

# 畫法几何学

同济大学画法幾何教研組編

1957·上海

# 画法几何学目录

## 第一編 前 論

### 第一章 緒論

- § 1—1 研究画法几何的目的 ..... ( 1 )
- § 1—2 怎样投影和投影的种类 ..... ( 1 )
- § 1—3 中心投影和平行投影的特性 ..... ( 2 )
- § 1—4 应用于工程上的几种作圖方法 ..... ( 5 )
- § 1—5 画法几何發展簡史 ..... ( 8 )

## 第二編 正 投 影 法

### 第二章 点

- § 2—1 点在两投影面上的正投影 ..... ( 11 )
- § 2—2 两投影面體系中不同位置的点的投影 ..... ( 12 )
- § 2—3 一点在三投影面體系中的投影 ..... ( 16 )
- § 2—4 直觀圖的作法 ..... ( 20 )

### 第三章 直綫

- § 3—1 直綫的投影 ..... ( 22 )
- § 3—2 一般位置的直綫 ..... ( 22 )
- § 3—3 特殊位置的直綫 ..... ( 29 )
- § 3—4 直綫上的点 ..... ( 32 )
- § 3—5 两直綫的直对位置 ..... ( 34 )

### 第四章 平面

- § 4—1 平面的表示方法及跡綫 ..... ( 39 )
- § 4—2 一般位置的平面 ..... ( 40 )
- § 4—3 特殊位置的平面 ..... ( 45 )
- § 4—4 平面上取点和平面跡綫的画法 ..... ( 49 )

### 第五章 平面与直綫

- § 5—1 直綫与平面、平面与平面相平行 ..... ( 54 )
- § 5—2 直綫与平面、平面与平面相垂直 ..... ( 58 )
- § 5—3 直綫与平面、平面与平面相交 ..... ( 60 )

### 第六章 投影的改造

- § 6—1 两种改造投影法 ..... ( 70 )
- § 6—2 旋轉法 ..... ( 71 )
- § 6—3 換面法 ..... ( 73 )
- § 6—4 距離和角的量度 ..... ( 75 )
- § 6—5 重合法 ..... ( 81 )

### 第七章 平面立体、曲綫曲面

- § 7—1 平面立體 ..... ( 86 )

## 画法几何目錄

§ 7—2 曲綫 .....	( 88 )
§ 7—3 曲面 .....	( 92 )
<b>第八章 立体的截断和展開</b>	
§ 8—1 立體断面的作法 .....	(100)
§ 8—2 立體的表面或截平面垂直于投影面，最易作出截断面 .....	(101)
§ 8—3 立體为一般位置平面所截的断面 .....	(104)
§ 8—4 圓錐断面曲綫的研究 .....	(107)
§ 8—5 多边形与立體相交 .....	(109)
§ 8—6 直綫与立體相交 .....	(111)
<b>第九章 立体的相貫</b>	
§ 9—1 相貫两立體中有一柱面、且柱軸垂直于投影面 .....	(115)
§ 9—2 以輔助截平面作两一般位置立體的相貫綫 .....	(119)
§ 9—3 以輔助截球面作两軸相交的旋轉曲面的相貫綫 .....	(126)
§ 9—4 以輔助截曲面作曲綫与曲面的交点 .....	(128)
<b>第十章 正投影圖中的陰影</b>	
§ 10—1 陰影的基本理論 .....	(131)
§ 10—2 点、直綫、平面的影 .....	(132)
§ 10—3 平面立體的陰影 .....	(139)
§ 10—4 錐面和柱面的陰影 .....	(143)
§ 10—5 一些典型旋轉曲面的陰影 .....	(148)

## 第三編 單面投影法

### 第十一章 軸測投影

§ 11—1 概論 .....	(154)
§ 11—2 正軸測投影的变形系数和軸間角 .....	(158)
§ 11—3 斜軸測投影的变形系数和軸間角 .....	(163)
§ 11—4 几何形體的軸測投影 .....	(166)
§ 11—5 軸測投影的選擇 .....	(180)
§ 11—6 軸測投影中的陰影 .....	(186)

### 第十二章 透視投影

§ 12—1 直綫和平面的透視 .....	(191)
§ 12—2 以建筑師法繪制透視圖 .....	(193)
§ 12—3 以斜投影法繪制透視圖 .....	(200)
§ 12—4 視点的選擇 .....	(208)
§ 12—5 透視圖中的直綫和平面 .....	(210)
§ 12—6 圓的透視 .....	(215)
§ 12—7 透視圖中的陰影 .....	(218)

### 第十三章 標高投影

§ 13—1 点和直綫 .....	(222)
§ 13—2 平面 .....	(225)
§ 13—3 立體和曲面 .....	(228)
§ 13—4 地形面 .....	(233)

