

- 892264

·内部发行·

图论应用的新进展

(译文集)

中国电子学会电路与系统学会

图论专业组编译

一九八九年六月

序 言

图论是古老而饶有兴趣且应用极为广泛的一门学科。图论起源于求解哥尼斯堡七桥难题(1736年),随后又出现环球旅行游戏(1845年)。在自然科学、社会科学以及工程技术领域中的问题,凡是含有二元关系的,通过绘制网络模型,设计有效算法,使问题变得形象直观,便于求解。

早期图论的研究限于纯理论范围。也有少量的应用,如众所周知的 Kirchhoff 和 Maxwell 将树的概念用于电网络的拓扑分析,即为一例。随后经历一个缓慢发展时期。到本世纪中叶,运筹学的发展对图论应用起了新的推动作用。近期导致图论的广泛应用是由于集成电路和数字计算机的出现,用传统方法难于适应大规模集成电路和复杂系统的分析与设计。目前在电路布图、机助设计、系统分析、信号处理、故障诊断、模式识别、交通运输、邮电通讯、建筑施工、生产调度、网络优化和企业管理等方面,图论有了愈来愈多的应用。随着图论应用的进展,设计有效算法与分析计算复杂性吸引着不少图论学者和计算机科学家的浓厚兴趣。

近 10 余年来发表在著名国外杂志或重要国际会议论文集上的图论应用研究成果屡见不鲜。而分类选编,汇总成册的很少见到,在国内出版的则几乎没有。编辑本《译文集》的目的就在于向国内广大科技界、高等院校教师 and 研究生、以及企事业领导和管理干部,介绍国外图论应用的最新成果,启发读者结合我国实际,深入钻研,开拓创新,并把研究成果推广应用于我国经济发展与科技进步!

全书分为四部分,选入 27 篇论文:综述 6 篇,理论 5 篇,算法 3 篇,应用 13 篇,其中绝大部分是近年来的新研究成果。论文作者包括美国、日本、加拿大、英国、西德、波兰、印度等国的著名专家教授。第一部分介绍图论应用综述;第二部分介绍图论应用中的几个理论问题,如有源网络分析、补树、仙人掌图、主划分以及拟阵的应用;第三是图论算法部分,介绍了计算复杂性,启发式算法和并行图论算法;最后是应用部分,占全书一半篇幅,着重介绍图论在电路布图、文字识别、故障诊断、计算机系统、电磁场数值计算、网络优化以及工业与行政管理等方面的应用,此外还提到随机网络、流图分析与中国邮递员问题等。

本《译文集》是在中国电子学会电路与系统学会图论专业组的组织下,许多同志集体劳动的结晶。参加选题和译校的专家学者以及中青年同志达 50 余

人，经过两年多时间才得以完成。在此谨代表图论专业组对为出版〈译文集〉付出辛劳的译者、校阅者、参加稿件整理的岳公友、张舒、贺春雷、蒋挺等同志以及成电应用电子技术服务部负责出版事务的杨楠同志和协助出版的唐普英、李绍荣、徐锦、张鸿等同志致以衷心感谢！对资助出版的同行专家学者深深致谢！

在编译出版过程中，得到美国圣他卡勒拉大学陈树柏教授经常的鼓励和支持，芝加哥伊利诺大学陈惠开教授、普渡大学林本铭教授、伯克利加州大学葛守仁教授和蔡少棠教授的关怀，以及清华大学常迥教授、中科院电子所柴振明教授、上海交通大学陈鸿彬教授、北京理工大学李育珍教授、电子科技大学顾德仁教授和虞厥邦教授的热情关怀与支持，谨向他们致以深切谢意！

鉴于〈译文集〉内容涉及面广，虽经仔细斟酌，慎重处理，仍难免有不妥或错误之处，敬请读者给予批评指正！

左 垵

一九八九年五月

《图论应用的新进展》(译文集)

编译组

主 编 左 埏

副主编 黄汝激 迟忠先 赵永昌 张良震 方永绥

校 阅 舒贤林 陈允康 刘美轮 卢开澄 熊德琰
张德有 周克定 颜绍书 赵 辰 余庆键
孙雨耕 董文彬 庄文君 曾德汲 康泰兆
裴留庆 刘根泉 杨伟毅 吴新余 邹谋炎
许 珠 陈国良 宿延吉 徐志才

翻 译 李 锋 孙宪君 陈立东 王树禾 爱国
李宪廷 王建华 林亚雄 曹布阳 余燕琼
钱建平 向佑清 穆 珍 刘振华 王志勇
程 奇 龙小秋 孙蕴琦 王 涛 邓祖善
杜世培

目 录

序言

综述

1.图论应用综述.	1
R.C.Owens S.P.Chan(陈树柏)	
2.图论应用于网络的新进展	22
W.K.Chen(陈惠开)	
3.图论在网络分析与综合中的应用	39
I.Cederbaum	
4.网络优化研究的现状与动向	47
B.Goden M.Ball L.Bodin	
5.电路与系统中拓扑应用的新进展	60
S.P.Chan(陈树柏)等	
6.图论在 VLSI 与 CAD 中的应用	67
R.R.Chen(陈润吾)	

