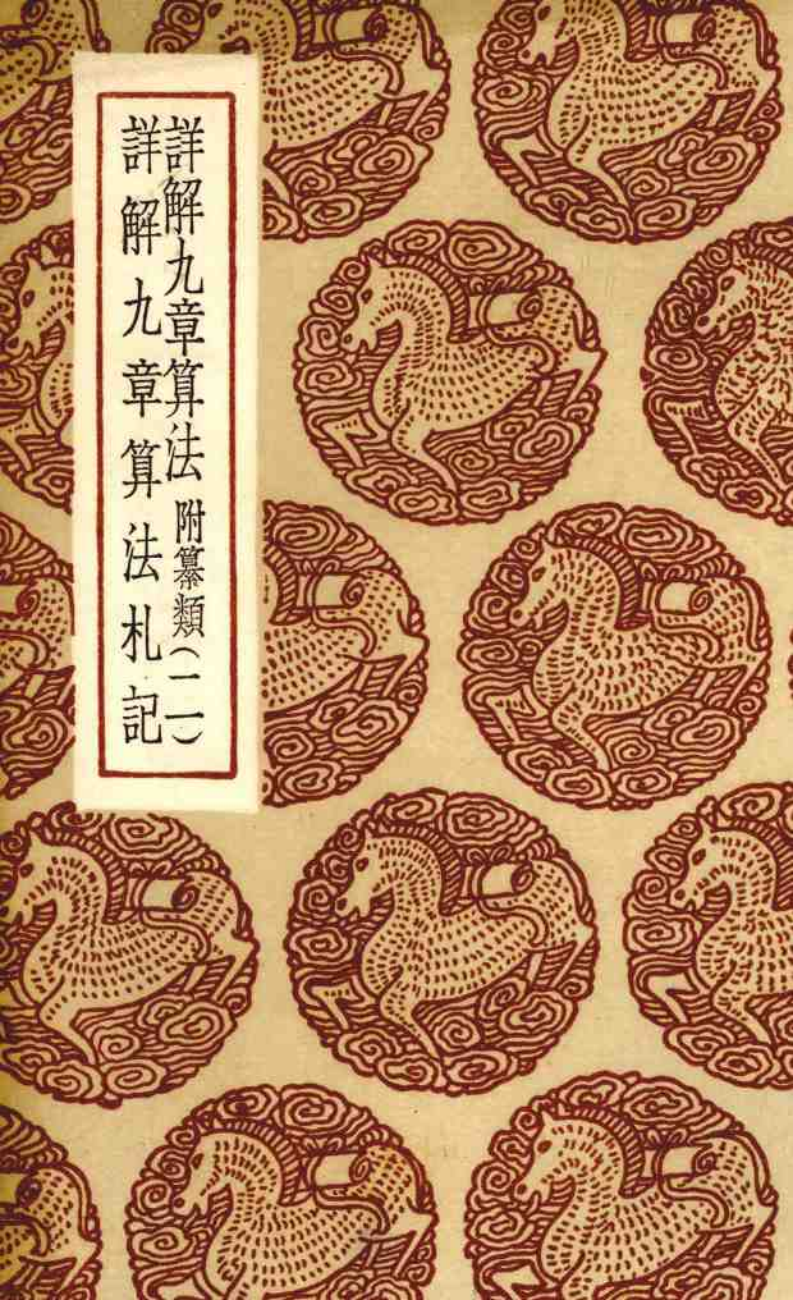
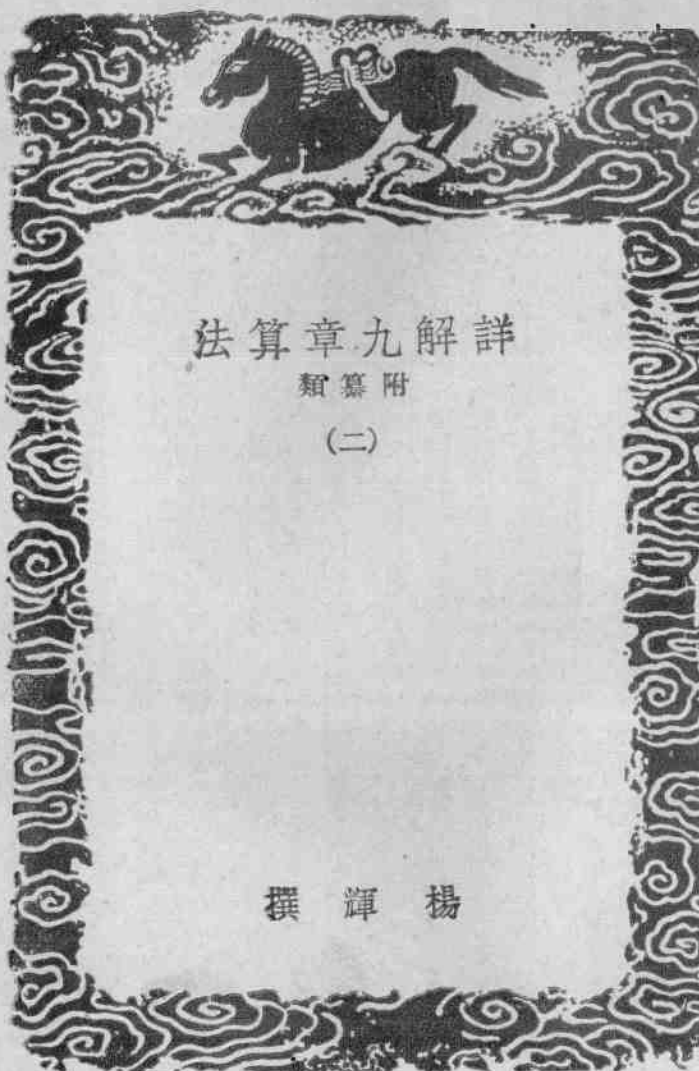


