

降雨强度公式及氣候係數的製定

鐵道部鐵道科學研究院

一九五六年・北京

降雨强度公式及氣候係數的製定

水工水文組 孫振東、王國華、盧昌祺、陳清華

- 第一節 前言
- 第二節 全國每年一日最大降雨量歷年平均值等值綫圖的繪製
- 第三節 氣候區域的劃分
- 第四節 降雨强度公式的製定
- 第五節 氣候係數K的計算
- 第六節 東北黃土高原區及四川盆地降雨强度公式及氣候係數的計算結果。
- 第七節 全國各區的降雨强度公式及氣候係數公式
- 第八節 計算工作的進一步簡化
- 第九節 降雨强度公式與氣候係數公式的綜合分析
- 第十節 關於公式應用的說明
- 附： 日最大降雨分區圖說明

第一節 前 言

目前我國鐵路上修建橋涵計算設計流量廣泛採用的郭氏公式及柏氏公式（參閱橋涵孔徑計算辦法第一章及附錄），是蘇聯現行計算匯水量方法之一種。這個方法，蘇聯自1931年3月起即頒佈使用，在1938年又曾作過若干修改。隨着蘇聯科學的飛躍前進，1952年起蘇聯又頒佈試行一種新的方法，這種新的方法我們正在進行研究，但由於人力及技術資料的缺乏，還不能馬上介紹採用。

郭氏及柏氏公式，在現場應用的過程中，發現據以計算出來的流量常常偏大；主要由於公式中的氣候參變數係根據蘇聯歐洲部份中央地區的降雨資料所擬訂，我們直接搬過來使用，就不免要發生偏差。

在我國每年修築的鐵路中，小橋涵洞數以千計，如計算小橋涵洞孔徑的方法得不到適當的解決，就必然造成很大的浪費。因而根據中國的降雨資料來製定適合於中國情況的氣候參變數，供現場使用並為以後新的方法準備資料，就成為當前鐵道科學技術研究工作的迫切任務之一。由於我們人力薄弱，理論知識不足加以資料貧乏，在進行這項研究工作過程中，曾遇到不少困難。現將研究的初步結果，介紹如下，希望有關方面多所指教，使我們的工作能够再深入一步。

第二節 全國每年一日最大降雨量歷年平均値等值綫圖的繪製

爲了很好地了解每年一日最大降雨量歷年平均値的變化情況，並且根據這種變化情況劃分全國的氣候區域；爲了彌補現有資料的貧乏，使現場確實找不到實際資料時可以自圖上讀出這種平均値；就必須用等值綫表示全國各地的每年一日最大降雨量歷年平均値。

我們從徐長望著『中國之雨量』，華北水利局出版的『華北之降雨』及中央氣象局保存之資料中，搜集到全國 350 多站 6000 餘個站年的每年一日最大降雨量紀錄。根據這些紀錄，繪製了全國每年一日最大降雨量歷年平均値等值綫圖(附圖二)。由於測站分佈不均，華東、華北較密，東北、中南、西南次之，內蒙、西北、新疆、青海、西康、西藏則很稀；記錄的年代長短也極懸殊，長者達六、七十年，短者僅三、四年；如果按照蘇聯的標準，即規定求氣候係數 K 值時所用每年一日最大降雨量的記錄年代至少爲 15 年，來選取我們現有的降雨資料，則可用者只有約三分之一。因之，等值綫圖仍是用現有全部降雨資料繪製的，不管年代是三、五年或是幾十年。因而根據這些降雨資料作出的等值綫圖的可靠性必然是不够好的。

第三節 氣候區域的劃分

在蘇聯，降雨強度公式 $a = \frac{5}{1 + 0.03t}$ 係根據蘇聯歐洲部份中央地區的降雨資料所導出。爲了擴大它的應用範圍，假定了短歷時的(普通應用在 150 分鐘以內)強度與日降雨強度成正比例，因而在中央地區範圍以外，可以按日降雨的強度比例增減求得之。在蘇聯歐洲部份中央地區的每年一日最大降雨量歷年平均値爲 33 公厘，如中央地區以外某地的每年一日最大降水量歷年(蘇聯規定不少於 15 年)平均値爲 M 公厘，則該地之降雨強度爲 a 之 $\frac{M}{33}$ 倍。此種直接比例求法不適用於烏拉爾以東及歐洲部份南部地區。

我國幅員廣闊，南方與北方、沿海與內陸氣候差別很大。例如以每年一日最大降雨量歷年平均値來看，東南沿海地區達 100 公厘以上而西北地區常在 20 公厘以下，二者相差達數倍，所以要想推求全國各地的降雨強度，亦必須將全國分爲若干區域。因爲我們的氣象知識很有限，分區的工作委託了中央氣象局及中國科學院代做，他們根據我們繪製的每年一日最大降雨量歷年平均値等值綫圖(附圖二)參照了氣溫、地勢、經緯度及降雨量等條件，將全國分爲(1)東北區，(2)華北區，(3)華中區，(4)東南沿海區，(5)西南高原區(6)草原區(7)沙漠區，等七個大區，每個大區又詳分爲若干分區。(參閱附圖二)。

我們的降雨強度公式就是按照上述區域分別製定的。

第四節 降雨強度公式的製定

(1) 公式的理論根據

我們現在了解到，根據降雨資料推求降雨強度與降雨歷時及其發生頻率的關係，有(1)曲綫配合法及(2)機率法兩種方法可以使用。機率法在降雨強度的研究上應用尚不普遍，我們研究的還很不够，未根據這個方法進行工作。曲綫配合法則在蘇聯及其他國家都廣

