宾夕法尼亚大学

物　理　实　验

Walter D. Wales 著
王永乐 译
叶　明 校

西安电子科技大学情报资料室
一九八八年六月

第七版前言

物理实验讲义在近二十年来已经多次出版。第七版是以Thomas H Wood 在 1974 年的版本为基础的，而 1974 年的版本是根据T H Wood和 Peter D S Parkinson 在1969 年的版本写出的。第七版的变动是增加一些新实验，删除一些已不再开出的实验，并对实验的描述作了一些修改以和近代实验仪器相一致。

很多教员、学生、职员对实验的改进提出了建议。George Loomis 先生和 Robert Hopkins 先生对新仪器的引用和测试作了大量的工作，并在工作中改进了旧仪器。全部稿件由Betty Ritz夫人打字，她打出的稿件整洁美观，她还对原稿很多地方作了修改。

为了修改第一次印刷中的错误，删去一些过时的实验，根据新的实验仪器描述实验，作第二次印刷是很有必要的。Nicholas Bykovetz 博士和 Arnold Denenstein博士仔细审阅了第一版，对需要在第二版中修改的地方列出了目录。

目　录

I 引言

这本讲义介绍了在宾大实验室通常做的实验，是按物理教学的顺序介绍这些实验的。讲义介绍的实验比通常在实验室所能完成的实验要多的多。负责实验的老师选择部分实验让学生完成。

学生常常在写实验报告上花很多时间，而在准备实验上花得时间太少。提出以下几点要求能帮助你尽快完成实验。

（1）进入实验室之前阅读实验讲义。如果有可能，检查要用的实验仪器，设计数据表格以尽快记录实验数据。

（2）开始实验之前把你不懂的问题请教老师，并请老师讲解怎样做实验。

（3）实验中要仔细考虑，通常的错误是采集的数据点太少，而不是数据点太多。离开实验室之前一定要记录全部需要的数据，如有可能离开实验室之前做一些计算来检查测量的数据。

（4）写出的实验报告要让懂物理的人看懂。报告应包括所有的数据、计算、结论及其它某些内容。报告要尽量简单明了。

报告的格式及交报告的时间可能不同的实验而有所不同。一般情况下做完试验后几天就要把报告交给老师，以便老师尽快把批改了的报告发给学生。

每次实验课要带上实验讲义、本次实验的数据表格、尺子、铅笔和电子计算器。为了安全和环境卫生请不要把食物或饮料带到实验室。

实验讲义是实际操作课程的教材，虽然经常修改，但是不可避免的还会出现错误和前后矛盾的地方。希望学生和老师把找到的错误或提出的建议简要地写下来送交给系主任，这样做对以后的学生是很有帮助的。

II 实验目的

每学期的实验课要求完成十二个实验。当然完成这些实验要花费很多时间，你可能会问花这么多时间能得到什么呢？我们相信你做这些实验一定会有所收获的。实验的目的有四条。

（1）很多实验对讲义中讨论的基本原理直接作了验证。有的同学在理论联系实际方面感到困难，实验课为理论和实际相结合提供了机会。

（2）实验课为你提供了实践机会，帮助你提高实验技能。刚开始不少学生不会使用仪器，一个学期后就能熟练地使用仪器，很多同学会做得比我们要求的还要好。

（3）提高分析数据的能力。有的实验要求证明实验数据是和理论一致的，（通常写成方程的形式。）有的实验要求从实验数据概括出正确的关系式（方程）。每种情况下都要估计计算的可靠性（即百分误差），做这些计算是很有必要的。在化学，生物，社会

研究等我们感兴趣的领域也要做这样的计算。

（4）可以在相似的实验条件下重演以前的物理学家做过的实验，了解物理学家是怎样观测自然界的。对非物理系的学生这点是物理实验课最主要的目的。

III　测量的误差

很多学生发现处理测量中的误差是最复杂的，同时也是最容易出错的。我们希望学生不要埋头于误差分析的形式，而要在课程结束时能进一步认识误差的物理性及对物理数据的影响。让我们先来区分误差或不确定性和错误。当你做实验不正确时就产生错误，例如读错标尺、写下错误的读数、测量错误的长度，或其它粗心大意造成的错误。我们假定（常常不正确）你非常仔细地做实验使错误减到最小。然而没有错误也不能保证你的测量结果是正确的——所有的测量量都有误差。

你用天平称一个物体，称出它的质量是11.7克，你不能认为质量是精确的11.70000……克。如果你用更精密的仪器来称这个物体的质量，称出质量是11.72克，或11.67克，甚至是11.58克也是不奇怪的，当然你不会相信该物体的质量是7克或14克。另外，如果你在澡盆里称自己的体重，称出的体重可能和你的实际体重差10到15磅。

