

学习教材

---

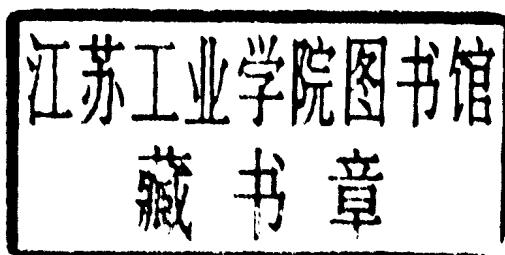
# 建筑结构诊治技术

万墨林 韩继云 编著

---

# 建筑结构诊治技术

万墨林 韩继云 编著



中国建筑科学研究院结构所资料室

二〇〇〇年一月

# 目 录

1. 混凝土结构可靠性鉴定	1
2. 混凝土结构加固原理	8
3. 混凝土加固结构计算分析	24
4. 加大截面加固法	88
5. 外包钢加固法	96
6. 预应力加固法	104
7. 增设支点加固法	116
8. 粘钢加固法	121
9. 裂缝修补技术	137
10. 托梁拔柱技术	157
11. 砖石砌体力学性能现场检测技术	162
12. 旧住宅利用改造技术经济评价方法	184
13. 房屋增层改造技术	192
14. 碳纤维加固技术	210
15. 后安装锚固技术	213
16. 混凝土结构加固技术规范	217

# 1. 混凝土结构可靠性鉴定

## 1.1 鉴定方法及评定标准

结构可靠性是指结构在规定时间内和条件下完成预定功能的能力。结构的预定功能主要包括结构的安全性、适用性和耐久性。由于各种原因，结构在使用过程中的实际功能会逐渐降低，与原设计所预期的要求会有较大出入，有时需要对结构的实际功能进行鉴定。结构可靠性鉴定就是通过调查、检测、分析和判断等手段对实际结构的三性进行评定的过程。

结构可靠性鉴定目前有三种方法，即传统经验法、实用鉴定法和可靠度鉴定法。传统经验法系我国常用的习惯方法，是由有经验的专家进行现场观感检查，有时辅以简单的核算，然后凭借专家所掌握的知识和经验对结构可靠性作出宏观评价。该法优点是简便易行，花费较少；缺点是粗糙保守，结论有时会因人而异。这种方法适用于一般比较简单的中小工程。实用鉴定法是在传统经验法的基础上，应用现代测试技术及电算手段获取必要的结构功能参数指标，并以此指标与规范指标进行对比分析，根据功能指标差异程度，评定出结构的可靠性等级。该法是我国目前普遍采用的方法，优点是准确可靠，缺点是工作量较大，适用于大型工程。可靠度鉴定法亦称近似概率法，是对影响结构功能的各随机变量及随机过程，应用概率论数理统计和可靠度理论，借助电算手段，对结构的实际可靠性（可靠度），直接进行统计、分析、判断和评价的方法。该法优点是真实可靠，缺点是结构功能函数求取比较复杂，每一部件在整个结构功能中的作用和地位难于量化，技术要求较高，适用于特别重要的大型工程。

我国针对民用住宅，编有《房屋完损等级评定标准》、《危险房屋鉴定标准》（CJ13—86）、《房屋修缮范围和标准》；针对工业建筑，编有《工业厂房可靠性鉴定标准》（GBJ144—90）、《钢铁工业建（构）筑物可靠性鉴定规程》（YJB219—89）。这些标准和规程所采用的方法，基本上属于实用鉴定法，即均属定值法的范畴。其中，GBJ144—90和YJB219—89对建筑物可靠性评定，是按单元、项目、子项划分为三个层次，每个层次根据对象完损程度分别评定为一、二、三、四，*A*、*B*、*C*、*D*及*a*、*b*、*c*、*d*四个等级，由子项的得分评定项目，由项目的得分评定单元的可靠性等级；而《房屋完损等级评定标准》则按结构、装修、设备的完损程度将房屋评定为完好、基本完好、一般损坏、严重损坏及危房五大类。