泛地使用着，可以說是解決降雨強度公式的主要方法。到目前為止，我們的工作全是根據這個方法做的。

降雨強度公式 $a = \frac{5}{1 + 0.06t}$ 是根據蘇聯歐洲部份中央地區的2000個站年的降雨記錄，用包圍綫方法定出來的。因為有四個強度特大的點子在曲綫以上，所以就說其頻率為 $\frac{2000}{4} = 500$ 年一次。包圍綫方法有很多缺點，包圍綫的位置很難準確的決定，降雨資料少時尤為困難；用包圍綫推導出來的公式缺少正確的頻率觀念，2000個站年用四個在曲綫以上的點子去除而得500年的頻率尤不可靠。

曲綫配合法考慮了歷時及頻率兩個因素，在理論上是進了一步，假使我們掌握有大量的降雨資料，而且是記錄年代修長，測站分佈勻密，我們就可以從各種形式的無數的曲綫方程中試出最符合於我國情況的公式，這樣的公式無疑是最好的。但我們目前掌握的降雨資料非常貧乏，無論在測站分佈密度或記錄年代長短上都不足以保證我們能夠正確地獨立地去決斷這一個問題。我們相信，因為地理環境的不同，各國降雨量及其在季節上分配雖各不同，但支配氣候變化的內在規律必然是一致的，或至少是類似的。例如蘇聯的年降雨量不如我國多，在季節的分佈上亦互不一致，但支配降雨強度變化的規律可能是類似的。根據這一種信念，我們選擇了外國特別是蘇聯現行的降雨強度公式來試配我國的降雨資料。這樣做一方面可以減去我們許多不必要的計算工作，另一方面也補充了我們資料貧乏的缺點。

(2) 公式形式的選擇

我們初步選擇了以下三種公式形式：

$$a = \frac{k}{t+b} \dots\dots\dots (1)$$

$$a = \frac{k}{t^n} \dots\dots\dots (2)$$

$$a = \frac{k}{(t+b)^n} \dots\dots\dots (3)$$

式中 a ——降雨強度以公厘/分鐘計。

k ——參變數，稱之曰『雨力』。

b 及 n ——參變數，隨地區之不同而變化。

t ——降雨歷時，以分鐘計。

其中第(3)式是最普遍的形式，第(2)及第(1)式都可以說是它的特例。第(3)式中的 n 值，根據蘇聯З.П.Егомызова及З.П.Петрова的計算，是在0.50—0.70之間。在蘇聯歐洲平原部份，其值較高，約為0.6—0.7，在克里木及高加索山區，其值較低，約為0.50—0.55。又因雨型之不同，即在同一站上， n 值的變化也很大，若要取其平均，則其正確性也是很低的，因而他們決定蘇聯全國採用同一數值的 $n = 0.67 = \frac{2}{3}$ ，即蘇聯現行公式

$$a = \frac{k}{(t+b)^{\frac{2}{3}}}$$

它是符合蘇聯歐洲部份及遠東地區降雨強度變化規律的。(參閱(1))

要在我國全國範圍內，求出統一的 n 值，在降雨資料缺乏的情況下，是有困難的。或者可以劃分區域來分別決定 n 值。關於這部份工作，亦即第 (3) 式的試製工作，我們決定暫時放到第二階段來做。

至於第 (2) 式，從表面上看 t 很小時， a 趨向無限大，不够合理。這個公式形式，一般適用於長歷時降雨，我們目前主要的是分析暴雨，因而不擬試製。

其中第 (1) 式，正是我國現行普遍採用的形式，即 $a = \frac{k}{b+t}$ (亦可寫成 $a = \frac{k_1}{1+ct}$ ，其中 $c = \frac{1}{b}$ ， $k_1 = \frac{k}{b}$)，因而我們先行試製第 (1) 式。

根據國外整理降雨資料的結果，雨力 k 與頻率 F 有一定的關係，其最主要的形式有：

$$k = CF^D \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{及 } k = A + B \lg F \dots\dots\dots (5)$$

式中 A 、 B 、 C 及 D 均係地區參變數，在蘇聯除城市排出雨水工程用第 (4) 式外 (參閱：А. И. Шнейров: Ливневая канализация, стр. 76 第 (24) 式)，其他各處則多用第 (5) 式 (參閱：Д. Л. Соколовский: Речной сток стр. 301 第 (775) 式；В. В. Поляков: Гидрологический анализ и расчеты стр. 113；С. И. Костин: Климатология стр. 368 第 (40) 式及其他)，第 (5) 式顯然應用的比較普遍。

將第 (1)、(3) 兩式與第 (4)、(5) 兩式合併，得到以下四個公式形式：

$$a = \frac{k}{t+b} = \frac{A + B \lg F}{t+b} \dots\dots\dots (6)$$

$$a = \frac{k}{t+b} = \frac{CF^D}{t+b} \dots\dots\dots (7)$$

$$a = \frac{k}{(t+b)^n} = \frac{A + B \lg F}{(t+b)^n} \dots\dots\dots (8)$$

$$a = \frac{k}{(t+b)^n} = \frac{CF^D}{(t+b)^n} \dots\dots\dots (9)$$

這就是我們預定的全部降雨強度公式的形式。目前所要試製的是第 (6)、(7) 兩式。其中第 (6) 式屬於半對數形式，第 (7) 式屬雙對數形式。

(3) 降雨資料的整理

製定公式先要整理降雨資料。我們搜集到全國 161 站 442 站年的自記雨量資料，先按氣候區域分開，然後從自記雨量紙 (簡稱自記紙) 上找出各規定時段的最大降雨總量。我們規定時段的長度為 5、10、15、20、30、45、60、90、120、150、180、240 分鐘。要讀出在這些規定時段中的最大降雨量，不問它是從那個瞬間開始的。