# 第一編 前 論

## 第一章 緒 論

### § 1—1 研究画法几何学的目的

画法几何学，是一种專門研究空間的形體表現在平面(也可以表現在圓柱面或球面)的科学。

研究画法几何学的目的：

- (1) 使我們知道在空間的物體，如何設法把它的位置、形狀和大小准确的表現于平面。
- (2) 根据这种画法几何学提供的方法、在平面上所繪制出來的物體的形像，便能使我們想像出它在空間的实在形狀和相对的位置。
- (3) 因而更能使我們从平面的圖样測定其物體的尺寸，并用圖介法來研究和介决其本身所具有的一切几何特性和問題。

这样，画法几何就提交制圖課程一系列的結論，这就能保証圖画的明顯性和精确性，因而使所表現的物體，可能按圖制造。

研究画法几何学，更有其重大的教育意义：从事了这門科学的研究，便能擴大和發展人們的一般几何直觉和空間概念，使学生在高等工業学校畢業之后，由于研究过画法几何，就獲得了有力的工具：便能順利地从事于有创造性的工程事業工作。

在画法几何中为物體造像的規則，是以投影法为基础的。

### § 1—2 怎样投影和投影的种类

(圖 1—1) 在空間有定平面  $P$  和定点  $A$ ，和另一固定發光点  $S$ ，由这光源  $S$  出發，作一條通过  $A$  点的光綫  $SA$ ；这条直綫  $SA$  交于  $P$  平面的一点  $a$ ，就是空間的  $A$  点在  $P$  面上的投影，而光源  $S$  可称为投影中心，光綫  $SA$  可称为投射綫， $P$  平面則称投影面。

在圖 1—2 中，当將空間的一條  $AB$  綫 向投影面  $P$  投影时，則由投影中心  $S$  出發的通过綫

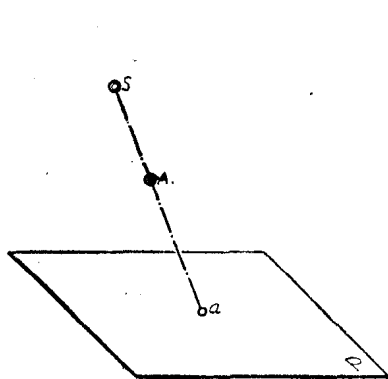


圖 1—1

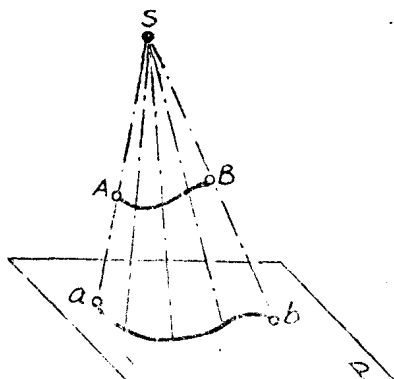


圖 1—2

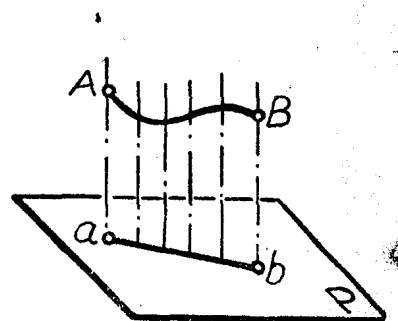


圖 1—3

上的互相衔接的许多点的许多投射綫，也將一條緊靠一條地互相衔接而成一个面，称为投射面，这投射面交于投影面 P 的一綫 ab，就是 AB 綫的投影。

这种由共同的一点(投影中心)出發的投射綫，称为中心投射綫，这样的投射綫所投成的影像，称为中心投影。因为中心投射綫所結成的投射面为錐面，所以又可称为錐狀投影。

如將投影中心 S 远移至无穷远的極限，則投射綫都成平行如圖 1—3 所示的，称为平行投射綫。用这样平行投射綫所投成的影像，称为平行投影。其投射綫所結成的面为柱面，故又称柱狀投影。圖 1—4 是立方體的中心投影，圖 1—5 和圖 1—6 都是立方體的平行投影。

平行投影中的投射綫直交于投影面的，称为正投影(圖 1—5 是立方體的正投影)，而其斜交于投影面的，称为斜投影(圖 1—6 是立方體的斜投影)。

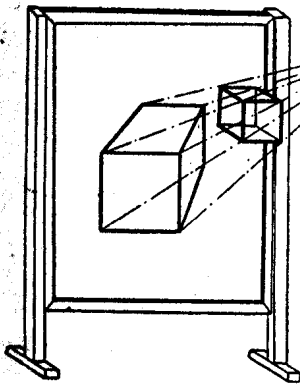
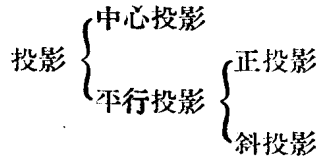