必须指出的是，我国目前的单因素传力树评级方法在定性和定量上还存在较大分歧。有人主张用结构现时的病态严重性和治理可能性两方面的情况，来综合评定建筑物的可靠性等级，即所谓“双因素评定法”。因为，可靠性鉴定的目的是在于决策，在于得出合理的处理意见及利用方法。以价值观衡量，人们对病态建筑的忧虑和疾病一样，重要的不单是疾病的严重程度，而是对不治之症的忧虑，以及治愈病态结构使其功能恢复所能达到的程度与经济承受能力的考虑。若将结构病态严重程度 $X$ （即现时质量等级）仍按原分级标准划分为*A*、*B*、*C*、*D*四级，相应，

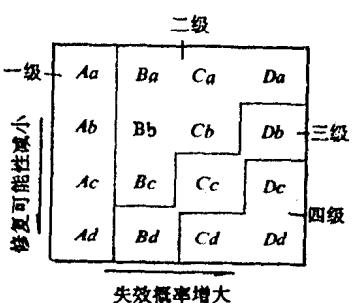


图 1-1 双因素综合等级划分

将结构可治愈程度 $Y$ 也分为*a*、*b*、*c*、*d*四级，那么，结构可靠性综合评定等级（或称决策等级），可按图1-1重新排定为一级、二级、三级和四级。一级属完好结构，四级属报废结构（纪念性建筑除外），二级须小修，三级

应大修。由图1-1排列情况可知，难修复的结构降级速度比易修复者快，相反，易修复结构升级速度比难修复者快。

## 1.2 混凝土结构质量检测

结构质量检测好比医生看病时的各种检查化验，目的在于为结构可靠性评定及“处方”提供依据。结构检测可以是全面的，也可以是专项的，视病态结构问题的性质及鉴定目的而定。对于旧房改造及危旧房质量评定，要求对结构安全性、适用性及耐久性作出全面鉴定，往往需要对结构的各项指标均进行全面系统的检测或检查；对于工程质量事故的鉴定处理，一般只局限于与事故有关的少数项目的专项检测。检测内容主要为材料强度、结构裂缝、结构变形、结构缺陷、结构腐蚀、荷载条件及结构几何尺寸等。

结构检测中的混凝土强度是评定结构可靠性的重要依据，其关键指标是混凝土抗压强度，是各项力学指标的综合性反映。已有的结构混凝土抗压强度检测方法很多，传统的有回弹法、超声法、回弹超声综合法、拉拔法以及钻芯法等。新近研究应用的有射钉法、超声拉拔综合法以及PPR压钉法等。究其原理，回弹法测的是混凝土表面硬度，超声法测的是混凝土密实度，二者均系间接推断混凝土强度，影响因素较多，对旧结构混凝土强度的推定误差较大，但系非破损能验，可对结构各部位进行全面检测。钻芯法及拉拔法，系直接测定法，能真实反映结构中混凝土的实际强度，但对结构有局部损坏，测点数量不能太多，一般可用作非破损能验法的校准。射钉法及压钉法均根据钉的贯入深度推断混凝土强度，前者使用火药为动力，误差较大，后者应用负荷弹簧为动力，相关性较高。

混凝土内部缺陷，如蜂窝、孔洞、局部不密实及裂缝等，过去主要采用超声法进行全面探测，再重点辅以钻芯法校验。近来研究应用的有冲击反射法、射线照相法及雷达波法等。对于灌注

桩等隐蔽工程混凝土质量检测，有静一动试桩法、波形拟合法、case法、波动方法分析法、稳态激振机械阻抗法、瞬态激振机械阻抗法、球击法、动参数法、共振法、火箭激振法及水电效应法等。