詳解九章算法附纂類(一一)  
詳解九章算法札記





詳解九章算法

附纂類

(二)

楊 輝 撰

# 詳解九章算法纂類

宋 楊 輝 編次

黃帝九章古序云。國家嘗設算科取士。選九章以爲算經之首。蓋猶儒者之六經。醫家之難素。兵法之孫子歟。昔聖宋紹興戊辰。算士榮榮謂靖康以來。罕有舊本。間有存者。狃於末習。向獲善本。得其全經。復起于學。以魏景元元年劉徽等。唐朝義大夫行太史令上輕車都尉李淳風等。註釋。聖宋右班直賈憲。撰草輝嘗聞學者謂九章題問頗隱。法理難明。不得其門而入。於是以答參問。用草考法。因法推類。然後知斯文非古之全經也。將後賢補贅之文。修前代已廢之法。刪立題術。又纂法問。詳著於後。儻得賢者改而正諸。是所願也。

## 九章互見目錄

楊輝竊見九章舊本。作立題法遺闕。古序云。靖康以來。罕有舊本。間有存者。狃於末習。不循本意。以至真術淹廢。僞本滋興。此說固然。殊不知所傳之本。亦不得其真矣。如粟米章之互換。少廣章之求由開方。皆重疊無謂。而作者題問。不歸章次。亦有之。今作纂類互見目錄。以辯其訛。後之明者。更爲詳釋。不亦善乎。古本二百四十六問。方田三十八問。竝乘除問。粟米四十六問。乘除六問。互換三十一。分率九

問。衰分二十問。互換十一。衰分九問。少廣二十四問。合率十一。勾股十三。商功二十八問。疊積二十七。勾股一問。均輸二十八問。互換十一。合率八問。均輸九問。盈不足二十問。互換三問。分率四問。合率一問。盈朒十一。方程一問。方程一十八問。竝本章問。勾股二十四問。竝本章問。