為了彌補降雨資料的不足，我們採用了所謂『歷時延長』的原理，補充了一些超過實際降雨歷時的時段的資料。例如在 10 分鐘內降雨 30 公厘，10 分鐘時段之強度 = 3 公厘/分鐘，如有必要，可以計算 20 分鐘時段之強度 = 1.5 公厘/分鐘，作為補充資料。

製定降雨強度曲線，必須要有足夠數量的降雨資料。由於我國降雨資料極少，自記雨量記錄更少，單獨的一個站的降雨資料，足以供製定降雨曲線之需的情況是不多的。為了積聚必要的降雨資料，我們採用了『站年法』 (參閱 С. И. Костин: Климатология стр. 367)。就是不問年

代是否相同，將同一地區內各站降雨資料，合併當作同一站的不同時期的降雨資料。例如各站降雨資料合併後，共有60個站年，則可以認為相當於一個站連續60年的降雨資料。

站年法雖有它一定的缺點，但也可說它是沒有辦法中的比較好的一種辦法。蘇聯現在還是採用這個方法，所以我們也採用此法。

(4) 計 算 方 法

(a) 圖 解 法

用圖解方法求降雨強度與歷時關係的公式是比較簡便的一個方法。在選取降雨資料時，我們的理想頻率單位是年，也就是說每年選取一個。例如我們有30站年的降雨資料，按不同的規定時段，分別每年取最大的一個，共計30個，但有時某一規定時段的甲年的最大值，尚較乙年的次大值為小，則採用乙年的次大值作為甲年的最大值。一般言之，對每個規定時段，從30站年的資料中，選出30個最大的數值，不問其所屬的年份。

當每一個規定時段的降雨資料，都選好以後，就可以按時段分別由大而小排列成表，並計算其頻率，然後在雙對數格紙上，繪出一組不同頻率的降雨強度與歷時關係曲線。為了在雙對紙上用直線方程方式，將氣象因素的關係正確地表達出來，我們用 $t+b$ 代替 t ，其中 b 為常數，由試驗確定之。當適當的 b 選定以後，我們可以得到一組傾斜的大致平行的近似直線的折綫。因為我們試製的是第(6)式和第(7)式，亦即假定 $n=1$ ，因而，這一組直線的傾斜方向應為 45° 。按着這個傾斜方向，貫穿每一條折綫，劃出一條直綫，這樣繪得的每一條直綫，事實上就是我們要求的不同頻率的降雨強度與歷時關係曲線。並由任意的 $(t+b)$ 值與其相應的 a 值，可得到公式(1) $a = \frac{k}{t+b}$ 中之 k 值。

這種圖解法，看起來很簡單明瞭，但由於我們降雨資料記錄年代過短，由這些降雨資料繪得的折綫，缺乏顯明的變化趨勢，因而在求 b 的試繪時，以及在決定各頻率直綫的位置時，都有很大的困難。如只憑眼力勉強繪得一組直綫，其結果必不可靠，因而我們只用它作為參考並改用解析法來計算。

(b) 解 析 法

我們知道，公式(1)只是一種理論關係，由自然界取得的實際降雨資料完全符合於 $a = \frac{k}{t+b}$ ，或 $\lg a = \lg k - \lg(t+b)$ 是絕少的，因而我們說 $\lg a \neq \lg k - \lg(t+b)$ ，或 $\lg a - \lg k + \lg(t+b) \neq 0$ ，而 $\lg a - \lg k + \lg(t+b) = r$ ，式中 r 稱為殘差。

根據最小二乘式原理，要找一組最好地代表一組實際觀測得的降雨資料(a 與 t)的曲綫(或公式)，須使全部降雨資料的殘差的平方之和為最小。因而

$$\left[\lg a - \lg k + \lg(t+b) \right]^2 = r^2$$

$$\sum \left[\lg a - \lg k + \lg(t+b) \right]^2 = \sum r^2 = M$$

要 M 為最小，根據微分學原理，須 $\frac{dM}{d\lg k} = 0$

$$\therefore \text{即 } \frac{dM}{d\lg k} = -2 \sum \left[\lg a - \lg k + \lg(t+b) \right] = 0$$

$$\text{或 } \sum \lg a - n \lg k + \sum \lg (t+b) = 0$$

式中 n 為資料的組數，上式稱為法方程。

求算 b 值的程序如下：

①先在對數格紙上，照圖解法所述繪出一組降雨強度與歷時關係折綫，折綫愈圓滑的愈理想。一般的情況，頻率愈低的愈圓滑，愈高的愈粗糙。我們首先將這些折綫加以選擇，去掉過分粗糙的（因降雨資料貧乏，不可去的太多），剩下比較圓滑的。

②先取選得的折綫之一，例如其頻率為 1 年的折綫，假定一個 b 值，根據最小二乘式原理，求得一個公式，然後根據剛求得的公式，計算各不同時段的理論降雨強度，並與各不同時段的實際降雨強度相比，而求得其標準差（即均方差），然後假定第二個 b 值，第三個 b 值等等，並同樣的計算其標準差。

③選取另一個頻率的折綫。例如頻率為 2 年的折綫，同樣假定幾個不同的 b 值，但須與前次假定的數值相同，求得其相應的標準差。

④將所有其餘的折綫作同樣的處理。

⑤按不同的頻率與不同的 b 值，將所有求得的標準差列入表內，並按不同的 b 值，求算平均標準差。

⑥與最小平均標準差相應的 b 值，即要求的 b 值。

例：用解析法求算最適合於華北黃土高原區資料的降雨強度與歷時關係公式中的 b 值。

西北黃土高原區共有 19 個站年的降雨資料。從 19 個站年的降雨資料中，按各規定時段，我們各選取了 20 個最大雨量資料，並分別計算出各時段的降雨強度，列如表 1。