混凝土裂缝宽度的测定方法较多，主要设备有刻度放大镜、裂缝对比卡及塞尺等。裂缝深度主要是采用超声法探测。对于活动性裂缝，应进行定期观测，专用设备有接触式引伸仪、弓形引伸仪等，最简单的办法是骑缝涂抹石膏饼观察。

混凝土碳化深度测定，一般是结合回弹法测强进行，方法是采用表面凿孔喷洒酚酞酒精液，观察表面是否变色，红色为未碳化，不变色为碳化，量测其不变色厚度，即为混凝土的碳化深度。

混凝土腐蚀程度，一般是采用相对腐蚀层厚度或面积表示。腐蚀层是指构件表面风化、酥松、剥离层，厚度可采用局部凿除办法测量。

混凝土结构中的钢筋性状及量值，是评定结构可靠性的另一个重要依据。钢筋数量、位置及保护层厚度，可采用钢筋保护层厚度测定仪（亦称钢筋位置探测仪）测定，钢筋规格则需辅以局部凿去混凝土保护层检验校准。由于钢筋位置探测仪的作用原理是电磁感应，因此，对于双排或多排钢筋，则只能用局部凿开法检查。

钢筋锈蚀目前主要是采用直观检测法与自然电位法检测。直观检测法是局部凿去混凝土保护层，检查钢筋的锈蚀情况，测量钢筋锈层厚度。此法直观准确，但要局部破坏结构，测点不能太多，重点是裂缝、酥松、剥离及有锈渍部位的钢筋。自然电位法是用测定钢筋与周围介质所形成的稳定自然电位，以钢筋锈蚀后所产生的负向变化，来间接推定钢筋锈蚀程度的方法。该法优点是可对结构中的钢筋进行全面检测，缺点是干扰因素太多，误差较大（平均在30%左右）。若将自然电位法与直观检测法结合使用，效果较好。

结构变形测量，主要采用经纬仪、水准仪、锤球、直尺、棉线等。测量时，注意结构变形与施工误差的区别，特别是地基沉

降观测，一定要选好基准点和基准线。可通过测定女儿墙、檐口边线，窗台线及墙柱勒脚线的水平标高差异，来判定房屋是否有不均匀沉降。

结构荷载条件，主要包括荷载种类、荷载量值及荷载作用的位置，是评判结构可靠性的一个重要依据。由于种种原因，结构实际荷载条件与原设计要求条件，有时会有相当大的出入，需要通过实际调查分析确定，其统计分析方法及代表值的确定，应按现行国家标准《建筑结构荷载规范》(GBJ9—87)进行。

### 1.3 混凝土结构耐久性评估

结构耐久性设计仅是近十余年的事，很不完善。结构耐久性鉴定比之于耐久性设计，就更加粗糙，只能根据现有结构的耐久性性能及使用中的耐久性累积损伤信息反馈。鉴定的重点是根据结构的损伤程度、损伤速度、维修状况及其对结构安全的危害程度等，推算其结构自然寿命的剩余耐久年限 $Y_r$ ，估计结构在正常使用、正常维护的条件下，继续使用是否能满足下一个目标使用年限 $Y_m$ 的要求。我国YBJ219—89规程首次列入了“结构耐久性评估”，对于混凝土结构耐久性评估采用了图1-2所示框图。该框图方法主要是应用混凝土碳化寿命理论和结构承载能力寿命理论(图1-3)，推算结构的剩余耐久年限 $Y_r$ ，并根据 $Y_r$ 与下一个目标年限 $Y_m$ 的比值 $K_n = Y_r/Y_m$ ，将结构耐久性分为相应的a、b、c、d四级(表1-1)，以混凝土碳化到主筋表面，作为b、c级分界线，以钢筋全面锈蚀( $\phi \leq 10\text{mm}$ )或锈蚀面积 $>6\%$ ( $\phi > 10\text{mm}$ )，评为d级。该法主要考虑了钢筋保护层厚度( $c$ 、 $\beta_c$ )及损伤( $\delta_c$ )、混凝土碳化深度( $c_t$ )、混凝土强度等级( $a_c$ )、环境影响( $\gamma_e$ )、钢筋直径( $\beta_c$ 、 $\gamma_e$ )等因素，简单明了。但实际工程是复杂的，影响因素远非如此。新的研究表明，该法剩余耐久年限 $Y_r$ 计算模式中，过分夸大了碳化因素，而对盐分(尤其是氯盐)及裂缝(特别是顺筋裂缝)的