類題以物理分章。有題法又互之說。今將二百四十六問。分別門例。使後學亦可周知也。

乘除四十一問。方田三十八。粟米三問。除率九問。粟米五問。盈不足四。合率二十問。少廣章十一。均輸章八問。盈不足一問。互換六十三問。粟米三十八。衰分十一。均輸十一。盈朒三問。衰分一十八問。本章九問。均輸九問。疊積二十七問。竝商功章。盈不足十一問。竝本章。方程一十九問。盈朒一問。本章一十八問。勾股三十八問。少廣十三。商功一問。本章二十四。題兼二法者十二問。衰分。方程。九節竹。互換。盈朒。故問。糶米持錢之屬。油自和漆。合率。盈朒。瓜瓠求逢。分率。盈朒。玉石隱互。二酒求價。金銀易重。善惡求田。方程。盈朒。二器求容。牛羊直金。勾股。合率。勾中容方。前術問已注。今將訛舛。以法問淺深資次。類章更不重注。乘除第一。四十一問。今考該四十問。方田三十八。粟米二問。一十五法。方田十四。粟米一。直田法曰。廣從相乘。爲實。或爲積。如畝法而一。

廣十五步。從十六步。問田幾何。答曰：一畝。廣十二步。從十四步。問田幾何。答曰：一百六十八步。里田方田法曰：方自乘。爲積里。以一里之積三百七十五畝乘之。

方田一里。問爲田幾何。答曰：三頃七十五畝。廣二里。從三里。問田。答曰：二十二頃五十畝。圭田法曰：半廣以乘正。從。或半正從以乘廣。

圭田廣十二步。從二十一步。問田幾何。答曰：一百二十六步。圭田廣五步。二分步之一。從八步。三分步之二。問田。答曰：二十三步六分步之五。

斜田法曰：併兩斜。半之。以乘正。從。或併兩廣。乘半。從。或併兩廣。乘從。折半。

斜田南廣三十步。北闊四十二步。從六十四步。問田幾何。答曰：九畝一百四十四步。

斜田正廣六十五步。半。從七十二步。半。從一百步。問幾何。答曰：二十三畝七十步。

箕田舌廣二十步。踵廣五步。正從三十步。問田幾何。答曰：一畝一百三十五步。

箕田舌廣一百一十七步。踵廣五十步。正從一百三十五步。問田幾何。答曰：四十六畝二百三十二

步。半。箕田與斜田法同。

圓田法曰：半周半徑相乘。半周自乘。三而一。周自乘。十二而一。徑自乘。三之。四而一。周徑相乘。四而一。半徑自乘。三之。密率。周自乘。又七因之。如八十八而一。徽術。周自乘。又二十五乘。三百一十四

而一。

四周三十步。徑一十步。問田幾何。古術答曰。七十五步。密率答曰。七十一步二十二分步之十三。  
徽術答曰。七十一步一百五十七分步之一百三。四周一百八十一步。徑六十步三分步之一。  
問田幾何。古術答曰。一十一畝九十步十二分步之一。密率答曰。一十畝二百五步八十八分之  
八十七。劉徽術答曰。一十畝二百八步三百一十四分步之一百一十三。

畹田法曰。周徑相乘。四而一。

畹田。下周三十步。徑六十步。問田幾何。答曰。一百二十步。

畹田。下周九十九步。徑五十一步。問爲田幾何。答曰。五畝六十二步四分步之一。

弧田法曰。弧矢相乘。矢自乘。併之。如二而一。弧矢相併。乘矢半之。

弧田。弦三十步。矢十五步。問田幾何。答曰。一畝九十七步半。

弧田。弦七十八步二分步之一。矢十三步九分步之七。問田幾何。答曰。二畝一百五十五步八十一

分步之五十六。

環田法曰。併中外周而半之。以徑乘之。外周自乘。以中周自乘。減之餘。十二而一。

環田。中周九十二步。外周一百二十二步。徑五步。問田幾何。答曰。二畝五十五步。



環田中周六十二步四分步之三。外周一百一十三步二分步之一。徑十二步三分步之二。問田幾何。  
答曰。四畝一百五十六步四分步之一。古注。田環而不通匝。過周三徑一之率。故徑十二步三分步之二。李淳風等按。周三徑一考之。合徑八步二十四分步之十一。爲田三畝二十五步六十四分步之二十五。依密率。合徑八步一百七十六分步之十三。爲田二畝二百三十一步一千四百八分步之七百一十七。按徽術。當徑八步六百二十八分步之五十一。爲田二畝二百三十二步五千二十四分步之七百八十七。