圖 1—4

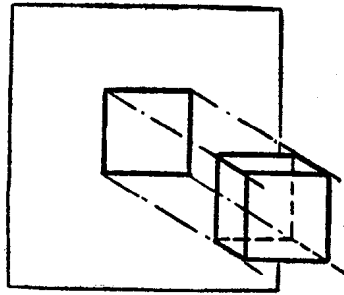


圖 1—5

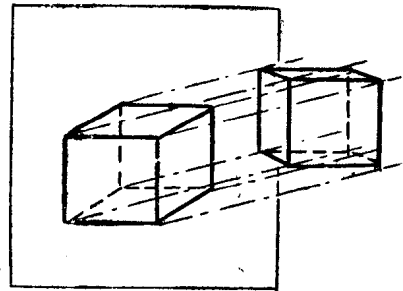


圖 1—6

### § 1—3 中心投影和平行投影的特性

中心投影和平行投影，有着共同的和分別独有的特性現略述于后：

i) 投影中心或平行投射綫的方向确定，則空間每一定点在一定的一个投影面上，会有一个唯一而完全肯定的投影。如圖 1—7 中的 B 点有它唯一的投影 b，C 点有唯一的投影 c。

然而在投影面上的每一个投影点，却是空間的在同一投射綫上的无数点的投影。如圖 1—7 中在 P 面上的投影点 a，可以是在同一投射綫 Sa 上的无数点 A、A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>……共同的投影。

因此只有一个投影面上的一个物體的投影，沒有第二元素的帮助，不可能反映这物體在空間的实在位置。

ii) 直綫在投影平面上的投影还是直綫。在圖 1—8、圖 1—9 中，通过直綫 AB 的投射平面交于投影平面的綫为直綫，所以直綫的投影还是直綫。

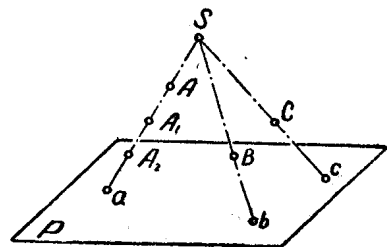


圖 1—7

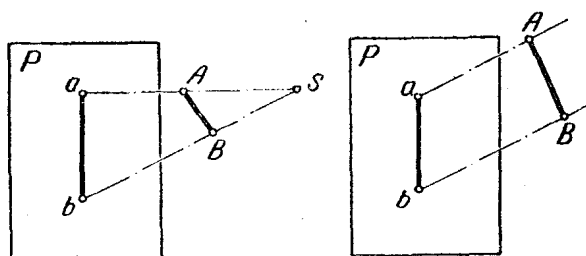


圖 1—8

圖 1—9

iii) 直線平行于投影平面，其投影为平行于它本身，其平行投影为保持其綫的原長，在投影面上的直綫的中心投影，亦为保持原長，而不在投影面上的一直綫上的点分割这一綫段成定比，其平行投影和中心投影亦成定比。如圖 1—10、圖 1—11 中，ABC 綫与投影面 P 相平行，故它在 P 面上的投影 abc 为与它本身相平行。圖 1—10 中的 ABC 綫的平行投影 abc 为保持这綫的实長。圖 1—11 中，在投影面上的直綫 abc、为与其中心投影相重合、即保持原地位和原長度。

又圖 1—11 中、不在投影面上的直綫 ABC 与其中心投影 abc，为  $\frac{AB}{BC} = \frac{ab}{bc}$ 。

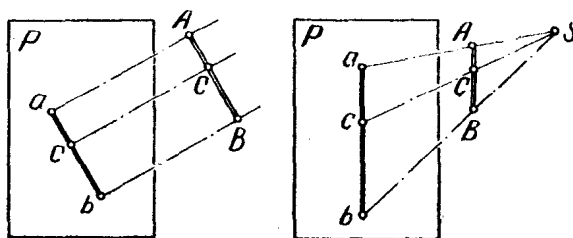


圖 1—10

圖 1—11

iv) 不平行于投影面的直綫，必与投影面有交点，这交点的投影为在原地位。这种不平行于投影面的直綫上的点、分一直綫成諸相等綫段、其平行投影所分諸綫段仍然相等，其中心投影所分諸綫段則变为近大远小的渐差級数。如圖 1—12、圖 1—13 中的直綫与投影面的交点 E 的投影 e 为在这点的原地位。圖 1—12 中的 ABCDE 綫与其平行投影 abcde，为  $AB=BC=CD=DE$ ， $ab=bc=cd=de$ 。而圖 1—14 中的 ABCDE 綫与其中心投影 abcde，为  $AB=BC=CD=DE$ ， $ab > bc > cd > de$  其中心投影成了渐差級数。