其他時段的表與此類似（共有 5、10、15、20、30、45、60、90、120、150、180、240 分鐘時段的表 12 張）。

在雙對數格紙上，繪出一組 20 個降雨強度與歷時關係曲綫，從中選出曲綫比較圓滑的六個，其頻率為 1 年、2 年、4 年、5 年、10 年及 20 年一遇的。

五分鐘降雨強度表

(表 1)

次 序	雨 量 (公厘)	強度 = 雨量 時間 公厘 / 分鐘	次 序	雨 量 (公厘)	強度 = 雨量 時間 公厘 / 分鐘
1	11.5	2.30	11	6.5	1.30
2	9.7	19.4	12	6.2	1.24
3	8.5	17.0	13	6.0	1.20
4	8.0	1.60	14	6.0	1.20
5	7.6	1.52	15	5.6	1.12
6	7.0	1.40	16	5.5	1.10
7	7.0	1.40	17	5.5	1.10
8	7.0	1.40	18	5.0	1.00
9	6.9	1.38	19	5.0	1.00
10	6.7	1.34	20	5.0	1.00

法 方 程 因 子 計 算 表

頻率一年一遇；假定 $b=5$

(表2)

t	t+5	lg (t+5)	a 的 觀 測 值 (公厘/分鐘)	lga
5	10	1.00000	1.00	0.00000
10	15	1.17609	0.77	1.88649
15	20	1.30103	0.59	1.77085
20	25	1.39794	0.51	1.70757
30	35	1.54407	0.40	1.60206
45	50	1.69897	0.32	1.50515
60	65	1.81291	0.28	1.44716
90	95	1.97772	0.20	1.30103
120	125	2.09891	0.16	1.20412
150	155	2.19033	0.13	1.11394
180	185	2.67177	0.12	1.07918
240	245	2.38917	0.10	1.00000
		$\sum_{1}^{12} = 20.85231$		$\sum_{1}^{12} = -6.38245$

將 $\sum_{1}^{12} \lg (t+5) = 20.85231$ 及 $\sum_{1}^{12} \lg a = -6.38245$ 代入法方程中，得

$$-6.38245 = 12 \lg k - 20.85231$$

或 $\lg k = 1.20582$ $k = 16.06$

這樣我們就求得頻率如為 1 年一遇的 (b 係暫時假定值) 降雨強度與歷時的關係公式：

$$a = \frac{k}{t+b} = \frac{16.1}{t+5}$$

式中降雨強度 a 以公厘/分鐘計，t 以分鐘計。

標 準 差 計 算 表

(表 3)

t	頻率 F=1		差 數 γ	(差數) ² , γ^2
	觀測值 a	計算值 a		
5	1.00	1.61	-0.61	0.3121
10	0.77	1.07	-0.30	0.0900
15	0.59	0.81	-0.22	0.0484
20	0.51	0.64	-0.13	0.0169
30	0.40	0.46	-0.06	0.0036
45	0.32	0.32	0.00	0.0000
60	0.28	0.25	0.03	0.0009
90	0.20	0.17	0.03	0.0009
120	0.16	0.13	0.03	0.0009
150	0.13	0.10	0.03	0.0009
180	0.12	0.09	0.03	0.0009
240	0.10	0.07	0.03	0.0009
$\sum_{1}^{12}$				0.5364

$$\text{標準差 } r = \sqrt{\frac{\sum r^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.5364}{12}} = 0.211$$

假定 $b=10、15、17、18、20$ 、同樣的計算，我們得到如下的結果：

($F = 1$)

$b =$	5	10	15	16	17	18	20
$a = \frac{k}{t+b}$	$\frac{16.10}{t+5}$	$\frac{18.31}{t+10}$	$\frac{20.38}{t+15}$	$\frac{20.78}{t+16}$	$\frac{21.17}{t+17}$	$\frac{21.56}{t+18}$	$\frac{22.33}{t+20}$
$r =$	0.211	0.0958	0.041	0.036	0.034	0.034	0.042

將其他頻率的降雨資料計算後得到：

標 準 差 變 化 表

(表 4)

$b \backslash F$	5	10	13	14	15	16	17	18	20
1	0.211	0.090			0.041	0.036	0.034	0.034	0.042
2	0.270	0.119			0.058	0.052	0.051		0.064
4	0.331	0.153			0.072	0.066	0.062	0.062	0.068
5	0.339	0.148			0.059	0.053	0.052	0.055	0.066
10	0.365	0.151		0.077	0.071	0.073	0.078		0.102
20	0.377	0.141	0.088	0.081	0.088	0.098	0.108		0.111
共計	1.893	0.819			0.389	0.379	0.390		0.486

從這個表，我們可以看得出來， $b=16$ 時，標準差之值最小，故採用 $b=16$ 。

上述計算方法很繁重，決定 b 值還有一種比較簡便的方法，簡述如下：

首先我們也是先將降雨資料加以選擇。爲了使結果更可靠，參加計算的降雨資料愈多愈好，因而我們選擇折綫時，用的頻率個數愈多愈好。頻率的數字，不一定非要整數。由於用的頻率個數多，在對數紙上劃起來可能交錯混亂，尤其是接近高頻率的一部份，所以可以改用普通方格座標紙，必要時還可以移動或變更座標的比例尺。當折綫選定以後，可以按照不同的時段（如 5 分鐘、10 分鐘等等），將各頻率折綫的降雨強度 a 加起來。如選得的頻率折綫數目爲 N ，用 N 除每一個時段各頻率折綫的降雨強度 a 相加後得到的總和，我們可以得到一條綜合折綫，綜合折綫不含頻率觀念，但它的趨勢代表着全部折綫的形式。