約分法曰。可半者半之。不可半者。副置分母子之數。以少減多。更相減損。求等約之。

十八分之十二。問約之得幾何。答曰。三分之二。

九十一分之四十九。問約之得幾何。答曰。十三分之七。

合分法曰。母互乘子。併以爲實。母相乘爲法。實如法而一。不滿法者。以法命之。其母同者。直相從之。

二分之一。三分之二。四分之三。五分之四。合之得幾何。答曰。得二。餘六十分之四十三。

三分之一。五分之二。問合之幾何。答曰。得一十五分之十一。

三分之二。七分之四。九分之五。問合之得幾何。答曰。得一。餘六十三分之五十。

課分法曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。卽餘亦曰相多也。

九分之八減其五分之一問餘幾何。答曰四十五分之三十一。

四分之三減其三分之一問餘幾何。答曰十二分之五。

八分之五比二十五分之十六問孰多多幾何。答曰二十五分之十六多多二百分之三。

九分之八比七分之六問孰多多幾何。答曰九分之八多多六十三分之二。

二十一分之八比五十分之十七問孰多多幾何。答曰二十一分之八多多一千五十分之四十三。

平分法曰母互乘子副併諸子爲平實母相乘爲法以列數乘未併分子各自爲列實亦以列數乘法以平實減列實餘爲所減以列實減平實餘爲所益併所減以益少以法命平實各其平也。

二分之一三分之二四分之三減多益少幾何而平。答曰減四分之三求之者四。減三分之二求

之者一。益二分之一求之者五各平於三十六分之二十三。

三分之一三分之二四分之三問減多益少幾何而平。答曰減四分之三求之者二。減三分之二

求之者一。併以益原問三分之一各平於十二分之七。

乘分法曰分母各乘其全分子從之相乘爲實分母相乘爲法實如法而一。無平步者子相乘爲實母相乘爲法實如法而一。

田廣七步四分步之三從十五步九分步之五問爲田幾何。答曰一百二十步九分步之五。



田廣一十八步七分步之五。從二十三步十一分步之六。問爲田幾何。答曰。一畝二百步十一分步之七。

田廣三步三分步之一。從五步五分步之二。問爲田幾何。答曰。一十八步。

田廣步下五分步之四。從步下九分步之五。問爲田幾何。答曰。九分步之四。

田廣九分步之七。從十一分步之九。問爲田幾何。答曰。十一分步之七。

田廣七分步之四。從五分步之三。問爲田幾何。答曰。三十五分步之一十二。

除分法曰。人數爲法。錢數爲實。有分者通之。實如法而一。此術載於方田。

七人均八錢三分錢之一。問人得幾何。答曰。人得一錢二十一分錢之四。

三人三分人之一。均六錢三分錢之一。四分錢之三。問人得幾何。答曰。得三錢八分錢之一。

經率法。俗名商除。曰。錢數爲實。以所買率爲法。實如法而一。原載粟米章。

錢一百六十文。買甌甓十八枚。問枚價幾何。答曰。一枚。八錢九分錢之八。

錢十三貫五百。買竹二千三百五十箇。問箇價。答曰。五錢四十七分錢之三十五。

互換第二。五十六問。今考該五十五問。粟米三十一。衰分十一。均輸十一。盈朒二。二法互

換。取用。

互換乘除法曰。以所求率乘所有數爲實。以所有率爲法。實如法而一。置位草曰。錢錢物物數數率率。依本色對列。其各物原率。隨而下布。立式如後。

今有數。粟二斗。乘

一升。

乘

所有率粟率五十爲法。

所求率。稗米率。爲實。

粟二斗一升。問爲稗米幾何。答曰。一斗一升五十分升之十七。

粟三斗六升。問爲稗飯幾何。答曰。三斗八升二十五分升之二十二。

粟八斗六升。問爲鑿飯幾何。答曰。八斗二升二十五分升之一十四。

粟九斗八升。問爲御飯幾何。答曰。八斗二升二十五分升之八。

粟七斗八升。問爲鼓幾何。答曰。九斗八升二十五分升之七。

粟五斗五升。問爲殮幾何。答曰。九斗九升。

粟四斗。問爲熟菽幾何。答曰。八斗二升五分升之四。