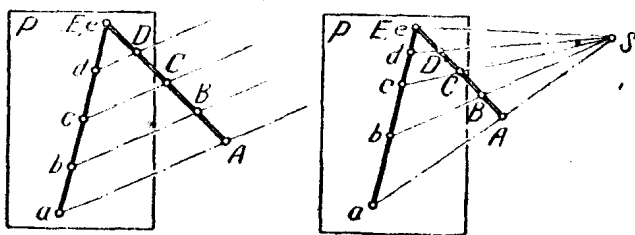


圖 1—12

圖 1—13

v) 直綫通过投射綫，其投影为一点，称为这直綫的端视图。如圖 1—14、圖 1—15 中的两直綫 AB、CD，为通过投射綫的，故其投影都分别成一点。

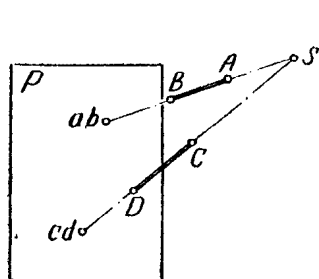


圖 1-14

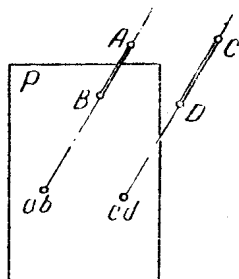


圖 1-15

vi) 不平行于投影面的、互相平行、且成定比的两直线，其平行投影仍相平行且成定比，其中心投影则为集中于一点。圖 1-16 中的平行两直线 AB、CD 与其平行投影 ab、cd， $AB \parallel CD$ 、 $ab \parallel cd$ ， $\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$ 。圖 1-17 中的平行两直线 AB、CD 的中心投影 ab、cd 则集中于 F 点。

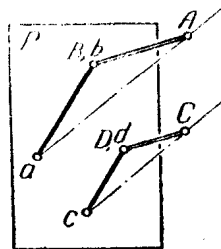


圖 1-16

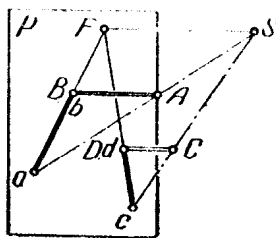


圖 1-17

vii) 平行于投影面的平面图形，其平行投影为合同图形（圖 1-18），其中心投影为相似形（圖 1-19）。

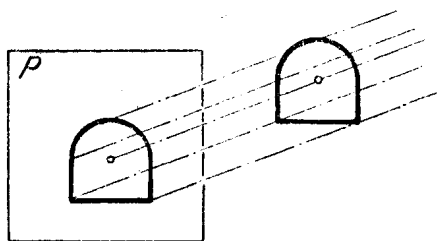


圖 1-18

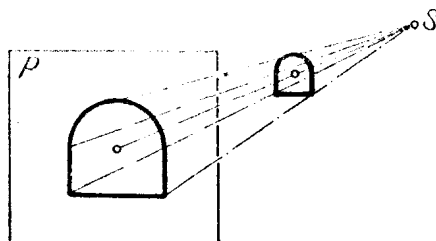


圖 1-19

viii) 平面通过投射綫时，其投影为一直綫，称为这平面的稜視圖。如圖 1-20、圖 1-21 所示。

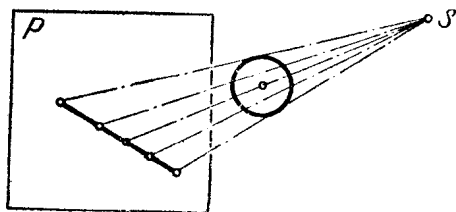


圖 1-20

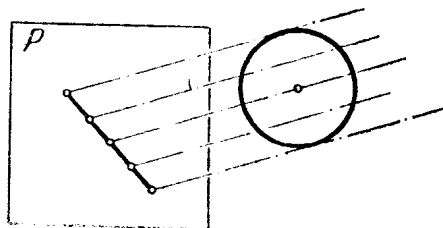


圖 1-21

§ 1-4 应用于工程上的几种作图方法

在工程上，为了便于表达各种物体，如机器、房屋以及与地形面有关的土工结构物，常采用下列四种作图方法：(1)正投影法，(2)标高投影法，(3)轴测投影法，(4)透视投影法。现分别简略的介绍如下：

1. 正投影法：一点在一个平面上投影，要靠第二元素的帮助，才能反映出它在空间的实在地位，因此，可以使空间一点向互相直交的两平面H、V作出正投影，如图1-22、图1-23所示，在H、V面上的一点两个正投影，虽然已足够反映出这点在空间的实在位置，但对于某