很明显如果你只说“物体的质量是11.7克”或者“我的体重是170磅”而没有加上其它的信息是不确切的。实际上，我们第一次称物体质量是11.7克就意味着质量可能“在11.5到11.9克之间”，而第二次称体重就意味“在160磅到180磅之间”。物理学家把这些简要地写为“11.7±0.2克”和“170±10磅”。±0.2或±10表示测量的精确度，称为误差或不确定性。不附加上误差物理量是没有意义的。例如说“酒精的密度是0.8克/厘米³，”只有知道0.8是0.80±0.01时这样说才是有意义的。很清楚物理学家不仅要设计实验使误差最小，而且还要提出某些方法来估计实际的误差。

A. 误差的来源

区分两种误差——系统和偶然误差的来源是很重要的。系统误差是由实验设计和所用仪器结构引起的。你的钟可能慢了一点，米尺刻度可能不是精确的1mm，仪器可能不完全水平，仪器一部分比另一部分热，或者膨胀不均匀。还有你没考虑到的其它原因引起了误差。你的仪器受到地磁场的影响，受到来自隔壁房间的无线电波的影响；或者受到街上驶过的卡车的影响。在一定程度上只要细心，系统误差是可以避免的。可以用已知的更精密的仪器来校准你的仪器，可以设计实验使得最后结果的误差能消除，把附加影响减到最小，或者你能估计出误差加以修正。但是你没考虑到的因素，当然不能估计它的影响。消除系统误差的唯一方法是让不同的人用不同方法测同一个量，并且最好在不同的地方。物理学史上有很多例子，不同的人测量同一个物理量得出的结果比预计的误差大的多，只有从其它实验来证明测量的可靠性，物理学家才会相信测量的结果。

即使没有系统误差对同一个量多次量测时，每次测量的结果也不会完全相同。因带

角器测角度，每次的测量值略有变化，因放量角器的方法及估读几分之一的方法不同。我们得到不同的值如 23.1°，23.3°，23.3°，23.0°，22.8°，23.0°。读数变化是因存在偶然或随机误差。我们必须考虑的两个问题是以什么值作为角度测量的最佳值及这个值的误差是多大。第一个问题很容易回答——以所有测量值的平均值作为最佳值。如果测量值是 $x_1, x_2, \cdots x_n$，那么平均值是

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X$$

为了回答第二个问题必须求出测量值的"分布"。普遍采用标准偏差 σ 来表示已知分布函数 f(X)的宽度：

$$\sigma^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x-\bar{x})^2 f(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx}$$

$\bar{x}$ 是分布函数的平均值。标准偏差的平方称为分布方差。

当然如果我们知道了分布函数就能……测量，遗憾的是我们不能取足够多的测量值来精确地确定分布函数，幸而……有一种近似的方法，只要取很少的数据点就可计算误差：

$$\sigma^2 = \sum_{i}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \qquad (1)$$

x_i 是被测量。平均值的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$$

对实际角度的六个测量值考虑……，把上面的测量值和各个量列成表：

x_i ( )	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
23.1	0.02	0.0004
23.3	0.22	0.0484
23.3	0.22	0.0484
23.0	0.08	0.0064
23.0	0.08	0.0064
22.8	0.28	0.0784

$\sum x_i = 138.5$ 　　　　$0.1884 = \sum (x_i - \bar{x})^2$

$\bar{x} = 138.5/6 = 23.08°$

$$\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{0.1884}{5} = 0.0377$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{0.0377} = 0.195 \approx 0.20°$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n} = 0.20 / \sqrt{6} = 0.08°$$

这些量的物理意义说明如下：

理论(1)："真实"角度的最佳值是 x 的平均值 $\bar{x}$ 或者是 23.08^0。

理论(2)：真值落在 $\bar{x}-\sigma_{\bar{x}}$ 和 $\bar{x}+\sigma_{\bar{x}}$ 之间（即 23.00^0 和 23.16^0 之间）的几率是68%（即三分之一的两倍或 2／3）；真值落在 $\bar{x}-2\sigma_{\bar{x}}$ 和 $\bar{x}+2\sigma_{\bar{x}}$ 之间的几率是95%；落在 $\bar{x}-3\sigma_{\bar{x}}$ 和 $\bar{x}+3\sigma_{\bar{x}}$ 之间的几率是99%。

理论(3)：任何一次测量值落在 $\bar{x}-\sigma$ 和 $\bar{x}+\sigma$ 之间（即 22.88^0 和 23.28^0）的几率是68%；落在 $\bar{x}-2\sigma$ 和 $x+2\sigma$ 之间的几率是95%，落在 $\bar{x}-3\sigma$ 和 $x+3\sigma$ 之间的几率大约是99%。