我們求 b 值時，只求綜合折綫的標準差變化情況就可以了，與綜合折綫的最小標準差相應的 b 值，即我們要求的 b 值。 b 既決定，即可利用法方程求算各頻率的 k 值，這樣就可以省去很大一部份的計算工作。後來我們把（華北）黃土高原區的資料用這一個簡便的求 d 的方法複算了一遍，得到同一的 b 值，證實這一個方法是可用的。

求算公式中的 k 值：

表示雨力 k 與頻率 F 關係的公式，可以在國內外的文獻中找到很多，其中應用比較廣泛以前已提到的有：

$$k = CF^D \dots\dots\dots (4)$$

$$k = A + B \lg F \dots\dots\dots (5)$$

根據 k 與 F 變化的趨勢，我們自己亦可以試用其他的公式形式，根據黃土高原區的資

料，我們會試用：

$$k = L + M \lg F + N (\lg F)^2 \dots\dots\dots (10)$$

式中L、M及N為待定常數。

爲了最好地表達一組k與F數值的變化關係，我們仍須根據最小二乘式原理，導出法方程，由法方程解出公式中的常數。

求公式(4) $k = CF^D$ 中常數C與D所需要的法方程之推導：

$$k = CF^D \dots\dots\dots (4)$$

兩邊取對數 $\lg k = \lg C + D \lg F$

用實測資料時， $\lg k - \lg C - D \lg F \neq 0 = r$

$$\sum [\lg k - \lg C - D \lg F]^2 = \sum r^2 = M$$

$$\frac{\partial M}{\partial \lg C} = -2 \sum [\lg k - \lg C - D \lg F] = 0$$

$$\text{或 } \sum \lg k = n \lg C + D \sum \lg F \dots\dots\dots (a)$$

$$\frac{\partial M}{\partial D} = -2 \sum [\lg k - \lg C - D \lg F] \lg F$$

$$\text{或 } \sum \lg F \cdot \lg k = \lg C \sum \lg F + D \sum (\lg F)^2 \dots\dots\dots (b)$$

因而，求常數C與D的法方程可寫在一起：

$$\sum \lg k = n \lg C + D \sum \lg F \dots\dots\dots (a)$$

$$\sum \lg F \cdot \lg k = \lg C \cdot \sum \lg F + D \sum (\lg F)^2 \dots\dots\dots (b)$$

式中n爲各頻率折線的個數(下同)。

同樣地，根據微分學原理，可以推導求公式(5) $k = A + B \lg F$ 中常數A與B所需的法方程：

$$k = A + B \lg F \dots\dots\dots (5)$$

用實測數值時， $k - A - B \lg F = r$

$$\sum [k - A - B \lg F]^2 = \sum r^2 = M$$

$$\frac{\partial M}{\partial A} = -2 \sum [k - A - B \lg F] = 0$$

$$\sum k = nA + B \sum \lg F \dots\dots\dots (c)$$

$$\frac{\partial M}{\partial B} = -2 \sum [k - A - B \lg F] \lg F = 0$$

$$\sum k \lg F = A \sum \lg F + B \sum (\lg F)^2 \dots\dots\dots (d)$$

爲了求公式(10) $k = L + M \lg F + N (\lg F)^2$ 中的常數L、M及N，我們有法方程式：

$$\sum k = nL + M \sum \lg F + N \sum (\lg F)^2 \dots\dots\dots (e)$$

$$\sum k \cdot \lg F = L \sum \lg F + M \cdot \sum (\lg F)^2 + N \sum (\lg F)^3 \dots\dots\dots (f)$$

$$\sum k \cdot (\lg F)^2 = L \sum (\lg F)^2 + M \cdot \sum (\lg F)^3 + N \sum (\lg F)^4 \dots\dots\dots (g)$$

仍以華北黃土高原區爲例。我們在此地只用公式(5) $k = A + B \lg F$ 的形式，作爲一個例題說明計算的方法，有關其他的公式形式，只抄計算結果：

例：求算法方程

$$\begin{cases} \Sigma k = nA + B \Sigma \lg F & \dots\dots\dots (c) \\ \Sigma k \cdot \lg F = A \Sigma \lg F + B \Sigma (\lg F)^2 & \dots\dots\dots (d) \end{cases}$$

中的常數A與B(公式(5)用)。

法 方 程 因 子 計 算 表

(表 5)

F	$\lg F$	$(\lg F)^2$	k	$k \cdot \lg F$
1	0.00000	0.00000	20.78	0.00000
2	0.30103	0.09062	27.10	8.15791
4	0.60206	0.36248	31.71	19.09132
5	0.69897	0.48856	33.69	23.54830
10	1.00000	1.00000	38.67	38.67000
20	1.30103	1.69268	43.76	56.93307
Σ	3.90309	3.63434	195.71	146.40060

將各因子的數值代入(c)及(d)二式中：

$$195.71 = 6A + 3.90309B$$

$$146.40060 = 3.90309A + 3.63434B$$

聯立解之得：

$$A = 21.28174$$

$$B = 17.42711$$

故公式(5)之實用形式(黃土高原區)爲：

$$k = 21.28 + 17.43 \lg F$$

標 準 差 計 算

(表 6)

頻率F	實際的k值	由公式 $k = 21.28 + 17.43 \lg F$ 計算的k值	殘差 γ	γ^2
1	20.78	21.28	-0.50	0.2500
2	27.10	26.53	0.57	0.3249
4	31.71	31.77	-0.06	0.0036
5	33.69	33.46	0.23	0.0529
10	38.67	38.71	-0.04	0.0016
20	43.76	43.96	-0.20	0.0400
			Σ	0.6730

$$\text{標準差 } \sigma_k = \sqrt{\frac{\Sigma \gamma^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.673}{6}} = 0.335$$