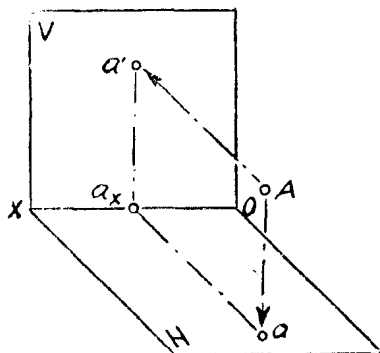


图 1-22

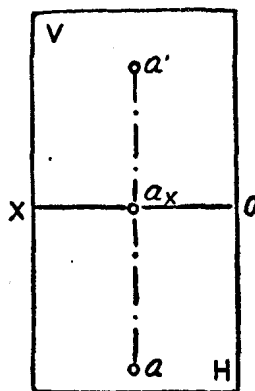


图 1-23

些物体，单靠了H、V面上的两个正投影，有时还不能充分表现出它们在空间的实形和大小，因此还要添设一个与H、V面都相直交的第三个投影面W去作第三个正投影，至于更复杂的物体，则可以设立更多的投影面。如图1-24、图1-25中的立体，有了它在H、V、W三面上的正投影图，才充分的反映出它的实在形状和大小。

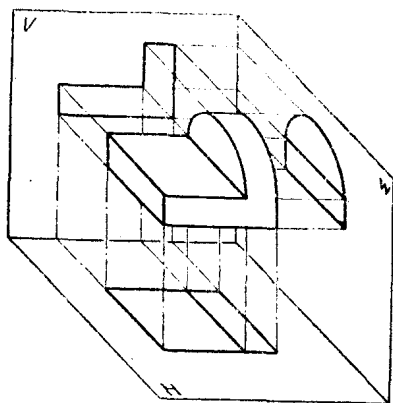


图 1-24

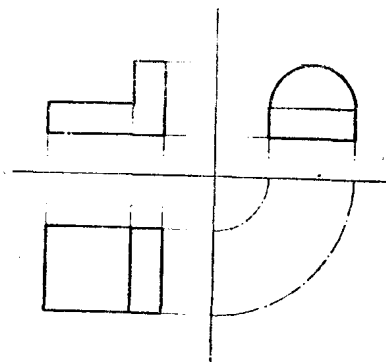


图 1-25

图1-26是一座房屋的三面正投影图。用正投影法来绘制工程图，作图简单精确，而且量度方便便于按图制造，但美中不足的是其图形很缺乏立体感，对缺乏读图修养的人，是不容易看懂的。因为它应用最广，所以我们今后将以大部份的篇幅研究正投影法。



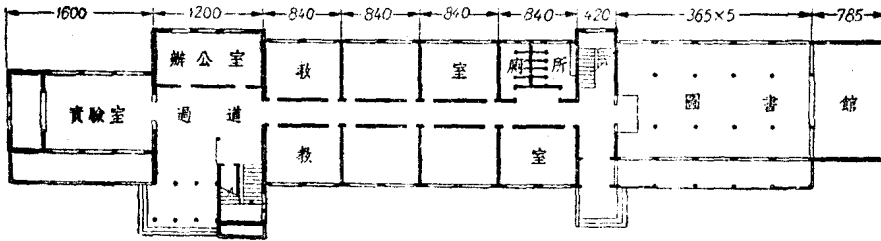
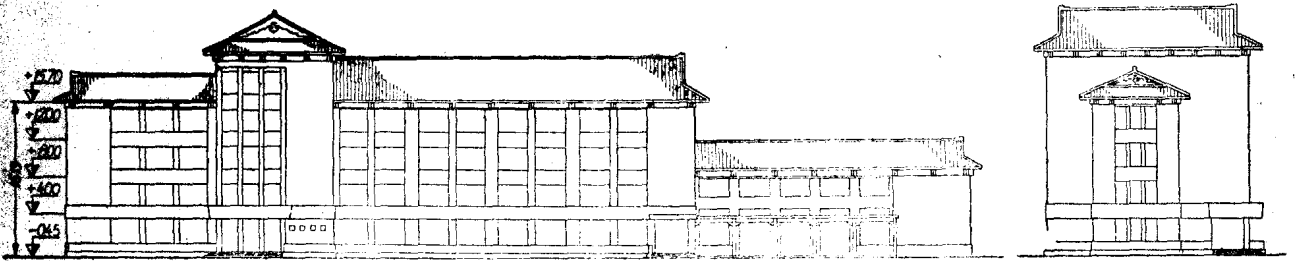