值得注意的是标准偏差 σ 不会随着测量次数的增加而减少；对同一个参数重复多次测量是为了找到测量的分布函数。另一方面重复测量次数越多求出的平均值 $\bar{x}$ 越接近真值；测量的平均偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 是和测量次数的平方根成反比。

常常会问怎样把上面的理论应用到实验中，使你能精确完成实验。实际上在任何实验中所取得的测量次数都是比较少的，典型情况下是五或六次。在这种情况下上面提到的估计 σ（和 $\sigma_{\bar{x}}$）的近似方法(1)本身的误差就大于百分之三十。很明显标准偏差有很大的不确定性，我们会问是否有某些简单的方法来求出标准偏差的合理近似值，而不需要做上面那些使人厌烦的计算。幸运的是我们有简单的近似法，这种方法称为Snedecor's 区间验算法。这种方法是以数据区间（总延伸）为基础来计算的。

n	σ
5	1／2区间
10	1／3区间
25	1／4区间
100	1／5区间
500	1／6区间

在上面的例子中，数据区间是 $23.3^0-22.8^0=0.5^0$。由 Snedecor's 区间验算法求出标准偏差是 0.25^0，和精确计算出的 0.20^0 是非常接近的。求出标准偏差 σ 后，平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 由关系式（$\sigma_{\bar{x}}=\sigma/\sqrt{n}$）来计算。

最后，还有几点必须说明：

(1) 先看看物理学家写数的方法。一个数写成 11.4172±0.4 是荒谬的——因为这个数的范围是从11.0到11.8，因而小数点后面最后三位数 172就没有意义了，给出的测量精度是虚假的。这个数应该写成11.4±0.4。另一方面，如果你能测量出三位数字就应写出全部的三位数字——物理上写 23 是不同于23.0的，写 23 是表示误差在个位数1，而写23.0是表示误差大约为 0.1或 0.2。

还有一点也值得提一提，我们表达一个数应写成 $(1.37\pm0.05)\times10^{-16}$ 厘米，而不应写成 $1.37\times10^{-16}\pm0.05\times10^{-16}$ 厘米，也不应写成 1.37×10^{-16} 厘米 $\pm5\times10^{-18}$ 厘米。

(2) 另外要考虑计算的精度。如果设计实验能测量到百万分之一，而最后计算结果只有三位，很明显这是荒谬的。通常计算的精度应该是使舍入误差比实验误差小得多。

(3) 如果你测量角度的四个值是[illegible]，23.2^0、23.2^0，23.2^0。这能表明你的误差

是零吗？当然，误差不是零。可以推测你只能读到一度的十分之一（否则应写成23.20^0），因而误差至少是0.05度。测量误差只能大于所用仪器的精度而不能小于仪器的精度。

（4）如果测量角度的六个读数是 23.1^0，23.3^0，23.3^0，23.0^0，23.0^0和20.8^0 。看来最后一个读数是错误的 —— 我们能证明这个读数是因错误而引起的吗？我们能忽略这个数吗？如果只考虑前面的五个数，其平均值是 23.1^0，标准偏差是$0.1\!\!\!^{0}$ 。第六个读数和平均值的差是标准偏差的15倍 — 如果所有的读数都是正确的会产生这样的情况吗？

应用上面的理论(3) 来回答这个问题：

如果几个读数的平均值是 $\bar{x}$，标准偏差是σ，那么任何一次读数落在 $\bar{x} \pm \sigma_x$ 之间的几率是68%，落在 $\bar{x} \pm 2\sigma$之间的几率是95%，在 $\bar{x} \pm 3\sigma$之间是99%。

回到我们的例子，当第六个读数和其它五个读数平均值的差大于标准偏差的3倍时，这个数出现的几率是百分之一。例子中是大于标准偏差15倍，实际上这种情况出现的几率是1比10^{44} 所以我们可以认为第六个读数是不能和其它五个数归在一起的。可能写错读数，读错量角器，或者测量时角度发生了变化。最后一种可能性不能忽略，如果可能再做一次测量。

B．误差的估计

在本实验室及大多数实验室中，我们不能得到足够多的测量值来对数据及误差进行统计分析。但是要求你每做一次测量要记下测量值、它的单位（克、厘米等等）及误差估计。当我们做预备性测量时，做一些“小实验”就可以求出误差。下面的例子是有用的。

（1）在实验室天平上称一个物体的质量，我们通常使用的天平可估读到 0.01 克。但是称出物体的质量能达到这个精度吗？我们可能会发现在天平的盘子里加上小于 0.2克的砝码时天平仍处于平衡状态。如果用另一台天平来称这个物体的质量，我们可能会发现称出的质量之差可能有 0.5克。最佳的称量值应是各次读数的平均值，误差大约是 0.3克（误差取 0.3克时相差 0.5克的读数值落在数据范围内）。

