求運價米數。則仍以一兩六錢為一率。總米八十四石為二率。每石運價一錢三分為三率。推得四率六石八斗二升五合。即運價米數也。既得正米數。與運價相乘。得十兩零三分二釐七毫五絲。為共運價。而以運

費米數與米價相乘亦得十兩零三分二釐七毫五絲。其數適相當也。此法蓋因八十四石為正米與運價米之總數。今抽米作運費。故以米價與運價相併。亦為米價與運價之總數。以總價比總米。即同於米價比正米。又同於運價比運米也。此法即和數差分之變體。亦名就物抽分。因其於總米內抽運價。故為抽分。然要以米價運價之和與總米為比例。故附於和數比例之後。問同。

設有絲四十三斤十二兩。每織絹一疋。用絲一斤與織工絲四兩。問織絹絲與織工絲各幾何。

法以織絹絲一斤通為十六兩。與織工絲四兩相加。得二十兩為一率。總絲四十三斤十二兩。通為七百兩為二率。織工絲四兩為三率。得四率一百四十兩。收為八斤十二兩。即織工絲與總絲相減。餘三十五斤。即織絹絲也。

較數比例

比例之中有和數。而復有較數者。以數相合而為比例。故謂之和數。若夫因數之相較而成比例。則謂之較數。在九章謂之匿價。差分其立法。蓋以每一物與較數之比。即若共物與共較之比。或以共物之較。每與一物價之較為比。即若共物與每一物價之比也。又或有以實數相比者。或有以各物分數相比者。雖未有一定之規。然而總不越以彼此相差之較數為比例。故今實名之曰較數比例焉。

設有錢買綾羅二色。綾七尺。羅九尺。兩價相等。但知綾比羅每尺價多三十六文。問

口西算學大凡卷二十五
二色每尺價錢幾何。

法以綾一尺為一率。綾比羅每尺價多三十六文為二率。綾七尺為三率。推得四率二百五十二文。即綾七尺共多之數。又以綾七尺與羅九尺相減。餘羅二尺為一率。綾七尺共多二百五十二文為二率。羅一尺為三率。推得四率一百二十六文。即羅一尺之價。加多三十六文。得一百六十二文。即綾一尺之價。以一百二十六文乘羅九尺。得一千一百三十四文。以一百六十二文乘綾七尺。亦得一千一百三十四文。兩價相等也。此法蓋因綾一尺多三十六文。則綾七尺共多二百五十二文也。夫綾價多二百五十二文。羅多二尺。而其價相等。則二百五十二文即羅二尺之價。而羅一尺價一百二十六文也。既得羅價。則綾價亦可推矣。

又法以綾七尺與羅九尺相減。餘二尺為一率。綾比羅每尺價多三十六文為二率。綾七尺為三率。推得四率一百二十六文。即羅每尺之價。加多三十六文。得一百六十二文。即綾每尺之價。如以羅九尺為三率。推得四率一百六十二文。即綾每尺之價。減多三十六文。餘一百二十六文。即羅每尺之價也。此法共綾與共羅之較為二尺。綾每尺與羅每尺之較為三十六文。凡共物之較與共價之較相比。即同於共物與共價之比。而共物之較與每一物價之較相比。亦必同於共物每一物價之比。故以綾共少二尺。與羅每尺價少三十六文之比。即同於綾共七尺

與羅每尺價一百二十六文之比也。又以羅共多二尺。與綾每尺多比。亦即同於羅共九尺。與綾每尺價一百六十二文之比也。

設有稻一十八石。稷二十二石。兩價相等。如交換五石。則兩邊俱差銀一兩六錢。問每石價。與共價各若干。

法以交換五石為一率。相差一兩六錢為二率。稻一十八石為三率。推得四率五兩七錢六分。即稻一十八石共多之數。又以稻一十八石。與稷二十二石相減。餘稷四石為一率。稻一十八石共多五兩七錢六分為二率。稷一石為三率。推得四率一兩四錢四分。即稷一石之價。以稷二十二石乘之。得三十一兩六錢八分。即稷之共價。亦即稻之共價。以稻十八石除之。得一兩七錢六分。即稻一石之價也。如交換五石。則一為稻十三石。稷五石。稻十三石。價二十二兩八錢八分。稷五石。價七兩二錢。相加得三十一兩零八分。比共價三十一兩六錢八分。少一兩六錢。一為稷十七石。稻五石。稷十七石。價二十四兩四錢八分。稻五石。價八兩八錢。相加得三十三兩二錢八分。比共價三十一兩六錢八分。則多一兩六錢。是兩邊俱差一兩六錢也。此法蓋因稻五石多一兩六錢。則稻十八石共多五兩七錢六分也。夫稻多五兩七錢六分。稷多四石。而其價相等。則五兩七錢六分。即稷四石之共價。而稷一石價必一兩四錢四分矣。稷二十二石。價三十一兩六錢八分。與稻十