圖 13 房屋——正投影圖

圖 1—26

2. 标高投影法： 如圖 1—27、圖 1—28 所示，空間 A 點在一個投影面 H 上的正投影圖，旁註以其點離 H 面的高度  $z$  單位為  $a_z$ ，有了這樣的第二元素的幫助，就使在一個投影面上的投影，能反映出這點在空間的實在地位。特稱這種的在一個面上的正投影中標記出其高程的方法為标高投影法。

标高投影在表達複雜的曲面時得到廣泛的應用。由於地面是極不規則極廣闊的曲面，因此标高投影就用來表示地形面以及地形面上的土工結構物。圖 1—29、圖 1—30 用等高綫繪制地形圖，就是标高投影具體應用的例子。

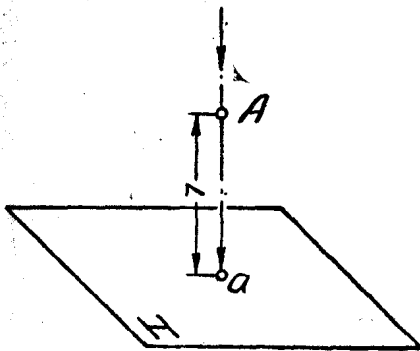


圖 1—27

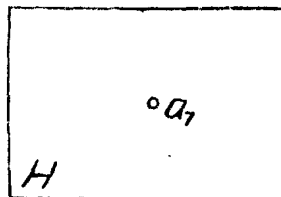


圖 1—28

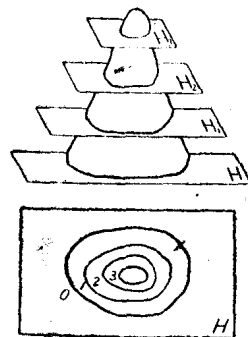


圖 1—29

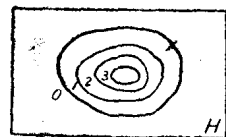


圖 1—30

3. 軸測投影法： 它是應用平行投影（正或斜），選擇適當的投影條件、將物體投影在單獨一個投影面上的圖示法。它的特點是富有立體感、而作圖又比較簡單，因此本書及其他很多科學書籍中經常用它來表達出立體的形象。

圖 1—31 顯示了用鐵絲構成的立方體在 S 平面上的軸測投影圖。為了使這種圖便於度量和反映點在空間確切的位置，首先在空間確定了這立方體的三根互相垂直的座標軸 X、Y、Z 與單獨的

一个投影面  $S$  所成的某种倾斜度，推算出这三轴在一定的投射方向下所获得这三轴在  $S$  面上的平行投影的轴间角和变形系数，然后在这三轴的投影上量绘成这立方体的平行投影，这样的作图法称为轴测投影法，这种图称为轴测图。