（2）做一个实验，让小球沿斜面向下滚动后落到水平的桌面上，我们很容易测出小球下落过程在水平方向移动的距离，估读到 0.1cm。重复做10次实验，将发现小球不是准确地落在同一点，落点是分布在直径约1厘米的圆内。因而我们应测定分布圆的中心来求出水平移动距离的最佳值，误差大约是 0.4cm。

（3）在很多实验中我们用精密的计时器（四位有效数字）来测定时间间隔。测定摆摆动10次所需的时间，读数是 9.375秒、 9.284秒、 9.421秒和 9.352秒。从这些数据得到“最佳”时间值应是9.36 ± 0.07秒；这里我们对四个测量值取平均值，并选取了误差，使数据范围能包括四个测量值。采用这种方法时要细心，估计的误差可能会偏大。我们要问实际测量的精度是怎样的。必须考虑人工操作计时器的响应时间。用精密计时器测定挂钟走一圈的时间。你测出秒针走一圈的时间一定不是 60.00秒。你起动和停止计时器可能快了点，也可能慢了点，很少有人能够重复测定同一事件发生的时间相差不超过0.05秒。

(4) 我们假定实验仪器误差是标尺读数的 5%。因此读出电压值 3.77 伏，应写成 3.77±0.19伏。但不能把读数取整为 3.8±0.2 伏。计算结果应保留的有效数字位数应和从仪器读出的有效数字位数一致（除非仪器的有效位数是无意义的，如上面例子中的精密计时器）。只在最后的计算值中取整。

最后，应该记住误差不是测量值和正确答案或手册上给出答案的差。学生常常写成下面的形式：

"我的值是 $g = 970$厘米／秒^2

正确值是 981厘米／秒^2

所以误差＝11厘米／秒^2 "

这样写什么也没表示出来，只能表明学生会做减法。正确的写法是

"我的值是 $g = 970 \pm 12$厘米／秒^2

（这里±12是按上面所讲方法计算出的

在误差范围内和 CRC手册上给出值一致"

或者

"我的值是 $g = 970 \pm 3$ 厘米／秒^2

CRC 手册上给出值是981.01±0.002 厘米／秒^2 "

然后接着对偏差作一些说明。不要说自己的测量结果是错误的——只要你确实计算了误差，要相信自己的测量结果。你可以在进一步的测量来分析偏差的原因，或者考虑被你忽略的系统误差源。也可能你的测量结果是正确的，手册上给出的数据是错误的——只要你作了大量的实验。

C. 误差的传递

有些物理量如体积是很难通过直接测量来测定的。通常要测定的量和可测量的量有某种已知的关系。例如我们要测定圆柱体的体积，可测量半径（r）和高(h)，然后通过关系式 $V = \pi r^2 h$ 来求出体积。因为 r 和 h 值有误差，所以计算值 V也有误差。误差有多大呢？假定 $r = 5.3 \pm 0.2$ 厘米，$h = 2.5 \pm 0.1$ 厘米，按下面简单方法来计算误差：

我们认为 r 值不会小于 5.1厘米，h 值不会小于 2.4厘米，所以 V值应大于

$$\pi(5.1)^2(2.4) = 196\text{厘米}^3$$

类似的 V值应小于

$$\pi(5.5)^2(2.6) = 247\text{厘米}^3$$

所以 $V = 220 \pm 27$厘米^3

这种方法计算出的 V值误差是偏大的——你能看出为什么吗？但是这是一种很方便的方法，并能用来确定导出量的极限误差。

常常采用另一种比较精确的方法。假定一个量Q和其它三个可测量 x、y 和 z 的关系方程是：

$$Q = Q(x, y, z)$$

我们可以写出

$$dQ=\frac{\partial Q}{\partial x}dx+\frac{\partial Q}{\partial y}dy+\frac{\partial Q}{\partial z}dz$$

式中$\partial Q/\partial x$是保持其它变量不变时Q对x的导数。只要能证明误差很小高次项可以忽略就可以用误差号△Q、△x、△y、△z来代替微分号。可得出：

$$\Delta Q=\frac{\partial Q}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial Q}{\partial y}\Delta y+\frac{\partial Q}{\partial z}\Delta z$$

如果△x、△y和△z的符号是不确定的，即它们的符号是±，那么△Q的最大值是：

$$|\Delta Q|=\left|\frac{\partial Q}{\partial x}\Delta x\right|+\left|\frac{\partial Q}{\partial y}\Delta y\right|+\left|\frac{\partial Q}{\partial z}\Delta z\right|$$

对乘除运算，把方程写成下面的形式是方便的：

$$\left|\frac{\Delta Q}{Q}\right|=\left|\frac{\frac{\partial Q}{\partial x}}{Q}\Delta x\right|+\left|\frac{\frac{\partial Q}{\partial y}}{Q}\Delta y\right|+\left|\frac{\frac{\partial Q}{\partial z}}{Q}\Delta z\right| \qquad (1)$$