粟二斗。問爲藥幾何。答曰。七斗。

粟三斗少半升。問爲菽幾何。答曰。二斗七升十分升之三。

粟四斗一升太半升。問爲菘幾何。答曰。三斗七升半。

粟五斗太半升問爲麻幾何。答曰四斗五升五分升之三。

粟一斗問爲糲米幾何。答曰六升。

粟四斗五升問爲粳米幾何。答曰二斗一升五分升之三。

粟七斗九升問爲御米幾何。答曰三斗三升五十分升之九。

粟一斗問爲小糲幾何。答曰二升十分升之七。

粟九斗八升問爲大糲幾何。答曰一石五升二十五分升之二十一。

粟二斗三升問爲糲飯幾何。答曰三斗四升半。

粟十斗八升五分升之二問爲麥幾何。答曰九斗七升二十五分升之一十四。

粟七斗五升七分升之四問爲稻幾何。答曰九斗三十五分升之二十四。

糲米十五斗五升五分升之二問爲粟幾何。答曰二十五斗九升。

糲米二斗問爲粟幾何。答曰三斗七升二十七分升之一。

粳米三斗少半升問爲粟幾何。答曰六斗三升三十六分升之七。

御米十四斗問爲粟幾何。答曰三十三斗三升少半升。

稻穀十二斗六升十五分升之一十四問爲粟幾何。答曰十斗五升九分升之七。

糲米十九斗二升七分升之一。問爲稗幾何。 答曰。十七斗二升一十四分升之一十三。

糲米六斗四升五分升之三。問爲糲飯幾何。 答曰。一十六斗一升半。

糲飯七斗六升七分升之四。問爲殮幾何。 答曰。九斗一升三十五分升之三十一。

菽一斗。問爲熟菽幾何。 答曰。二斗三升。

菽二斗。問爲豉幾何。 答曰。二斗八升。

麥八斗六升七分升之三。問爲小糲幾何。 答曰。二斗五升一十四分升之一十三。

麥一斗。問爲大糲幾何。 答曰。一斗二升。

絲一斤。價三百四十五。今有七兩一十二銖。問錢。 答曰。一百六十一錢三十二分錢之二十三。

縑一丈。價一百二十八。今有一匹九尺五寸。問錢。 答曰。六百三十三錢五分錢之三。

布一匹。價一百二十五。有布二丈七尺。問錢幾何。 答曰。八十四錢八分錢之三。

田一畝。收粟六升太半升。今有一頃二十六畝一百五十九步。問收粟幾何。 答曰。收粟八石四斗四

升十二分升之五。

取保一歲三百五十四日。價錢二貫五百。今先取一貫二百。問當幾日。 答曰。一百六十九日二十五

分日之二十三。

素一疋一丈。價六百二十五。今有錢五百。問得素幾何。答曰。得素一匹。

絲一十四斤。約得縑一十斤。今與絲四十五斤八兩。問縑幾何。答曰。三十二斤八兩。

絲一斤。耗七兩。今有絲二十三斤五兩。問耗幾何。答曰。耗一百六十三兩四銖半。

生絲三十斤。乾之。耗三斤十二兩。今有乾絲一十二斤。問生絲幾何。答曰。生絲一十三斤一十一兩

一十銖七分銖之二。

先取用而求互換。

善行者一百步。拙行者六十步。今拙者先行一百步。問善行者幾步追及。答曰。二百五十步。善行一

百步。拙行六十步。相減。餘四十步。爲法。

善行一百步。乘

善多四十爲法。拙先行百步。爲實。

遲者先往一十里。疾者追一百里。而過遲者二十里。問疾者幾何里而及之。答曰。三十三里少半里。

先行十里。

法三十里。乘疾者百。

兔先一百步。犬追二百五十步。不及三十步而止。問犬不止。更追幾步及之。答曰。一百七步七分步

之一。兔先一百。減犬不及三十。兔先七十步。爲法。

兔多三十步。

法七十步。乘犬追二百五十步。

糲米一十斗。白中不知原數。添粟滿而舂之。得米七斗。問新米幾何。答曰。四斗五升。

糲率三十。減粟率五十。餘二十。爲糠率。

米七斗。減十斗。餘三斗。爲糠數。以糲乘之。

糲米三十。糠率二十。爲法。

乘糠數三斗爲實。

金九。銀十一。其重適等。交易其一。則金輕一十三兩。問金銀一塊。各重幾何。答曰。金重二斤三兩十

八銖。銀重一斤一十三兩六銖。

取備負鹽二石。行一百里。與錢四十。今負鹽一石七斗三升少半升。行八十里。問與錢幾何。答曰。二

十七錢一十五分錢之十一。

負鹽二石。乘行一百里。爲法。