混凝土结构耐久性评估鉴定等级标准

表 1-1

耐久性等级	a	b	c	d
结构耐久性系数 $K_n = \frac{Y_t}{Y_m}$	主筋处于未碳化区 ( $\bar{c}_t < \bar{c}$ ) $\geq 1.5$	$1.5 > K_n \geq 1.0$	$< 1.0$	—
	主筋处于碳化区 ( $\bar{c}_t \geq \bar{c}$ ) —	—	$\geq 1.0$	$< 1.0$

注:  $\bar{c}$  ——混凝土保护层厚度平均值;  $\bar{c}_t$  ——混凝土碳化深度平均值。

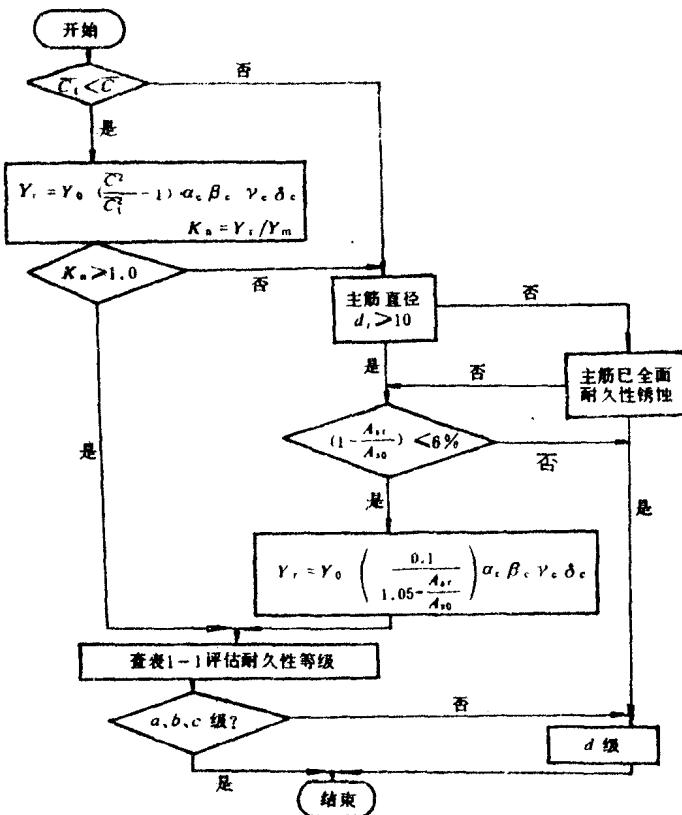


图 1-2 混凝土结构耐久性评估框图

作用，以及小直径钢筋锈蚀影响等估计不足。混凝土结构耐久性评估，尚待进一步研究、补充和完善。

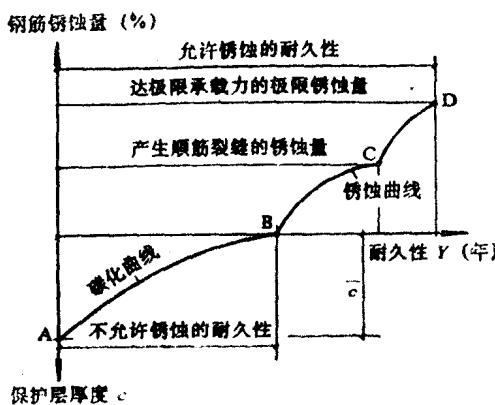


图 1-3 混凝土结构使用寿命

## 2. 混凝土结构加固原理

### 2.1 混凝土加固结构受力特征

加固结构受力性能与一般未经加固的普通结构有较大差异。首先，加固结构属二次受力结构，加固前原结构已经载荷受力（即第一次受力），尤其是当结构因承载能力不足而进行加固时，截面应力、应变水平一般都很高。然而，新加部分在加固后并不立即分担荷载，而是在新增荷载下，即第二次加载情况下，才开始受力。这样，整个加固结构在其后的第二次载荷受力过程中，新加部分的应力、应变始终滞后于原结构的累计应力、应变，原结构的累计应力、应变值始终高于新加部分的应力、应变值，原结构达极限状态时，新加部分的应力应变可能还很低，破坏时，新加部分可能达不到自身的极限状态，其潜力可能得不到充分发挥。其次，加固结构属二次组合结构，新旧两部分存在整体工作共同受力问题。整体工作的关键，主要取决于结合面的构造处理及施工方法。由于结合面混凝土的粘结强度一般总是远远低于混凝土本身强度，因此，在总体承载力上二次组合结构比一次整浇结构一般要略低一些。

加固结构受力特征的上述差异，决定了混凝土结构加固计算分析和构造处理，不能完全沿用普通结构概念进行设计。

### 2.2 混凝土加固结构共同工作问题

加固结构受力时，尤其是当结构临近破坏时，结合面会出现拉、压、弯、剪等复杂应力，特别是受弯或偏压构件的剪应力，