处理误差传递问题时按下面三条原则：

原则1：如果量Q是两个测量量x(±△x)和y(±△y)的和或差，那么Q的误差是x和y误差的和。

证明：给出关系方程Q=x+y，运算方程是Q±△Q=(x±△x)+(y±△y)。把第二个方程减去第一个方程得出：

$$\Delta Q=(\pm\Delta x)+(\pm\Delta y)$$

或 $|\Delta Q|=|\Delta x|+|\Delta y|$

或者因为

$$|\Delta Q|=\left|\frac{\partial Q}{\partial x}\Delta x\right|+\left|\frac{\partial Q}{\partial y}\Delta y\right|$$

且 $\frac{\partial Q}{\partial x}=1$，$\frac{\partial Q}{\partial y}=1$

所以$|\Delta Q|=|\Delta x|+|\Delta y|$

例子：充满液体的圆筒的质量是$M=155.2\pm0.1$(克)，空筒的质量是$M_0=42.5\pm0.1$(克)，那么液体的质量M_f是

$$M_f=M-M_0=112.7\pm0.2\ (\text{克})$$

原则2：如果量Q是两个测量量x(±△x)和y(±△y)的乘积或商，那么Q的百分误差是x和y百分误差的和。

证明：给出关系方程 $Q=Axy$（A是常数），那么运算方程是 $Q\pm\triangle Q = A(x\pm\triangle x)(y\pm\triangle y) = A\cdot x\cdot y \pm A\cdot x\cdot\triangle y \pm A\cdot y\cdot\triangle x + A\cdot\triangle x\cdot\triangle y$。把上面两个方程相减得出 $\triangle Q = \pm A\cdot x\cdot\triangle y \pm A\cdot y\cdot\triangle x + A\cdot\triangle x\cdot\triangle y$。和其它量相比可忽略 $\triangle x\cdot\triangle y$（为什么？）。两边同除以Q或它的等量 Axy得出：

$$\frac{\triangle Q}{Q} = \pm\left(\frac{\triangle x}{x}\right) \pm \left(\frac{\triangle y}{y}\right)$$

或

$$\left|\frac{\triangle Q}{Q}\right| = \left|\frac{\triangle x}{x}\right| + \left|\frac{\triangle y}{y}\right|$$

或者因为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = Ay,\quad \frac{\partial Q}{\partial y} = Ax$$

代入方程 1)得出：

$$\left|\frac{\triangle Q}{Q}\right| = \left|\frac{Ay}{Axy}\triangle x\right| + \left|\frac{Ax}{Axy}\triangle y\right|$$

或

$$\left|\frac{\triangle Q}{Q}\right| = \left|\frac{\triangle x}{x}\right| + \left|\frac{\triangle y}{y}\right|$$

例子：物体的质量 $M=225.1\pm0.1$（克），它的体积是 $V=102.5\pm0.2$ 厘米^3。它的密度 D是多少？ $D=M/V$，在 225.1克质量中误差是 0.1克，或百分之 0.045。在 102.5厘米^3 体积中误差是 0.2厘米^3，或百分之0.20。那么 D的百分误差是 0.045%和0.20%之和，或百分之 0.245。

$D=2.19609(\pm0.245\%)$ 克/厘米^3

$=2.19609\pm0.00538$（克/厘米^3）

应保留几位有效数字？简单的法则是：如果我们知道一个量的误差在10%之内，那么保留两位有效数字就足够；误差在1%之内，保留三位有效数字，等等。因而上面的结果可写成

$D=2.196\pm0.005$（克/厘米^3）

原则4：如果量 Q是测量量x的 n次幂，那么 Q的百分误差是x的百分误差的n 倍。

证明：给出关系方程 $Q=Ax^n$（A和n是常数），

$$\frac{dQ}{dx} = n\cdot Ax^{n-1}$$

$$\left|\frac{\triangle Q}{\triangle x}\right| = \left|\frac{\frac{\partial Q}{\partial x}}{Q}\triangle x\right| = \left|\frac{nAx^{n-1}}{Ax^n}\triangle x\right| = \left|n\frac{\triangle x}{x}\right|$$

例子：半径为10.2±0.1 厘米的球体的体积多大？半径的百分误差接近为 1%；根据上面的原则，体积的百分误差是 3%。计算出的体积值最多保留三位有效数字，即：

$V = 4.45 \pm 0.13$（厘米^3）

从上面的分析我们知道当把每个量引进的误差都相加时求出的误差是"极限误差"。在很多情况下"偶然"误差是小于"极限误差"，因为测量量中有些量偏大，有些量偏小，误差有可能相互抵消。几个独立变量函数的偶然误差是

$$\triangle Q = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\triangle x\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial y}\triangle y\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z}\triangle z\right)^2}$$