图的理论

1.有源网络的拓扑公式表示与复杂度——统一综述.	79
W.K.Chen(陈惠开)	
2.电路理论中的补树	94
P.M.Lin(林本铭)	
3.含受控源的非线性电路具有唯一解的拓扑判据.	107
T.Nishi L.O.Chua(蔡少棠)	
4.主划分简述.	122
Y.Kajitani(梶谷洋司)	
5.应用拟阵解决网络理论中基本问题的统一方法.	131
M.IRI(伊理正夫)	

图论算法

1.网络问题的计算复杂性.	142
R.M.Karp	

2.启发式算法在网络设计中的应用.	156
S.Lin(林 生生)	
3.并行图论算法.	174
M.J.Quinn N.Deo	

图论应用

1.通道布线的有效算法.	206
T.Yoshimura E.S.Kuh(葛守仁)	
2.一维逻辑门安排和区间图.	222
T.Ohtsuki H.Mori E.S.Kuh(葛守仁)	
3.超图中的多端流.	235
T.C.Hu K.Hoerder	
4.双层印刷电路板连通孔最小化的一种图论算法.	246
R.R.Chen(陈润吾) Y.Kajitani S.P.Chan(陈树柏)	
5.同构图检验方法及其在文字识别中的应用.	273
W.Mayeda(前田渡)	
6.图的主划分及其在图和网络问题中的应用.	279
S.Shinoda(篠田庄司)	
7.双图的主划分用于有源电路的诊断和调试.	292
T.Ozawa(小泽孝夫)	
8.图论在计算机系统中的应用.	299
W.S.Bovil	
9.随机工序网络研究的进展.	317
K.Neumann	
10.网络在工业与行政管理中的应用	330
F.Glover D.Klingman	
11.大型电子网络的流图分析	351
J.A.Starjyh A.Konczykowska	
12.混合网络中的中国邮递员问题	377
E.Minieka	
13.图论在电磁场数值计算中的应用	383
G.J.Savage C.J.Carpenter	

图论应用综述

R.C.Owens S.P.Chan(陈树柏)

[原文载 Proceedings of the Summer Institute of Graph Theory and Applications, Vol.1 of 4. 中国科技大学研究生院出版, 1982. 本文系摘译]

前 言

首次记载对线图理论问题的研究是在 1736 年, 欧拉发表了哥尼斯堡七桥难题的论文[2]. 其后, 电子在十九世纪及后来大量实际问题的提出, 带来理论上迅速的发展. 本文目的在于简述图论宽广的应用范围. 文末附有内容丰富的参考文献目录.

本文分为四部分: 首先是电网络; 其次是印刷电路与集成电路的布图与测试; 第三是讨论通讯网络; 最后是对许多完全不同学科应用的讨论, 图论在这些学科中的应用绝大多数还处于发展之中. 引用的参考文献在本文最后的参考文献目录中给出, 文献按课题大体分类, 并引证其相应领域的一些经典的参考资料.

一. 电 网 络

电网络的研究常分为三种方法: 即节点(割集)和回路(圈)分析、流图分析、状态变量分析.

1. 拓扑分析

应用图的理论分析电网络首先起源于节点分析(Kirchhoff, [16])与回路分析(Maxwell, [1]). 克希霍夫利用网络图导出了树枝导纳乘积, 从而获得了无互感耦合的线性无源网络的各种传递函数. 这种分析法较之节点方程组的标准矩阵解法有如下优点: 没有因相减而对消的项, 这样提高了计算精度; 此外, 这种方法将网络图与求得传递函数的表达式直接联系起来, 从而使人们对问题的理解更透彻, 并提供用计算机列写公式的方法. 关于拓扑分析的更完整和严格的论述, 可参阅陈惠开[10]、陈树柏[39]或者其他有关电网络拓扑分析的教科书.

然而, 直到二十世纪五十年代末和六十年代初期, 拓扑分析法才有较大的进展. 1958 年, Weinberg[17]和 Reza[18]对克希霍夫的思想重新发生兴趣, 并作了讨论. 接着, 就开始了一个用拓扑方法分析一般网络的发展时期. Coates[19]和 Mason[12]为达到这一目的最先作出贡献. 陈惠开[25]引进了有向图及 K-树的概念, 提出了用于有源网络的通用拓扑公式. 在陈的有创见性方法的基础上, Jong 和 Zobrist[32]、Talbot[27]、陈树柏及 Dunn[38]作了有意义的改进.

拓扑方法除了用于网络分析之外, 还用于网络综合[13,23,26]. 林本铭给出任意阶的一般公式[18]. 一类重要的适宜用图论方法综合的网络是定阻网络. 有些作者在五十年代及六十年代初期就讨论定阻网络的问题[51-54].