第五節 氣候係數K的計算

蘇聯的柏氏公式中，氣候係數 $K = \frac{M}{33}$ ，在歐州部份中央地區，因爲每年一日最大降雨

量歷年平均值为33公厘，故氣候係數 $K = \frac{M}{33} = \frac{33}{33} = 1$ 。在其他地區，M之值取『路線區內每年一日最大降雨量歷年平均值』。

我們考慮到山地的雨型與平原的不同（參閱Д. Л. Соколовский：речной Сток стр.299），地形的影響很大，因而我們不主張無論在任何地域內，均採用同一的氣候係數；即不主張在該地區內，統用路線區內的每年一日最大降雨量歷年平均值作為M。我們認為，應該用最接近於橋涵地區的雨量站的每年一日最大降雨量的歷年平均值作M值。

在完全無資料可用的地區，可參照附圖之等值綫決定M值。

第六節 華北黃土高原區及四川盆地區的計算結果

(1) 華北黃土高原區

按照上述計算方法，目前(第一次排印時)已將華北黃土高原區及四川盆地區(分區)，降雨強度公式計算完畢。尚有(a)西南高原區，(b)東北區，(c)華北平原區(分區)，(d)華中區，(e)東南沿海區的降雨強度公式正在計算中(必要時，大區可能再分成分區)。

華北黃土高原區是分做三個方案進行計算的。上述實例是19站年方案，這個方案是根據氣候分區圖所示的黃土高原區內各測站的自記降雨資料製定的，其位置大致處於每年一日最大降雨量歷年平均值等值綫40公厘與60公厘之間，包括天水，慶陽，太寅，靈石，甘谷驛，綏德，宋家坡，吳堡，河曲，李家村等10個測站19個站年的記錄。第二個方案是30站年方案，這個方案在地理位置上涉及到的面積較19站年方案為大，向東超出了黃土高原區，但仍未超出60公厘的等值綫，只是涉及華北平原區西邊一小部份(盧氏，西安，華縣)，而仍在華北區(大區)之內，向西超出了40公厘等值綫而止於20公厘等值綫，將甘肅草原區(分區)的蘭州，靖遠包括了進去；試製這個方案的目的，是因為黃土高原區資料貧乏，為了收集較多的資料，以取得比較好的曲綫。第三個方案是天水八年方案，是用在這個區域內單獨天水一個測站的連續八年資料做出的，目的是為了驗證站年法的原理是否可靠。

按照上述方案定義，推導出來的各方案在不同頻率下的暴雨強度公式如下：

(1) 19 站 年 方 案

(表7)

公 式	$a = \frac{21.28 + 17.43 \lg F}{t + 16}$	$a = \frac{22.01 F^{0.24}}{t + 16}$	$a = \frac{20.99 + 19.01 \lg F - 1.22 (\lg F)^2}{t + 16}$
$6K$	0.335	1.120	0.258
50	$a_{50} = \frac{50.89}{t + 16}$	$a_{50} = \frac{53.41}{t + 16}$	$a_{50} = \frac{49.77}{t + 16}$
100	$a_{100} = \frac{51.11}{t + 16}$	$a_{100} = \frac{66.62}{t + 16}$	$a_{100} = \frac{51.13}{t + 16}$
200	$a_{200} = \frac{61.16}{t + 16}$	$a_{200} = \frac{84.72}{t + 16}$	$a_{200} = \frac{60.59}{t + 16}$
500	$a_{500} = \frac{68.32}{t + 16}$	$a_{500} = \frac{98.03}{t + 16}$	$a_{500} = \frac{63.41}{t + 16}$

② 30 站 年 方 案

(表 8)

一 般 公 式	$a = \frac{20.97 + 17.71 \lg F}{t + 15}$	$a = \frac{21.56 F^{0.244}}{t + 15}$
$\frac{6\pi}{F}$	1.30	2.50
50	$a_{50} = \frac{51.03}{t + 15}$	$a_{50} = \frac{55.95}{t + 15}$
100	$a_{100} = \frac{56.39}{t + 15}$	$a_{100} = \frac{66.25}{t + 15}$
300	$a_{300} = \frac{64.84}{t + 15}$	$a_{300} = \frac{86.60}{t + 15}$
500	$a_{500} = \frac{68.77}{t + 15}$	$a_{500} = \frac{98.08}{t + 15}$

③ 天 水 8 年 方 案

(表 9)

一 般 公 式	$a = \frac{21.85 + 22.75 \lg F}{t + 16}$	$a = \frac{22.20 F^{0.32}}{t + 16}$
$\frac{OK}{F}$	0.228	1.034
50	$a_{50} = \frac{60.23}{t + 16}$	$a_{50} = \frac{77.63}{t + 16}$
100	$a_{100} = \frac{67.08}{t + 16}$	$a_{100} = \frac{96.91}{t + 16}$
300	$a_{300} = \frac{77.93}{t + 16}$	$a_{300} = \frac{137.70}{t + 16}$
500	$a_{500} = \frac{82.98}{t + 16}$	$a_{500} = \frac{162.20}{t + 16}$

華北黃土高原區氣候係數的計算如下：

(1) 19站年方案

(表10)

站 名	天 水	慶 陽	太 寅	靈 石	甘 谷 驛	綏 德	宋 家 坡	吳 堡	河 曲	李 家 村	共 計
自記紙資料的年代	8	1	1	1	2	1	1	2	1	1	19
日最大雨量資料的年代	15	12	2*	17	3	1	12*	—	—	9	—
每年一日最大降雨量歷年平均値	50.3	62.9	66.3	42	44.4	33.9	46.8	0	0	40.3	—
權 數	8	1	1	1	2	—	1	—	—	1	15
權 雨 量	402.4	62.9	66.3	42	88.8	0	46.8	0	0	40.3	749.5