在我们课程的误差分析中只计算"极限误差"。

Ⅳ 图解法

用眼睛能最快地得到信息，因而我们应尽力把数据直观地表示出来。表达的方法取决于传送的信息的类型。最常用的直观表示法是在座标纸上作图。座标纸有很多种格式，最基本最有用的格式是方格刻度。

如果有两个变量 x 和 y，我们以到一根垂直线的距离来表示 x，以到一根水平线的距离来表示 y。这两条参考线称为轴线。我们作一次观察得到数值（x_p，y_p），可以标绘唯一的点 p 来表示我们的观察结果。一系列的观察就得到一系列的点，如图 1 所示。注意对同一个 x 值做几次观察可能得到不同的 y 值。

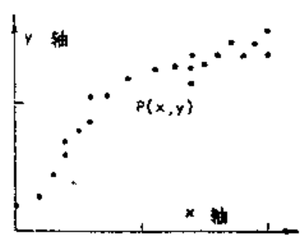

图 1

如果我们认真选取 x 和 y 值，那么它们之间就有明确的关系。这种关系是由分布点所连成的直线（或曲线）来表示。现在的问题就是如何去发现这种关系，并找出实验关系是否与某一理论相符合。下图 2 表示电子质量和它的速度关系曲线的测量结果。

这个图线有以下特点：

（1）用比较大而清晰的点来表示实验点。

（2）画出了两种理论的关系曲线并加上了标注，把实验点和理论关系曲线作比较。

（3）在轴线上标注了实验变量和单位。

（4）图象旁列出了原始数据。本书中以图象作原始数据时，只要在图上标出数据点。

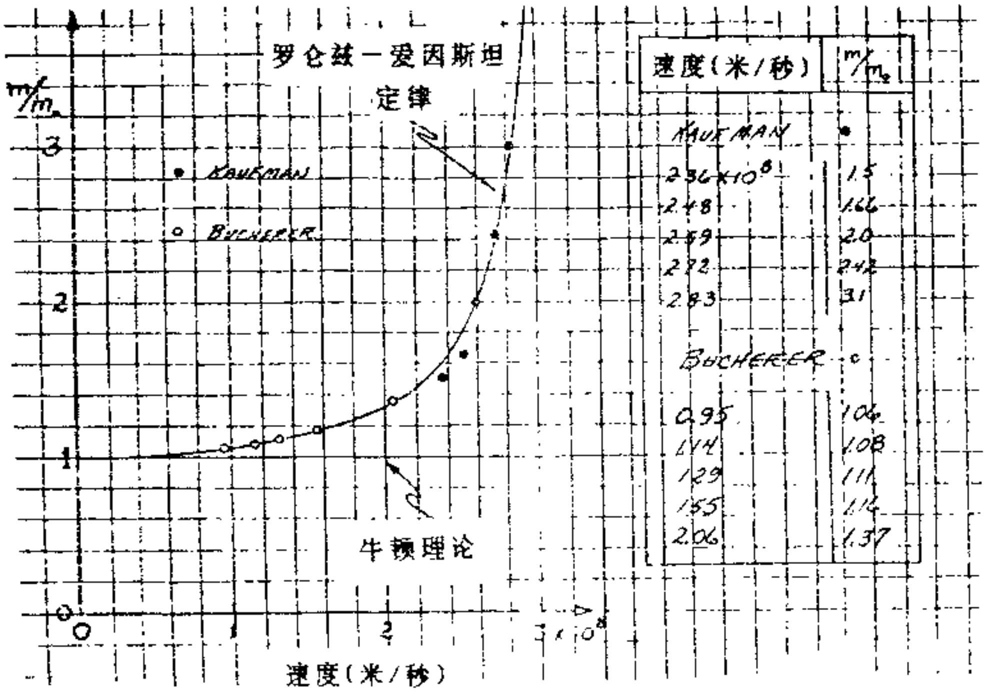

图 7

(5) 所取的分度（0.2单位/格）是容易误数的。通常以一个分格表示1、2或5个单位（或它们的倍数）的分度比其它分度更不易读错。

本课程的重点是图解数据分析。一旦你掌握了基本的概念，就会体会到图解是非常有用而又相当容易的方法。

通常以水平轴作为x轴，以竖直轴作为y轴，沿y轴（竖直）标绘因变量，沿x轴（水平）标绘自变量。例如，人们通常把时间（t）作自变量，把位置（它是时间的函数 $y=y_0+V_0t+at^2/2$）作因变量。