对定阻网络(CRN)的研究,例如由林本铭导出的一类 CRN[55],是拓扑方法应用的一个出色例子。其他类型的定阻网络可参阅文献[56]、[57]和[58]。

2. 流图分析

解算网络导纳矩阵公式的另一种方法是用流图形式表示网络方程组,并利用流图生成所需的传输量。Mason[12,14]在 1953 年和 1956 年推导出一种系统地研究流图分析的方法。1959 年 Coates[20]提出了另一种改进的流图解法,允许有多个电源并导出简化的增益计算式。1967 年陈树柏和 Bapna[31]修改了 Coates 的增益公式,提出了回路及 2-回路的概念,这种方法利用了上面讨论的拓扑分析原理。另外,陈树柏和 Mai(麦夏农)[29]提出了另一种流图,从而提供了一个较为容易的表述方法和更简单的增益公式。

关于流图增益的计算,由 Dunn 和陈树柏提出的求解 Mason 流图的算法是一种较适宜于计算机分析的拓扑方法,读者可参阅文献[38]或陈树柏等主编的《网络图论及其应用》(科学出版社,1984 年)。

3. 状态变量分析

拓扑法与流图法适宜于网络的稳态分析,而状态变量法则更适宜于瞬态分析。状态变量分析如同拓扑分析一样,直接利用网络图。然而,对网络图的应用是为了建立便于求解的网络动态方程。1965 年和 1966 年,葛守仁和 Rohrer[59],Pottle[61,62]和 Branin[63]的注意力集中在状态变量方法上。1969 年,Pottle[64]给出了一个用于状态变量分析的计算机程序,这就是随后 CORNAD 程序的基础。正如 Williams 和 Smith[66]的论文所述,状态变量法不只局限于线性网络。另外,此方法也适用于综合问题上,见林本铭[60]、Russell 和陈树柏[65]的文献。

上面讨论的这些方法都已用于网络物理量的数值计算,如某特定时间或频率下的电压、电流及传递函数。然而,若能使部分或全部变量保持符号形式,则更便于观察。拓扑法及流图法二者都适用于生成符号网络函数。林本铭与 Alderson[67]提出一个在流图法中寻找路径的算法,以生成符号网络函数,从而导致 SNAP 计算机程序的产生。其后,他们利用不定导纳矩阵和以维持符号变量数目换取网络复杂度的方法,来处理随着大型网络而带来的困难[68]。林本铭总结了这方面的进展,并讨论了以灵敏度分析作为一种应用。文献[73]利用简化 Coates 图以简化有源网络的分析。文献[71]和[72]给出了利用符号方法来综合网络的两个例子。

二. 印刷电路与集成电路的布图与测试

1. 平面性判定

电路复杂程度的增加,开始是由于印刷电路,尔后是由于集成电路的问世,因此而引起的许多问题已超出复杂电路实现的范围。首先,其中一些问题又一般只限于平面网络或一些较小平面网络的组合,这就导致了平面性判定及抽取平面子图的问题。其次,研究电路布图

是十分必要的,特别是对于高度复杂的集成电路更是如此。第三,由各种自动设计和生产的复杂电路也需要有效的测试方法。因而,就涉及到图的着色和故障诊断两个领域。

如上所述,为了充分发挥印刷电路与集成电路技术的效能,就需要考虑平面网络的实现问题。已经从几个角度讨论过计算机对平面图形的判定。Fisher和周昌[76]最初研究的图的平面判定问题只限于某一类图形,后来又根据网络图论的关联矩阵提出了一个更一般的方法[77]。他们的方法除了能进行平面性判定外,也能识别一个边集,将这些边删去后便留下一个平面子图。Dunn和陈树柏[78,79]利用回路矩阵导出一种方法。在其他方面也作了研究,例如具有约束度的图形厚度问题及将图形分解成平面子图等问题,参阅文献[81]、[83]、[85]、[87]。

2. 电路布图

图论应用于印刷电路板的第二个领域是电路布图:导线的布线及部件的布局问题。1961年,C.Y.Lee[88]阐述了用计算机处理互联问题的方法,包括避开障碍物及优化导线长度。随后,Geyer[92]把Lee的问题推广,用来解决多层印刷板的问题。Hakimi[91]提出了解决最短路径问题的最小连接树(Steiner tree)问题的图论公式,Hanan[89]及Hwang[99]为同样目的研究了最小连接树问题。J.H.Lee、Bose和Hwang[100]利用最小连接树问题的研究成果导出了一个解决单层及多层网络布线问题的速度较快的算法。Lynn[93]描述了一个计算机辅助掩膜布线系统,Fu[90]、Yang和周昌[95-97]、Golden及Ball[101]讨论了导线最短的布线问题。Hanan[94]讨论了布局问题。十分有趣的是,许多布线问题是如此复杂,以致它们常常利用启发式算法[102]或次优法[95,97]来逼近。尽管这些算法不是最优的,但却能获得较为满意的结果,因而很有用。

集成电路与印刷电路同样也有一个布图问题,但由于更复杂,难度也就更大。Mlynski[107]讨论了用图论方法解决集成电路布图的优缺点。Engl、Mlynski及Pernards[104]将布局问题与布线问题联系在一起,忽略部件与导线的横向尺寸,从而获得了一个图论公式。Zibert及Saal[105]提出了平面化与布局的有效方法。Goto(后藤敏)与葛守仁[108]以线性布局问题为基础解决具有最小布线长度的两维布局问题。Ting、葛守仁与Sangiovanni等[111]利用类似的方法研究了多层集成块的平面网络层之间的连通孔走线问题。Donath[112]导出了计算机逻辑电路最小走线的一阶近似算法,计算出总导线长度的上界。Beilstein与Spalten[106]描述了在集成电路布线中辅助修改外形的算法。Huang(黄炎松)与陈树柏[109,110,113,114]研究了有向线段分割理论,导出了一种恢复集成电路掩膜原尺寸的方法。由于制板所固有的误差,预期的网络与实际制造的电路之间是有差异的,可以用这一方法将这种差异减小到最小程度。最近,陈润吾、Kajitani(尾谷洋司)和陈树柏[115]利用图论模型研究双层电路板间连通孔最小化问题,他们利用这一方法表明在绝大多数情况下能够有效地找到最优解或次优解。