今負一石七斗三升少半升。乘行八十里。乘錢四十。爲實。

負籠重一石一十七斤。行七十六步。五十返。今負籠重一石。行一百步。問返幾何。答曰五十七返。二千六百三分返之一千六百二十九。

原負一石一十七斤。乘七十六步。爲法。——乘五十返。爲實。

今負籠重一石。行一百步。

絲一斤。直二百四十。今有一千三百二十八文。問爲絲幾何。答曰五斤八兩一十二銖五分銖之四。

貨錢一貫。月息三十。今貸七百五十。於九日歸之。求息幾何。答曰六錢四分錢之三。

絡絲一斤。爲練絲一十二兩。練絲一斤。爲青絲一斤一十二銖。今有青絲一斤。問爲絡絲幾何。答曰

一斤四兩十六銖三十三分銖之十六。

客馬日行三百里。去忘持衣。主覺日已三分之一。備馬追及而還。視日四分之三。問主馬不休。日行幾

何。答曰七百八十里。

惡粟二十斗。舂得糲米九斗。今欲爲粳米十斗。問用惡粟幾何。答曰二十四斗六升八十一分升之

七十四。

持金出關。凡五稅。初稅二分之一。次稅三分之一。次稅四分之一。次稅五分之一。次稅六分之一。共重

一斤。問原持金幾何。答曰一斤三兩四銖五分銖之四。



持米出三關。外關三分稅一。中關五分稅一。內關七分稅一。餘存米五斗。問原米幾何。答曰。一十斗九升八分升之三。

金稅十分之一。今持金十二斤。稅過二斤。貼還錢五貫。問金斤價幾何。答曰。六貫二百五十文。

合率第三。二十問。少廣十一。均輸八。盈不足一。三法。少廣。反合分。併率。

設諸分母子。併而爲廣。借田求縱。立少廣章。易合分之術而爲之法。用副置分母自乘。以乘全步及諸子。各以本母除其子而併之。免互乘之繁。又得此術兼助合分。使法術引伸。不亦善乎。

少廣法曰。列置全步及分母子。而副置分母自乘。以乘全步及子。各以本母除子。併之。爲法。以全步積分乘畝步爲實。實如法而一。

田一畝。廣一步半。問從。答曰。一百六十步。

田一畝。廣一步半。三分步之一。問從。答曰。一百三十步一十一分步之一十。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。問從。答曰。一百一十五步五分步之一。

田一畝。廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。問從。答曰。一百五步一百三十七分步之

二十五。

田一畝廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一間從。答曰九十七步四十九分步之四十七。

田一畝廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一間從。答曰九十二步一百二十一分步之六十八。

田一畝廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一間從。答曰八十八步七百六十一分步之二百三十一。

田一畝廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一間從。答曰八十四步七千一百二十九分步之五千九百六十四。

田一畝廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一間從。答曰八十一步七千三百八十一分步之六千九百三十九。

田一畝廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一間從。答曰七十九步八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一。

田一畝廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分