这种轴测图富有立体感，恰好弥补正投影图在这方面的缺陷。图 1—32 是前图 1—26 中的那一座房屋的轴测正投影图。图 1—33 是这座房屋的轴测斜投影图。

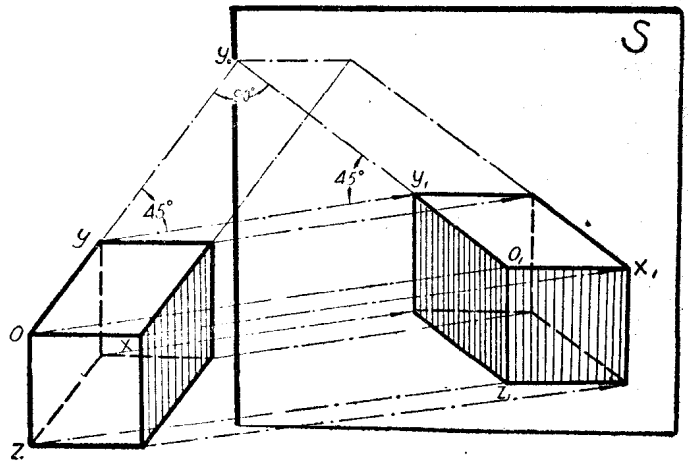


图 1—31

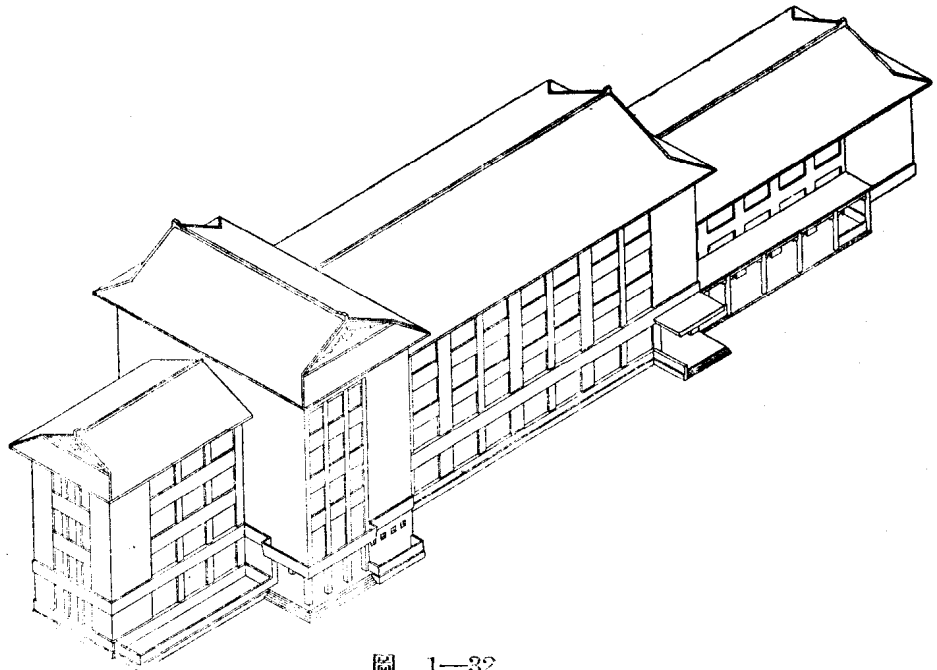


图 1—32

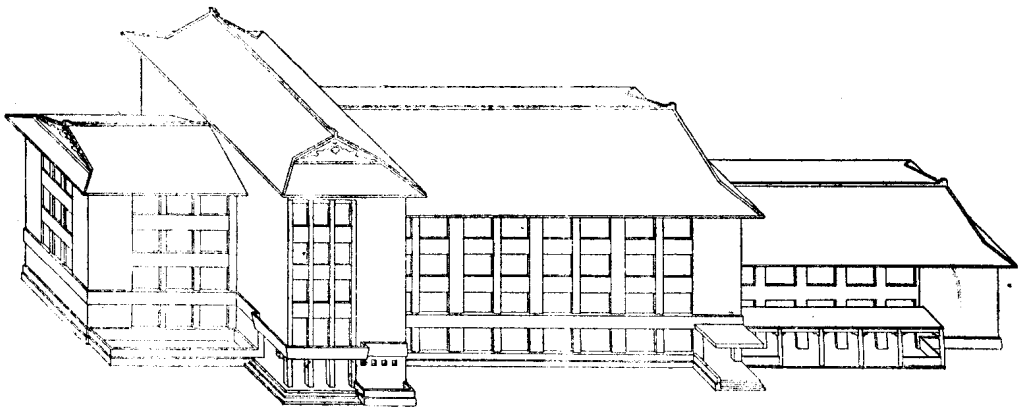


图 1—33

4. 透視投影法：透視投影就是前面所述的一種中心投影，由於我們用眼來視物，視線透入眼底以成影象，故稱為透視投影，透視投影圖常被應用在土木工程圖中，表示土木工程的外貌或內部陳設，所以這種工程結構物的透視圖看起來比軸測圖自然得多和真實得多，但是畫起來較軸測圖要麻煩一些，圖 1—34 是前圖 1—26 中的那一座房屋的透視圖。

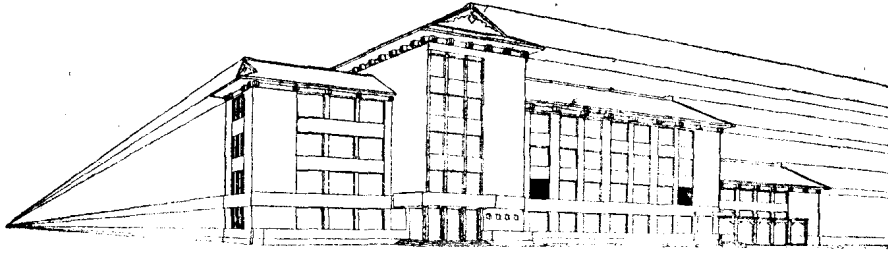


圖 1—34

第 1 種正投影法，為一物體向 H、V 或 W 諸多平面上作正投影圖的，可稱為多面投影法，第 2、3、4 三種投影法為一物體僅向一個投影面作其物體一個投影的，可稱為單面投影法。

### § 1—5 画法几何發展簡史

在原始社會，人類就知道把空間的形體，按着自己視覺，把其形像表現於平面上，就是應用我們所述的那種透視投影法，這種透視投影的規律，就是所謂寫真画法，隨着人們的勞動，這種知識慢慢地累積起來。