3. 自动测试

研究印刷电路与集成电路问题的第三个领域是网络故障诊断中的自动测试。Seshu和Waxman[121]在1966年建议用接近网络特性频率的测试频率来测量网络的响应,寻找与预期

值的偏差以发现故障源。Arzoumanian、Koens 和 Waicukauski[122] 利用一串故障图按照出现的概率来编排与选择故障。1979 年 7 月号 IEEE 电路与系统杂志的专辑中, 可以找到用不同方法进行故障测试的两个例子。Navid 和 Wilson[123] 利用拓扑方法根据测量端的结果, 计算电阻网络的元件值。Trick、Mayeda(前田渡)和 Sakla[124] 用类似的方法对于单一频率作用下的更一般网络进行了研究, 为了追踪故障, 还利用了短路条件下对原电路的测量值。

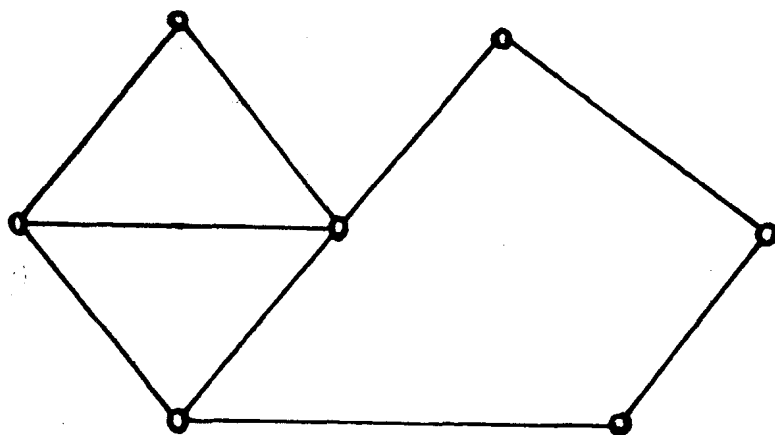
Johnson[126] 利用网络图论以解决对故障支路识别的计算问题就是一例。原文详细地讨论了高效率计算可观测参数的方法。这里的重点放在对网络图论的深入理解上, 以导出 Johnson 方法。

4. 频率分配

图的着色理论(见 Busacker 和 Saaty 的专著[4]第 4 章)也可用于测试。Garey 和 Johnson[118] 导出了对给定图的顶点, 用最小色数着色(无同色顶点相邻)的一种有效算法。然后, 他们同 Hing 一起[117]继续对印刷电路板测试的应用进行研究。他们还说明, 图的着色问题也可以在电路板中确定最少的测试点寻找短路故障, 从而大大地节省测试时间与设备。

作为另一种应用, 图的着色问题已用于无线电频率波道的分配方面。Cameron[119] 将图的着色问题重新阐述为一个集合—覆盖问题, 其有效的计算机程序是可用的。接着 Zoellner 和 Beall[120] 从图着色问题的角度, 阐述了邻近频率分配问题。

随着在已使用的无线电频谱波段上稠密度增大, 对给定频率数或波道数进行分配的问题变得颇为复杂了。许多对于频率的要求常常是相互矛盾的, 这是由于毗连邻近、特殊的辐射图形、调制的类别不同等等因素。这个问题可用图 1-1 所示的线图 G 来表示。用顶点表示各种要求, 而用边表示两种要求间的矛盾, 即相邻的顶点不能分配同一波道。当要求的数目增加很大时, 波道的配置问题变得相当困难。



(a) 表示要求与矛盾的图 G

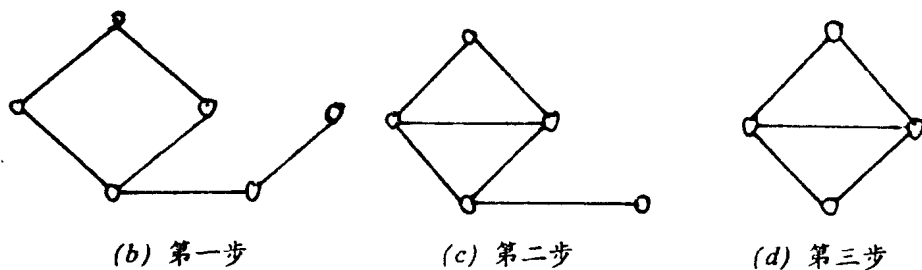


图 1-1. 频率分配

这个问题可以作为图的着色问题用一种有效方法来处理[120]，经典的着色问题是：相邻顶点不能着上同一种颜色。为了确定着色的顺序，每次把图分解出一个顶点。每一步选择度数最小(即相邻要求最少)的顶点并移去，如果最小度数的顶点同时有几个，则任选其中一个，图 1-1 示出了分解图 G 的前三步。