有时可能是相当大的。加固结构新旧两部分整体工作的关键，主要在于结合面能否有效地传递和承担这些应力，而且变形不能过大。结合面传递压力，一般不存在问题，主要是剪力和拉力。结合面混凝土所具有的粘结抗剪和抗拉能力，有时远不能满足受剪和受拉承载力要求，比如梁、柱加固情况，尚需配置一定数量的贯穿结合面的剪切-摩擦筋，利用钢筋所产生的被动剪切-摩擦力来抵抗结合面所出现的剪力和拉力。混凝土上加固结构结合面受剪承载力，根据中国建筑科学研究院结构所的试验研究，可按下式计算：

$$\tau \leq f_v + 0.56 \rho_{sv} f_y \quad (2-1)$$

式中  $\tau$  —— 结合面剪应力设计值；

$f_v$  —— 结合面混凝土抗剪强度设计值，按表2-1采用；

$\rho_{sv}$  —— 横贯结合面的剪切-摩擦筋配筋率  $\rho_{sv} = A_{sv}/bs$ ；

$A_{sv}$  —— 配置同一截面内箍筋各肢的全截面面积；

$b$  —— 截面宽度；

$s$  —— 箍筋的间距；

$f_y$  —— 剪切-摩擦筋抗拉强度设计值。

结合面混凝土抗剪强度 (N/mm<sup>2</sup>)

表 2-1

混凝土强度等级		C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60
粘结抗剪	标准值 $f_{vk}$	0.25	0.32	0.38	0.44	0.50	0.54	0.58	0.62	0.66	0.73
	设计值 $f_v$	0.19	0.24	0.29	0.33	0.37	0.40	0.43	0.46	0.49	0.54
混凝土本身抗剪	标准值 $f_{vk}$	1.25	1.70	2.10	2.50	2.85	3.20	3.50	3.80	3.90	4.10
	设计值 $f_v$	0.90	1.25	1.75	2.10	2.35	2.60	2.80	2.90	3.10	

对于四面采用混凝土围套加固的梁、柱，由于配置有贯穿结合面的封闭式箍筋，且混凝土围套在结合面受力过程中，部分是以整浇混凝土形式参与抗剪和抗拉，结合面承载能力，比之于非封闭的单面或双面加固情况，要大得多，且一般都已足够。