眼睛能够清楚识别的关系曲线只能是直线。因此在所有可能情况下，只要我们试图去验证的理论是正确的，就应选取合适的参数使标绘的图象是一条直线。事实上只要所有的点落在一条直线上，从直线的斜率和截距就能得到理论参数值。

例如：以匀加速度a运动的物体在时间t内移动的距离S是：

$$S=Vt+(1/2)at^2$$

式中V是初速度，标绘S和t的关系曲线，将得到一条抛物线。用眼睛很难区分抛物线和其它类似的曲线。只要把方程改写成：

$$S/t=V+(1/2)at$$

标绘S/t和t的关系曲线将得到一条斜率为(1/2)a，截距为V的直线。决定标绘什么量常常需要一些技巧。下面我们介绍一些例子：

(1)线性函数：假定y=x。这是一条过原点（x=0，y=0时）和座标轴交角45°在一三象限的直线。这条直线的斜率（Δy/Δx）是1，这是因为在方程y=x中x

前的系数是1。这个方程是一般线性（或一次）方程 $y=b+mx$ 的特殊形式。

这时，m是标绘出的直线的斜率（$\Delta y/\Delta x$），b是截距。截距是 $x=0$ 时y的值。它是直线 $y=b+mx$ 和y轴相交处的y值。

这种情况是很理想的，但是通常不知道b和m——人们只有数据点并希望从这些点来求出b和m。由于我们研究的数据是线性（一次）关系，数据点应很好地落在一条直线上，否则是发生了差错，或者数据关系不是线性的。

②幂函数：让我们研究一般形式 $y=x^n$ 的方程。有些指数方程是很熟悉的，例如当 $n=2$ 时标绘出的曲线是一条抛物线。可以由给出的一组数据点来确定它们是不是满足如 $F=k/r^2$ 或 $F=k/r^3$（k是常数）的幂函数关系。一种方法是标绘因变量F和 $1/r^2$ 的关系曲线，也就是让 $x=1/r^2$，标绘F和x的关系曲线，如果标绘的结果是一条直线，那么就说明数据点满足幂函数关系。（直线的斜率是k，是 $1/r^2$ 前面的系数。）只有预先知道几次幂关系时才能用这种方法，如果不是 $1/r^2$ 的关系，标绘F和 $1/r^2$ 关系就不是一条直线。但是在验证假设的关系是否成立并确定系数值时，这种方法是很有用的。

另一种处理幂函数非常有用的方法是取对数。考虑方程 $y=x^n$，这里n可以是正数或负数，也可以不是整数。方程两边取对数得：

$$\log y=\log x^n=n\log x$$

标绘 $\log y$ 和 $\log x$ 的关系，就得到一条直线，直线的斜率是n。

假定数据关系是幂函数，标绘对数关系得出一条直线，那么就证明了数据关系是幂函数，直线的斜率是指数。这种方法是非常有用的，但是使用时要细心。对方程 $y=(1/2)\cdot\alpha t^2$，标绘 $\log y$ 和 $\log t$ 关系得到一条直线，直线的斜率是2，（相应方程是 $\log y=\log(\alpha/2)+2\log t$），但是对方程 $y=V_0t+\alpha t^2/2$，就出了问题，因为 $\log(V_0t+\alpha t^2/2)\neq\log(V_0t)+\log(\alpha t^2/2)$，就不能得到一条直线。

③指数函数：很多物理量的关系是指数函数，如

$$y=ka^{-3t}$$

或 $$N=N_0e^{-\lambda t}$$

对方程两边取以e为底的对数得出：

$$\ln N=\ln N_0-\lambda t$$

标绘 $\ln N$ 和t关系就得到一条直线，直线的斜率是 $-\lambda$，截距是 $\ln N_0$。

如果不能从理论上预知测量量x和y之间的关系，而要推导出它们的关系是很难的。需要一次又一次地标绘y和x，y和 $1/x$，$\log y$ 和x，$\log y$ 和 $\log x$ 之间的关系曲线，直到找到有一种标绘的结果是直线。通常我们看到数据点不完全落在一条直线上，而是分布在直线两边，如图3所示。画一条最贴切直线的方法是用一根透

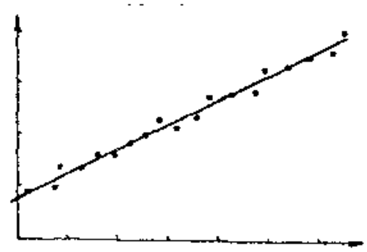

图 3

明的塑料尺在图上前后移动用眼睛找到最合适的位置。很明显这种方法是不精确的。有一种比较精确的方法来找出最贴切的直线，但是本课程要求大家掌握这种粗略的简单的作图法。

注意 — 如果变量之间关系确实是线性的，那么点在直线两边的分布是无规则的，如果点的分布是有规则的，如图 4 所示，有些连续的点落在直线一边或另一边，这就意味着变量关系不是线性的。