一旦把图分解完毕，顶点的着色则按与分解相反的顺序进行。着色有三种作法，对于这里讨论的问题，其中两种可得到相同的结果。用“频率穷举法”的作法是，先试波道 1，如果不成功，再试波道 2，连续进行下去，直到分配好为止。然后，处理下一个要求，又从波道 1 开始上述步骤。另一种作法(所得结果相同)是“要求穷举法”，将波道 1 依次分配给每个可能的要求，随后，从第一个未分配的要求开始，再试波道 2，如此下去。

利用“均匀分配法”可以得到不同的结果，按顺序先取要求，并且分配最少使用的波道，如果不行，则再用下一个最少使用的波道，如此下去。

这些作法对于存在真正最优分配的几个假设情况作了试验[120]。通常利用节点度概念的标准分配技术，得到所需的频谱比最优情况多 17~20%。而利用上述图着色方法，仅比最优情况多用 7~12% 的频谱。我们的结论是即使在最优分配并非实际存在的情况下，用图着色方法仍提供了有意义的改进。

三. 通讯网络

通讯系统含有两种不同类型的网络。流量网络(Flow network)和开关网络。流量网络是与网络中各点之间的信息传输有关，而且还能利用它模拟多种类型的流量问题，例如公路交通运输或铁路货物运输。开关网络是讨论开关元件的连接问题，如电话系统中的拨话网络就是一例。

Ford 和 Fulkerson[128]论述了分析网络流的理论和方法。Mayeda[131]曾讨论了双向支路，导出端点容量矩阵的关系实现网络综合。Hakimi[137,138]将其推广到一个以上的流量问题(K—流量)。Eswaran 和 Murti[149]提出无向通讯网络与某一类几端口电阻网络的对应关系。Louasz[155]计算了五边形网络的 Shannon(零差传递)容量并获得了广义图的上界。

除了分析网络流以外，一些作者还找到了综合的方法。Chien[132]从端点容量矩阵出发导出了系统地实现通讯网络的方法，使支路容量最小，从而费用最少。周昌和 Chien[133]提出了一种对给定的端点容量，实现系统费用最少的方法。Kim 和 Chien[136]在一本书中收集了分析与综合两方面的进展，还对单触点开关函数作了论述。Matsui[148]研究了载有两种流量的

无向网络的可实现性, 给出了使总的支路容量最小的充要条件。

研究流量问题的第三个主要领域是抗损网络 (Invulnerable network)。Boesch 和 Thomas[140,141]探讨了这个问题, 同时求出一类在已知固定支路费用下抗损性最佳的图形。Frank 和 Chou[142]研究了图的连通性对抗损网络的影响, 他们还导出一种算法[143], 在边数最小的条件下找出任两顶点之间指定的路径。Mayeda[146]论述了已知边失效概率下的流量可靠性定理。Hakimi 和 Frank[138]、Fu[139]阐述了网络中概率流的问题。在参考文献[151]~[153]中还介绍了许多其他特殊应用。

由 Frank 和 Frisch 所推荐的文章中[144], 图论在流量问题中的应用有许多有趣的实例。这里介绍的流量可靠性计算就是一个例子, 它是由 Keitman 导出的。

考虑一个如图 1-2(a)所示的流量网络, 用节点表示端点, 用边表示端点之间的连接线, 比如管道(对流体)或者导线(对电气通信)。与网络可靠性有关的重要问题是, 如果任意选取四个节点失效时, 那么网络是否会不连通? 一种费力的解法是数出网络图中每对节点间不相接路径的数目。在大型网络中, 这就需要大量的计算。然而, 一种直接的算法只用较少的运算就可获得相同的结果。