式(2-1)是保证混凝土加固结构新旧两部分按整体截面共

同工作的必要条件，但并非充分条件，因为，结合面混凝土的受力性能，与整体一次浇筑结构相比，总是受力上的一个薄弱环节。四川省建筑科学研究院的试验表明，即或是轴心受压，加固柱的初始纵向裂缝，也总是最先出现在结合面，致使新旧两部分过早分离而单独受力，或产生过大变形，降低了结构整体刚度，因此，加固柱试验破坏荷载比整浇对比柱要低。

实用设计中，加固结构承载力的这一降低因素，可采用截面组合系数（或称共同工作系数） $\psi$ 予以考虑。根据有关试验研究， $\psi$ 值主要与结合面构造处理和施工方法有关。当结合面经凿毛清洁处理，或涂刷胶质界面剂处理，且贯穿结合面配有定量剪切摩擦筋（板无此要求）时，或构件四面采用封闭式钢筋混凝土围套加固时，在满足式（2-1）要求前提下，可取 $\psi = 1.0$ ；当结合面为非封闭式光滑表面或油污浸渍表面时，取 $\psi = 0.8 \sim 0.9$ 。

### 2.3 混凝土加固结构基本计算假定

加固结构的承载力与新旧两部分的应力差值或应变差值直接相关，与原结构的极限变形值有关，与两部分材料的应力-应变关系有关。从理论上讲，只要这些关系确定，加固结构的承载能力就可用分析的方法求解。今参照《混凝土结构设计规范》GBJ10—89规定，加固结构截面承载力，应按下列基本假定进行计算分析：

1. 截面变形保持平面；
2. 不考虑混凝土的抗拉强度；
3. 混凝土轴心受压的应力 $\sigma_c$ 与应变 $\epsilon_c$ 关系为抛物线，按下式计算，极限变形值取 $\bar{\epsilon}_{c0} = 0.002$ （图2-1）。

$$\sigma_c = \left[ 2 \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right) - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right)^2 \right] f_c \quad (2-2)$$

式中 $f_c$ 为混凝土轴心抗压强度设计值。

4. 混凝土非均匀受压时的应力 $\sigma_c$ 与应变 $\varepsilon_c$ 关系为抛物线和水平线之组合曲线，按下式计算，极限变形值取 $\varepsilon_{cu} = 0.0033$ （图2-2）。

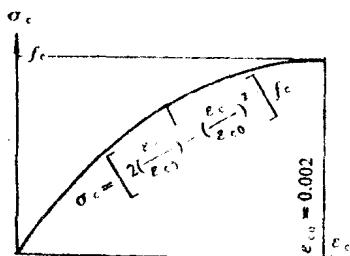


图 2-1 混凝土轴心受压  
应力-应变关系

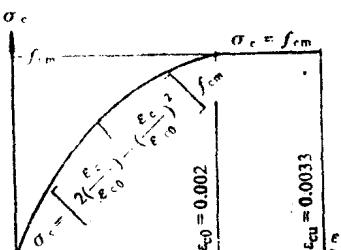


图 2-2 混凝土非均匀受压  
应力-应变关系

$$\sigma_c = \begin{cases} \left[ 2\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^2 \right] f_{cm} & (\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0}) \\ f_{cm} & (\varepsilon_{c0} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}) \end{cases} \quad (2-3)$$

式中 $f_{cm}$ 为混凝土弯曲抗压强度设计值。

5. 钢筋应力 $\sigma_s$ 与应变 $\varepsilon_s$ 关系为直线和水平线之组合折线，按下式计算，受拉钢筋极限变形值取 $\varepsilon_{su} = 0.01$ （图2-3）。