加權後，全部站年的總平均M爲50。

(註) 1. 表內有*號的，是自附近水文站借用的資料。

2. 權數是根據自記紙記錄年代定的，其中綏德，吳堡，河曲三站，均無資料，或只有一年的資料，附近

也無處可借，故未計算其權量。

3. 雨量單位均以公厘計。

故19站年方案計算氣候係數之公式爲：

$$K = \frac{M}{50} \dots\dots\dots (11)$$

(2) 30站年方案

30站年方案的氣候係數計算公式的推求程序與19站年方案相同，其結果爲：

$$K = \frac{M}{47} \dots\dots\dots (12)$$

(3) 天水8年方案

本方案的氣候係數公式爲：

$$K = \frac{M}{50.3} \dots\dots\dots (13)$$

這三個方案，究竟選用那一個方案比較好些，我們初步意見如下：

先將19站年方案與30站年方案作一比較，無論按 $a = \frac{A + B \lg F}{t + b}$ 的形式或是按 $a = \frac{CF^D}{t + b}$

的形式，兩個方案中，互相對應的公式數值都相差不大，所以按照數值說，取任何一個都可以。如比較標準差 σ_k ，則19站年方案較30站年者爲優。按兩個方案資料分佈的範圍說，則19站年的完全限於本區（黃土高原區）的範圍以內，等值綫數值之差 = 60 - 40 = 20公厘；而30站年方案，則不只跨到甘肅草原區（分區），其等值綫數值之差（= 60 - 20 = 40公厘）亦較大，所以按資料分佈情況說，也是19站年方案比較好些。

30站年的數值比較19站年的少微高一些，其所以高的原因，一方面是由於選取甘肅草原區的資料時，只採用了比較高的數值（因而產生片面性），另一方面也是因爲東邊華北平原區（分區）的資料本來是比較高的。按目前掌握的資料情況說，可以製出華北平原區自己的公式，所以黃土高原區的公式，不必借用於華北平原區。但是西北方面的草原區與沙漠區都沒有多少資料，因而目前不能製定出它們自己的公式來，如借他區的公式，只有黃土高原區的最合適。我們自附圖二的等值綫可以看得出來，由黃土高原區向西北走，經草原區到沙漠區，降雨強度（日最大降雨量在一定的程度上，可以代表短時段的降雨強度）急遽降低，因此借用19站年方案的公式較借用30站年者爲優。所以在將來公式的應用上說，亦以19站年者爲佳。天水8年的方案，雖具有資料連續性及標準差 σ_k 較小的優點，但資料究嫌過短，對於將來應用方面說，它的數值亦嫌過高，與標準差 σ_k 較小這個優點相反，對黃土高原區全區來說，可能發生公式的代表性不足的缺點。如上所述，以採用19站年方案爲宜。

至於公式類型的選擇，這是一個比較重要的問題，先以 $a = \frac{A + B \lg F}{t + b}$ （公式6）與 $a = L + M \lg F + N(\lg F)^2$ （公式10）作比較，後者的優點在於標準差較小（0.335 > 0.258），但公式結構比較複雜，且在理論上說，雨力 k 對頻率 F 的增長率到達一定限度（在本例爲 $F = 6.18 \times 10^7$ 年）時而停止，過此限度反而成負值，似與自然界情況不符，是其缺點。再以 $a = \frac{A + B \lg F}{t + 16}$ 〔公式（6）〕與 $a = \frac{CF^D}{t + 16}$ 〔公式（7）〕作比較，後者的數值隨 F 的增而急遽增長，又後者的標準差較大（1.120 > 0.335），這兩種形式，在蘇聯都有應用，但

$a = \frac{A + B \lg F}{t + 16}$ 的形式應用遠較廣泛。蘇聯資料比我國資料豐富，蘇聯研究的比我國深入，蘇聯情況可作我們很好的借鏡。根據以上的討論，似乎以採用 $a = \frac{A + B \lg F}{t + b}$ 的形式為宜。