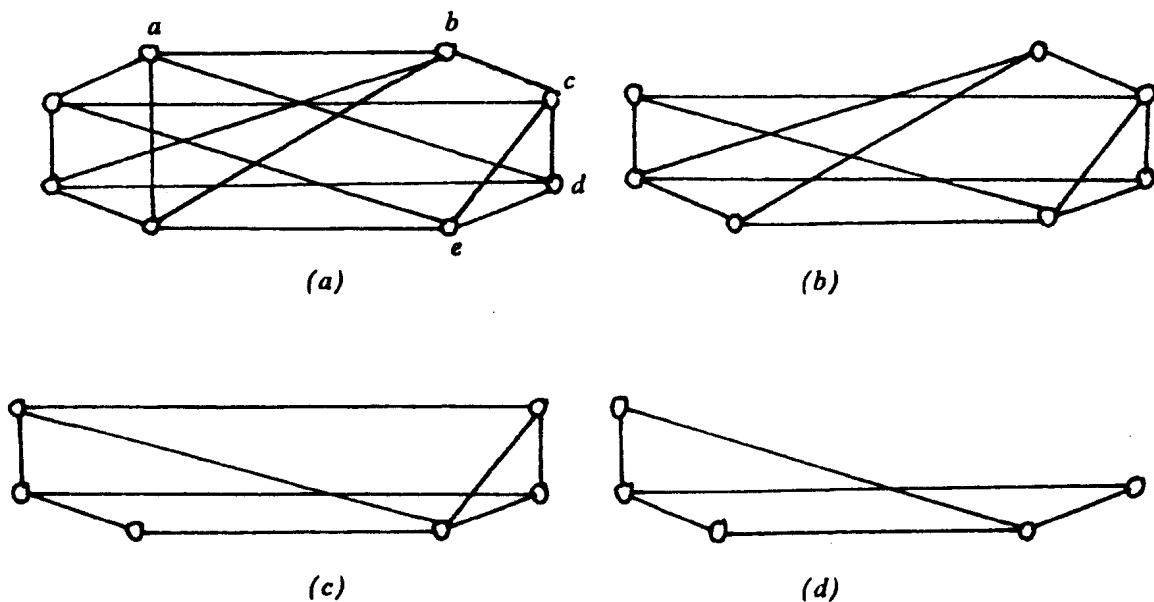


图 1-2. 流量网络可靠性的计算

- (1) 选取任意一个节点并验证, 从这个节点到其他每一个节点至少存在四条节点不相重的路径。移去这个节点所有与其相连的支路, 构成一个分解图。例如, 图 1-2(b)就表示第一个分解图。
- (2) 在此分解图中, 另选一个节点并验证, 该节点与其他每个节点至少有三条节点不相重的路径。移去所选的这一节点及其相连支路, 图 1-2(c)示出了第二个分解图。
- (3) 再选另一个节点并验证, 该节点与其他每一节点至少有一条节点不相重的路径, 如前面那样分解, 得到图 1-2 (d)。
- (4) 选取一个节点并验证, 该节点与其他节点之间至少有一条节点不相重的路径。

如果这种分解的每一步都是成功的, 则在原网络中存在四条节点不相重的路径。如果对

任何顶点这些步骤都失败, 则存在较少的节点不相重的路径。于是, 可以利用图论的方法有效地计算流量网络的可靠性。

建立开关网络模型的开拓工作者是 C.Y.Lee[127], 并由 Seshu[129]接着研究。周昌与 Kim[130]引进了路径矩阵, 导出了开关函数与网络拓扑之间的关系, 还讨论了从路径矩阵综合开关网络的问题。Chung 和 Hwang[150]利用 Lee 的模型研究了多级开关网络的阻塞概率, 并对各种类型的图作了比较, Rubin[154]研究了抗损开关网络的问题。

四. 其他应用

正是由于图论具有上述的基本优点, 因此除了电网络以外, 图论还有其他广泛的应用, 这里介绍其中几种。

标记图(Marked graph)是新近出现的一种应用。在引进 Petri 网络[156]的基础上, Murata[159,160]和 Commoner, Holt, Evan 和 Pannelli[158]等人研究了标记图的分析与综合问题, 他们的主要应用目前看来是在控制系统方面。

经济学也是利用图论建立相应模型进行研究的领域之一, 这里举两个例子。Zemanian[161]指出商品市场可以用电网络来模拟, 从而揭示如税收增加, 供需关系变动等等而引起的商品行情变化的动态特性。Itai[162]的论文介绍了另一种分析方法, 他利用无向图分析了两种商品流通情况。如上所述, 许多经济问题可以作为流量问题来研究, 这个例子与 Hakimi[135]所做的工作类似。

长期以来, 化学就与图论的应用有关, 例如, 树的概念的一个早期应用就是有机化学中同分异构体的计数问题(见 harary[5]), 最近的一个例子是 Gordon 和 Ross-Murphy 的论文[164], 文中橡胶分子链网络是用电网络来模拟的。

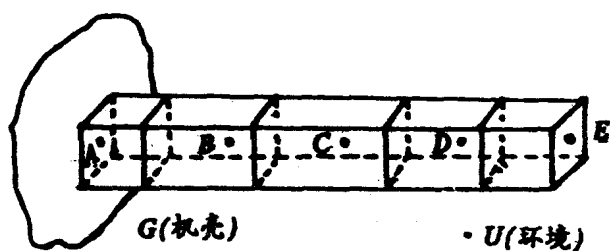
在有关领域中, 一些作者论述了在生物系统中所发现的热力学反应问题, Oster, Perelson 和 Katchalsky[165]用帖接图(Bond graph)来讨论这个问题(参看文献[168]), 随后 Thoma 和 Atlan[169]应用这一方法, 建立了具有可变质量的热力学系统模型。Horowitz, Giacchina 和 Horowitz[170]也用这一方法研究了冬眠动物体内产生热的细胞组织。许多近期文章的研究兴趣在于贴接图的拓扑形态方面[167,171], 有关贴接图的基本思想及其应用的参考文献可见 Thoma[166]。

一个有趣的应用领域是由 Kescvan 和 Chandrasheker 所做的管道网络分析的研究[147], 他们从基本图论入手建立了管道流量网络的模型, 用类似于求解电网络的方法, 建立了水头损失与流量之间的关系式。由于他们所利用的方法是用图论和水力学术语来表达的, 所以就能得到比以往方法解算速度更快的管道网计算机解法。

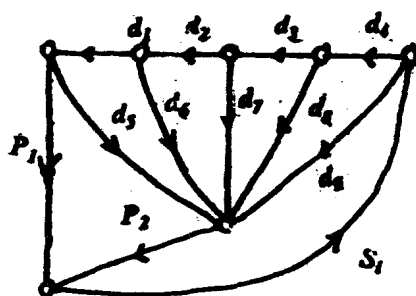
在场论领域中, 图的应用也有了新的进展。Savage 和 Kescvan[173,174]基于场论方程的离散公式和结构关系, 导出了一种场的图论模型。其他求解场的数值方法要导出微分方程, 它是从物理问题到数值计算的中间步骤。图论方法直接从场的问题转化成数值解法, 在物理概念与计算上均有优点。本方法也易于处理非线性介质问题。Madan, Savage 和 Kesavan 给出了图论在磁场问题中的应用[172]。