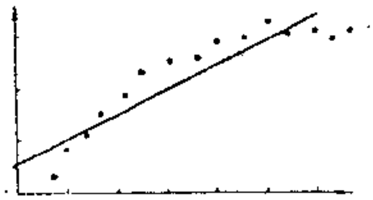

图 4

画出一条最贴切的直线后就可以直接读出截距。在直线上任意选择两点就能计算出斜率，如图 5 所示。要选择尽可能相距较远的两点 — 你知道为什么吗？也可以从图上直接估计截距和斜率的误差。通过数据点再画两条直线。依据数据点和它的误差画一条斜率最大的直线，画一条斜率最小的曲线。虽然通常是两个变量都有误差，但我们假定只有因变量有误差。

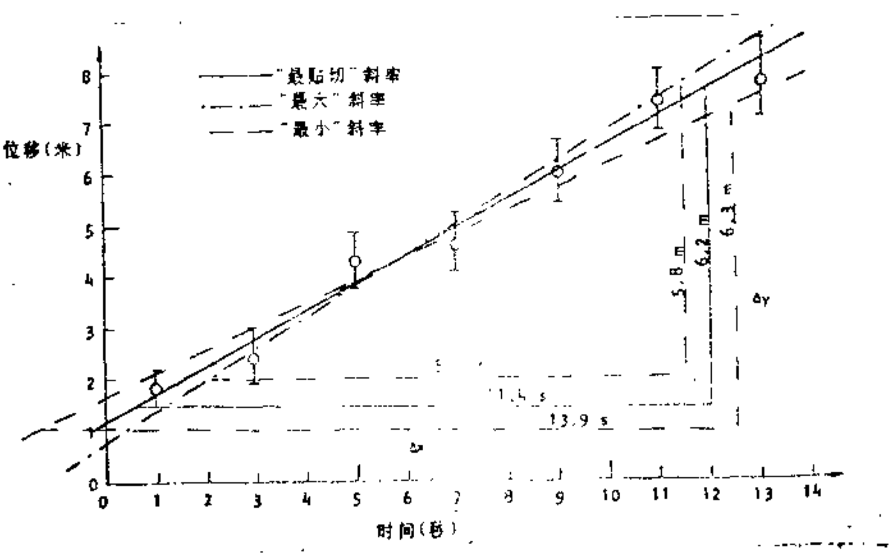

图 5

斜率及它的误差是：

$$
\text{斜率} = \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)[\text{最好}] \pm \frac{\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)[\text{最大}] - \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)[\text{最小}]}{2}
$$

截距及它的误差是：

截距 = y(0) [最好] ± {y(0) [最大] − y(0) [最小]} / 2

在上图情况下：

(Δy / Δx) [最好] = 6.2米 / 11.4秒 = 0.54米 / 秒；

(Δy / Δx) [最大] = 5.8米 / 9.5秒 = 0.61米 / 秒；

(Δy / Δx) [最小] = 6.3米 / 13.9秒 = 0.45米 / 秒；

斜率 = 0.54 ± 0.08米 / 秒；

y(0) [最好] = 1.2米；

y(0) [最大] = 1.7米；　y(0) [最小] = 0.8米；

截距 = 1.2 ± 0.5 米。

很明显这种方法是不精确的。有更精确更复杂的处理方法，但是没有一种方法能象简单的作图法这样直观地表示出误差的来源及影响。

V 实验

A 测量和分析

实验 1 ：图解分析

目的：研究图解分析的方法。

仪器：计算器

讨论：实际上这第一个实验完全不是实验。但是通过这个实验在应用图解分析方法和熟悉计算器使用方面是很有帮助的。

函数 $y = f(x)$ 表示了数 x 和 y 之间的关系。计算器上很多键（ x, x^2, $\sqrt{x}$, lnx, sinx, e^x 等等）都是这类函数的例子。函数的导数是瞬时变化率。如果 $y = f(x)$, $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$, 那么导数是

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

给定一个很小的量 Δx ，用下面的式子可以在计算器上精确地计算出导数。

$$\{f(x + \Delta x) - f(x)\} / \Delta x \qquad \text{<1>}$$

x 的导数也是曲线 $y = f(x)$ 在 x 点的切线的斜率。因此 dy / dx 有代数和几何两种含意。

实验中我们用计算器算出函数和它的导数在某些点的值。标绘函数关系曲线和导数关系曲线。观察函数曲线斜率和导数的关系，找出导数的函数形式。

例如：我们取 $y = f(x) = x^2$。取 x 从 0 到10间隔 1 ，用计算器容易计算出 y 的值。数值列在表中。取 Δx = 0.01用上面的式子 <1>计算导数。例如当 x = 1 时