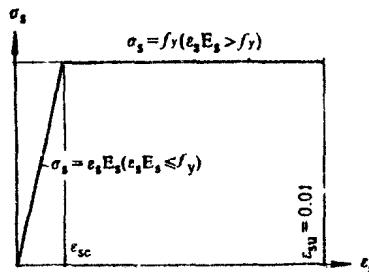


图 2-3 钢筋应力-应变关系

$$\sigma_s = \begin{cases} \varepsilon_s E_s & (\varepsilon_s E_s < f_y) \\ f_y & (\varepsilon_s E_s \geq f_y) \end{cases} \quad (2-4)$$

式中  $E_s$  为钢筋弹性模量。

6. 加固结构承载能力极限状态，是以截面变形达下列情况之一时：当原混凝土或新加混凝土压应变达混凝土极限变形值  $\epsilon_{cu}$  或  $\epsilon_{su}$  时；当原钢筋或新加钢筋拉应变达钢筋的极限变形值  $\epsilon_{eu}$  时；当混凝土达  $\epsilon_{cu}$  及钢筋达  $\epsilon_{eu}$  时。

## 2.4 混凝土加固结构承载力极限状态设计表达式

混凝土加固结构的承载力设计应采用下列极限状态设计表达式：

$$\gamma_0 S \leq R \quad (2-5)$$

$$R = R(f_{c1}, f_{c2}, f_{s1}, f_{s2}, \beta, \beta_s, \psi, a_k, \dots) \quad (2-6)$$

式中  $\gamma_0$  ——混凝土加固结构的重要性系数，对安全等级为一级、二级、三级的结构构件，可分别取 1.1、1.0、0.9；

$S$  ——内力组合设计值，按国家标准《建筑结构荷载规范》(GBJ9—87)的规定进行计算；

$R(\cdot)$  ——混凝土加固结构构件的承载力设计值；

$f_{c1}, f_{c2}$  ——混凝土加固结构原有部分混凝土、钢筋的强度设计值；

$f_{s1}, f_{s2}$  ——混凝土加固结构新加部分混凝土、钢筋(型钢)的强度设计值；

$\beta, \beta_s$  ——混凝土加固结构原构件在加固时的应力水平指标及应变水平指标， $\beta = S_k/R_k$ ， $\beta_s = \epsilon_{c1}/\epsilon_{cu}$ ， $S_k$  为荷载效应标准值， $R_k$  为结构抗力标准值；

$a_k$  ——几何参数的标准值。当几何参数的变异性对结构性能有明显影响时，可另增减一个附加值  $\Delta a$  以考虑其不利影响。

## 2.5 加固结构截面相对界限受压区高度 $\xi_b$

混凝土加固结构新加受拉钢筋与受压区混凝土同时达到其强度设计值时的相对界限受压区高度 $\xi_b$ , 应根据截面的不同加固方法及加固时原结构的应力值, 分别按下列规定计算:

### 1. 新加受力钢筋与原钢筋靠近时(图2-4, 含外包钢加固)

$$\begin{aligned}\xi_b = 0.8 \xi_{nb} &= \frac{0.8 x_n}{h_0} = \frac{0.8 \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_y 2}{E_{s2}} + \varepsilon_{s10}} \\ &= \frac{0.8}{1 + \left( \frac{f_y 2}{E_{s2}} + \frac{\sigma_{s10}}{E_{s1}} \right) / \varepsilon_{cu}} \quad (2-7)\end{aligned}$$