图论的一个近期应用例子是由 Savage 和 Kescvan 导出的图论场模型(Graphthcorctical field modeling, 简称 GTFM)[173,174]。求解场问题的传统的数值方法通常是先从基本物理定

律导出连续的数学模型，例如一组微分方程。然后，把这一数学模型在空间分解，使其能够进行数值计算。与此相反，在 GTFM 中，离散解法是对利用物理定律从线图中直接构造的离散模型作分析得到的。下面举例说明这一点，用 1-3(a) 表示在一块散热片中的热传导问题。此片固定在作为基准的机壳上，周围的空气作为环境空间。首先把该片分成若干段，图形中的每个节点放置于各段的中心，也把节点放在基准点(机壳)和该片的端点上。用一个节点表示周围环境。图 1-3(b) 为表示该问题而构成的整个场图。边 d_1-d_4 模拟热传导，边 d_5-d_9 与该片到周围环境的换热对应，边 P_1 , P_2 和 S_1 表示对于大地基准点的边界条件。该场图很类似电路分析的网络图，可以用类似方法求解。



(a) 空间离散的物理片



(b) 散热片的场图

	P_1	P_2	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	S_1
b			1	-1			1					I_m
c				1	-1			1				
d					1	-1			1			
e			I_m			1					1	-1
q	1		-1				1					
u		1	I_m				-1	-1	-1	-1	-1	
g	-1	-1	0									1
				0								

(c) 场图的关联矩阵

$$[I_{m,d}][D][I_{d,u}]\{X_u\} = -[I_{m,d}][D][I_{d,p}]\{X_p\} - [I_{m,u}]\{Y_u\}$$

$\{X_u\}$ 节点变量矢量

$\{X_p\}$ 边界与环境空间的矢量

$\{Y_u\}$ 在顶部的边界条件矢量

$[I_{m,d}]$

$[I_{m,p}]$

$[I_{m,u}]$

降阶关联矩阵的子矩阵

[D] 节点变量的结构关系矩阵

节点方程

$$\begin{bmatrix} X_r \\ X_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r' \\ I_c' \end{bmatrix} \{X_m\}$$

(d) 节点转换方程

图 1-3. 场的图论模型(a)(b)(c)(d)

利用大地基准点作为可消节点, 从图中构成降阶关联矩阵, 选取一个树并用来对矩阵进行分块。然后, 在此情况下, 根据物理定律建立与热流量的温度相联系的端点方程组。这些方程组, 节点变量及节点方程组构成了该问题的完整解。与电网络分析一样, 用已计算出的节点变量来计算剩余的变量。图 1-3(c)、(d)概括了由图 1-3(b)中的矩阵写出场方程组的过程。

GTFM 是直接地、灵活地求场问题数值解的一个范例。一旦在计算机上建立算法, 则此方法中空间划分的多少, 将无本质差别, 从而避免了中间过程的微分方程组的建立。作为最后的一个优点, 在这个问题求解中, 利用图论还可能导出深刻的物理解释。

图论也用于数字计算机的设计。Mayeda 和 Ramamoorthy[186]用有向图来表示一个时序系统并尝试用这一模型来探测故障位置。Bowie[176]也讨论了利用有向图作为系统模型的问题, 并对这方面的应用作了综述。有些研究成果已经用于计算机网络的设计[180]及计算机的其他方面[177—181]。

在数字计算机中, 无论硬件或软件都是图论应用富有成效的领域[175]。利用有向图作为程序的模型就是一例, 并且已有许多实际用途。

计算机编码图的基本构造块是具有如下特性的指令集合: 当执行一条指令时, 在该块中的所有的指令都要执行。可将这些构造块表示成一个图的顶点, 而传输连线表示为边。程序的开始用起始顶点来表示, 而结束用终点来表示。该图的连接矩阵由其中的元素 c_{ij} 构成, 如果从顶点 i 到顶点 j 存在一条有向边, 则 $c_{ij}=1$, 否则 $c_{ij}=0$ 。

从图及连接矩阵能观察到若干情况。编码的递推特性通过在此矩阵对角线上的 1 来体现。循环由图中强连通来表示。通过图来跟踪路径, 以便找出无入口或出口的程序块。分割程序的一种有效方法是观察通过某点的传递线的数目。最小传递点是将程序拆开的最佳点, 这样使存取数据操作次数最少。

本文要讨论的最后一种应用是模式识别, (可参阅 IEEE 关于这一课题的专刊, 1979 年 5 月)。Szanto 叙述了一种加工掩模板来识别 MOS 集成电路的方法[192]。Amin[191]在判定数字化图象的最佳灰度过程中利用了图论方法。Ehrich 和 Foith 借助关系树表示随机波形峰值, 从而为这种波形提供了实用而有效的分析方法[188]。Moayer 和 K.S.Fu[189]用树构造了用于自动识别的指纹模型。