因之，根據這樣初步分析的意見黃土高原區降雨強度公式與氣候係數公式選擇的最後結果如後：

(甲) 降雨強度與歷時關係公式：

一般公式：
$$a = \frac{21.28 + 17.43 \lg F}{t + 16}$$

當頻率 $F = 50$ 年時， $a_{50} = \frac{50.89}{t + 16}$

當頻率 $F = 100$ 年時， $a_{100} = \frac{56.14}{t + 16}$

當頻率 $F = 300$ 年時， $a_{300} = \frac{64.46}{t + 16}$

當頻率 $F = 500$ 年時， $a_{500} = \frac{68.32}{t + 16}$

式中 t 以分鐘計， a 以公厘/分鐘計。

(乙) 氣候係數公式：

$$K = \frac{M}{50}$$

式中 M 為每年一日最大降雨量歷年平均量，以公厘/日計。

(2) 四川盆地

關於四川盆地降雨強度及氣候係數公式計算結果如下：

(I) 半對數形式。

(甲) 降雨強度公式：

一般形式，
$$a = \frac{68.44 + 33.82 \lg F}{t + 35}$$

當頻率 $F = 50$ 年時， $a_{50} = \frac{125.90}{t + 35}$

當頻率 $F = 100$ 年時， $a_{100} = \frac{136.08}{t + 35}$

當頻率 $F = 300$ 年時， $a_{300} = \frac{152.22}{t + 35}$

當頻率 $F = 500$ 年時， $a_{500} = \frac{159.72}{t + 35}$

(乙) 氣候係數公式：

$$K = \frac{M}{110}$$

式中M——每年一日最大降雨量歷年平均値，以公厘/日計，

(Ⅱ)雙對數形式：

(甲)降雨強度公式：

$$\text{一般形式, } a = \frac{69.22F^{0.175}}{t+35}$$

$$\text{當頻率 } F = 50 \text{ 年時, } a_{50} = \frac{137.23}{t+35}$$

$$\text{當頻率 } F = 100 \text{ 年時, } a_{100} = \frac{154.93}{t+35}$$

$$\text{當頻率 } F = 300 \text{ 年時, } a_{300} = \frac{187.76}{t+35}$$

$$\text{當頻率 } F = 500 \text{ 年時, } a_{500} = \frac{205.31}{t+35}$$

(乙)氣候係數公式：

$$K = \frac{M}{110}$$

式中M——每年一日最大降雨量歷年平均値，以公厘/日計算。

在目前資料貧乏的情況下，我們還不能斷言究竟那一種形式符合於降雨強度與歷時關係的一般的自然規律。但僅就我們計算的結果，半對數形式的標準差（0.691）較雙對數形式的標準差（1.24）為小，在圖解的趨勢上說，半對數形式亦比較圓滑合理，所以我們建議採用半對數的公式。

第七節 全國各區的降雨區度公式及氣候係數公式 (參閱氣候分區圖)

全國共分七個大區，有的大區尚細分為若干分區。照理想，有分區的大區每分區應有一套公式，無分區的大區每一大區應有一套公式。但由於實際資料的貧乏，單獨一個分區做一套公式的只有黃土高原、華北平原及四川盆地等三個分區；若干分區聯合在一起做一套公式的有華中五聯區（包括南嶺山地、浙閩山地、長南、長北及江淮平原等五個分區）及東北三聯區（包括長白山地、松遼平原及興安山地等三個分區）；做出獨立的大區公式的有東南沿海及西南高原兩大區；而草原及沙漠兩大區則只做出各自的氣候係數公式，該二大區缺乏自記紙資料，降雨強度公式未能做出。

全國各區的公式綜合在下邊的一個表內：

表II

氣候分區		降 雨 強 度 公 式				氣候係數公式	備 註
		$a = \frac{A + B \lg F}{t + D}$	頻 率 F				
大區	分 區		50	100	300		
東南沿海區	(無)	$a = \frac{41.92 + 49.86 \lg F}{t + 28}$	$a_{50} = \frac{126.6}{t + 28}$	$a_{100} = \frac{141.6}{t + 28}$	$a_{300} = \frac{165.4}{t + 28}$	$K = \frac{M}{94}$	
華中區	四川盆地	$a = \frac{68.44 + 33.82 \lg F}{t + 35}$	$a_{50} = \frac{125.9}{t + 35}$	$a_{100} = \frac{136.1}{t + 35}$	$a_{300} = \frac{152.2}{t + 35}$	$K = \frac{M}{110}$	
	華中五聯區	$a = \frac{55.50 + 41.22 \lg F}{t + 37}$	$a_{50} = \frac{130.6}{t + 37}$	$a_{100} = \frac{143.9}{t + 37}$	$a_{300} = \frac{165.0}{t + 37}$	$K = \frac{M}{96}$	包括南嶺山地、長南、長北、浙閩山地及江淮平原五個分區。
西南高原區	(無)	$a = \frac{60.42 + 35.09 \lg F}{t + 39}$	$a_{50} = \frac{120.0}{t + 39}$	$a_{100} = \frac{130.6}{t + 39}$	$a_{300} = \frac{147.3}{t + 39}$	$K = \frac{M}{82}$	
華北區	華北平原區	$a = \frac{47.06 + 44.91 \lg F}{t + 31}$	$a_{50} = \frac{123.4}{t + 31}$	$a_{100} = \frac{133.9}{t + 31}$	$a_{300} = \frac{158.3}{t + 31}$	$K = \frac{M}{85}$	
	黃土高原區	$a = \frac{21.28 + 17.43 \lg F}{t + 16}$	$a_{50} = \frac{50.9}{t + 16}$	$a_{100} = \frac{53.1}{t + 16}$	$a_{300} = \frac{61.5}{t + 16}$	$K = \frac{M}{50}$	
東北區	東北三聯區	$a = \frac{45.51 + 38.51 \lg F}{t + 32}$	$a_{50} = \frac{110.9}{t + 32}$	$a_{100} = \frac{122.5}{t + 32}$	$a_{300} = \frac{140.9}{t + 32}$	$K = \frac{M}{71}$	包括長白山地、松遼平原及興安山地三個分區
草原區	內蒙草原區 甘肅草原區 青康草原區	(缺 資 料)	借用黃土高原分區公式			$K = \frac{M}{38}$	
沙漠區	(無)	(缺 資 料)	借用黃土高原分區公式			$K = \frac{M}{16}$	

式中 a —降雨強度，以公厘/分鐘計；
 t —降雨歷時，以分鐘計；
 M —每年一日最大降雨量歷年平均値，以公厘計；
 K —氣候係數。

註：在敘述中提及個別具體之區時，應說明大區、聯區或分區。

現將各區公式的製定情況說明如下：

- (1) 黃土高原分區的情況已在本文第六節中詳及。
- (2) 東南沿海大區：

東南沿海大區暴雨的形成多半都是由於颱風的侵襲，可以認為在全部區域內氣候條件是大致相同的。

東南沿海大區所用的自記紙資料來自十個測站，合計48個站年。按測站分佈情況說還相當均勻，按年代長短說則上海35年、廣州4年、蘇州5年、餘均一年。因為各站的年代長度相差很大，低頻率的降雨量（例如一年一遇的五分鐘的降雨量）雖然在各站之中都有相當的發生機會，但高頻率的降雨量（例如30年或35年一遇的五分鐘的降雨量）則一般地要選自上海，所以降雨強度與頻率的關係曲綫代表上海的情況要比代表其他城市的更好一些，但由於採用了站年法，上海以外城市所起的作用雖然不大，而它們的站年數却算了進去，這樣，降雨