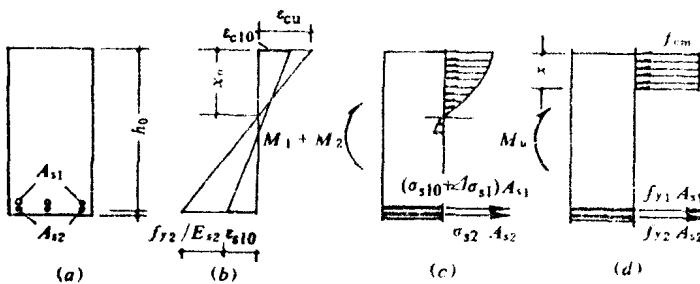


图 2-4

(a) 加固截面; (b) 截面变形; (c) 二阶段应力; (d) 极限状态应力

### 2. 新加钢筋与原钢筋相距甚远时(图2-5)

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_{s1} &= \varepsilon_{s10} \left( 1 + \frac{\Delta h}{h_{01} - x_{01}} \right) \\ &= \varepsilon_{s10} \left( 1 + \frac{\Delta h}{h_{01} - \frac{\varepsilon_{c10}}{\varepsilon_{c10} + \varepsilon_{s10}} h_{01}} \right) \\ &= \varepsilon_{s10} \left( 1 + \frac{\varepsilon_{c10} + \varepsilon_{s10}}{\varepsilon_{s10}} \frac{\Delta h}{h_{01}} \right)\end{aligned}$$

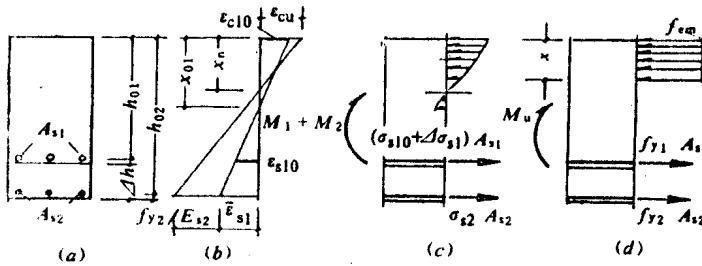


图 2-5

(a) 加固截面; (b) 截面变形; (c) 二阶段应力; (d) 极限状态应力

$$\begin{aligned}
 &= \varepsilon_{s10} + (\varepsilon_{c10} + \varepsilon_{s10}) \frac{\Delta h}{h_{01}} \\
 \xi_b = 0.8 \xi_{nb} &= \frac{0.8 x_n}{h_{02}} = \frac{0.8 \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{y2}}{E_{s2}} + \frac{\varepsilon_{s1}}{E_{s2}}} \\
 &= \frac{0.8 \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{y2}}{E_{s2}} + \varepsilon_{s10} + (\varepsilon_{c10} + \varepsilon_{s10}) \frac{\Delta h}{h_{01}}} \\
 &\approx \frac{0.8 \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_{y2}}{E_{s2}} + \frac{\sigma_{s10}}{E_{s1}} \left(1 + 2 \frac{\Delta h}{h_{01}}\right)} \quad (2-8)
 \end{aligned}$$

### 3. 仅受压区增浇叠合层 (图2-6)

$$\begin{aligned}
 \xi_b = 0.8 \xi_{nb} &= \frac{0.8 x_n}{h_{02}} = \frac{0.8 (\varepsilon_{cu} + \frac{\varepsilon_{c1}}{E_s})}{\varepsilon_{cu} + \frac{\varepsilon_{c1}}{E_s} + \frac{f_y}{E_s}} \\
 &= \frac{0.8 \left[ \varepsilon_{cu} + \varepsilon_{c10} + (\varepsilon_{c10} + \varepsilon_{s10}) \frac{\Delta h}{h_{01}} \right]}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{c10} + (\varepsilon_{c10} + \varepsilon_{s10}) \frac{\Delta h}{h_{01}} + \frac{f_y}{E_s}} \\
 &\approx \frac{0.8 \left[ \varepsilon_{cu} + \frac{\sigma_{s10}}{E_s} \left(1 + 2 \frac{\Delta h}{h_{01}}\right) \right]}{\varepsilon_{cu} + \frac{f_y}{E_s} + \frac{\sigma_{s10}}{E_s} \left(1 + 2 \frac{\Delta h}{h_{01}}\right)} \quad (2-9)
 \end{aligned}$$