结 束 语

本文介绍了图论应用的广泛领域。随着图论在电网络和通讯网络等传统领域中更为广泛

的应用；看来在新的领域内，它为将来的发展还可提供更多的应用前景。为了继续研究图论的应用，提出如下建议：

1. 社会经济系统：这里给出的论文表明利用图论来理解复杂经济系统是很有潜力的。
2. 生物学：生物系统一般由若干复杂的子系统组成，这就需要有效的模型。如上所述的贴接图这样的模型就可作为一个理解这些系统的基础。
3. 模式识别：随着计算机硬件功能的加强，对自动模式识别(用计算机)的要求增加了。许多模式识别问题的复杂程度是很高的(例如有效地识别一般曲线的形状)，这要求图论模型能发挥更大的作用。
4. 场论：本文叙述了在场论方面的工作，对场的数值解法会有重要影响。一种可能性是，由于解的精度提高从而使原来难以解决的问题得到解答；另一种可能性是，沿着网络拓扑分析发展相类似的途径，将会发现对此问题的理解更为透彻，而求解效率可大大提高。

图论广泛应用的关键在于网络和系统越来越复杂。由于人们需要用复杂模型来分析的问题在不断增长，因而，随着计算机功能及利用率的迅速提高，图论将会不断开拓新的应用领域。

邓祖善 王建华 译
左 垲 方永绥 校

参 考 文 献

1. Graph Theory

- [1] J.C.Maxwell, "Electricity and Magnetism", Clarendon, 1892.
- [2] L.Euler, "English translation of Solution Problematis and Geometram Situs Pertinantis", Scientific American, July 1953, pp.66-70.
- [3] S.Seshu, M.B.Reed, "Linear Graphs and Electric Networks", Addison-Wesley, 1961.
- [4] R.Busacker, T.Saaty, "Finite Graphs and Networks: An Introduction with Applications-Chapter 4, Graph Coloring", McGraw-Hill, 1965.
- [5] F.Harary, "Graph Theory", Addison-Wesley, 1969.
- [6] W.K.Chen, "Applied Graph Theory", North-Holland, 1971.
- [7] D.E.Johnson, J.R.Johnson, "Graph Theory with Engineering Applications", Ronald Press, 1972.
- [8] W.Mayeda, "Graph Theory", Wiley, 1972.
- [9] N.Deo, "Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science", Prentice-Hall, 1974.
- [10] W.K.Chen, "Applied Graph Theory (Revised)", North-Holland, 1976.
- [11] G.S.Bloom, S.Golomb, "Applications of Numbered Undirected Graphs", IEEE Proceedings, vol.65, no.3, Apr. 1977, pp.562-570.

2. Computer-Aided Circuit Anal. and Syn.

- [12] S.J.Mason, "Feedback Theory—Some Properties of Signal Flow Graphs", IEEE Proceedings, vol.41, Sept. 1953, pp. 1144–1156.
- [13] S.Seshu, "Topological Considerations in the Design of Driving-Point Functions", IEEE Proceedings, no.12, Dec. 1955, pp.365–367.
- [14] S.J.Mason, "Feedback Theory—Further Properties of Signal Flow Graphs", IEEE Proceedings, vol.44, no.7, July 1956, pp.920–926.
- [15] S.J.Mason, "Topological Analysis of Linear Non-Reciprocal Networks", IEEE Proceedings, vol.45, June 1957, pp.829–838.
- [16] G.Kirchhoff, trans. by J.B.O Toole, "On the Solution of the Equations Obtained from the Investigation of the Linear Distribution of Galvanic Currents", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.5, Mar. 1958, pp.4–7.
- [17] L.Weinberg, "Kirchhoff's 'Third and Fourth Laws'", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.5, Mar. 1958, pp.8–30.
- [18] F.Reza, "Some Topological Considerations in Network Theory", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.5, Mar. 1958, pp.30–41.
- [19] C.L.Coates, "General Topological Formulas for Linear Network Functions", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.5, Mar. 1958, pp.42–54.
- [20] C.L.Coates, "Flow-Graph Solution of Linear Algebraic Equations", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.6, June 1959, pp.170–187.
- [21] C.A.Desoer, "The Optimum Formula for the Gain of a Flow Graph or a Simple Derivation of Coates' Formula", IEEE Proceedings, vol.48, May 1960, pp.883–889.
- [22] S.Seshu, "Network Applications of Graph Theory—A Survey", Midwest Convention, vol.5, 1961.
- [23] D.A.Calahan, "Modern Network Synthesis Hayden", 1964.
- [24] D.A.Calahan, "Computer Generation of Equivalent Networks", IEEE Int. Convention, vol.1, 1964, pp.330–337.
- [25] W.K.Chen, "Topological Analysis for Active Networks", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.12, Mar. 1965, pp.85–91.
- [26] P.M.Lin, R.P.Siskind, "A Simplified Cascade Synthesis of RC Transfer Functions", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.12, Mar. 1965, pp.98–106.
- [27] A.Talbot, "Topological Analysis of General Linear Networks", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.12, June 1965, pp.170–180.
- [28] W.Mayeda, S.Seshu, "Generation of Trees Without Duplications", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.12, no.1, June 1965, pp.181–185.
- [29] S.P.Chan, H.N.Mai, "Flowgraph Method for the Analysis of Linear Systems", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.14, no.2, Sept. 1967