古代的人民，無論中外，有很長的一段時期，是用這種寫真画法來繪制工作圖樣的，後來隨着技術的發展，對平面圖樣中形體的影像的“正確、且便於量度”的要求，就日益迫切。就是這種繪制工程上所需的影像的獨特規則和方法，換言之，就是可能精確的肯定影像上每一個點對於其它各點或綫和面的相對位置的，並且能很簡捷的來測定綫段和形體的尺寸的制圖規則和方法，也就隨着人們的意圖和操作而逐漸的積累起來和充實起來。

法國的學者蒙若 (Monge 1749—1818) 便把這些東鱗西爪的獨特的制圖規則和方法，整理成一系統，寫述成書，以画法几何為名，發表於 1799 年。

蒙若的這一巨著中所說明的影像画法，就是本書中所研究的那種在互相直交的諸投影面上的“正投影法”。

正投影法保證了形體在平面上的影像的明顯、正確，且便於測量，直到現在，仍舊為技術制圖所應用的基本圖示方法。

我國是文化悠久的國家，在繪圖技術上，二千年前已有輝煌的成就。遠在春秋時代的周禮考工記中，已有關於繪圖工具“規”“矩”“繩”“墨”“懸”“垂”等的記載。周髀算經里已有“勾三股四弦五”正確繪制直角的方法及專門研究方圓相切的論文。至於殷周時代的青銅器，我們至今還能看到，從這種尊、彝、……等器皿的式樣、紋樣，鏤刻鑄造的精美絕倫，可以想見我國古代勞動人民當時繪圖的技術與工夫。

唐朝柳宗元寫的梓人傳中有云：“畫宮於堵盈尺，而曲盡其制，計其毫厘而構大廈無進退焉”及証以當時留傳下來的敦煌壁畫中的築屋圖，可見那時祖國勞動人民已經創造性地運用了軸測投影法，和應用了比例方法，在較小的面積上反映巨大的形象，繪制的精確程度已達到了驚人的地步。

宋朝有一位學者李誠(号明仲)，早在法國的蒙若之前(約早七百年)，在他所著的營造法式一書中(1101年寫成、1103年刊行)，已具備了完美的各種投影画法(中心投影，平行投影中的正投影、斜投影)，現選列數幅如圖1—35至圖1—39所示的，可見我國古代勞動人民的智慧對於這種投影法則上的創造和貢獻。

槽底斗心分內身間九盤地身間殿

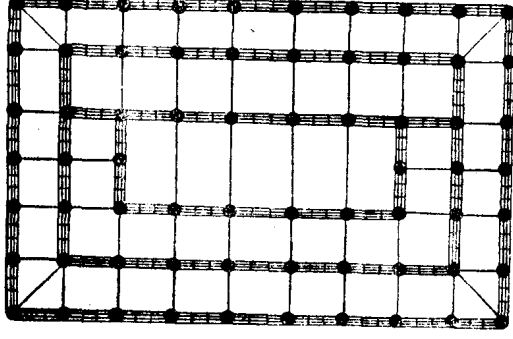
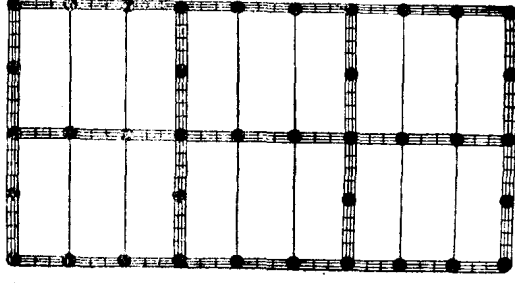
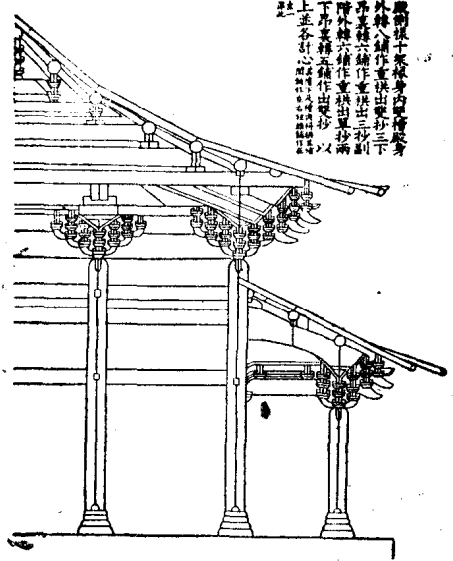


圖 1—35 (平面圖)



屬明棟十架榑身內榑架身  
外榑八榑作重拱出架抄三下  
再重榑作重拱出架抄三下  
階外榑八榑作重拱出架抄滿  
下外榑五榑作重拱出架抄以  
上至各引心榑作重拱出架抄

圖 1—36 (測面圖)

壓地隱起華

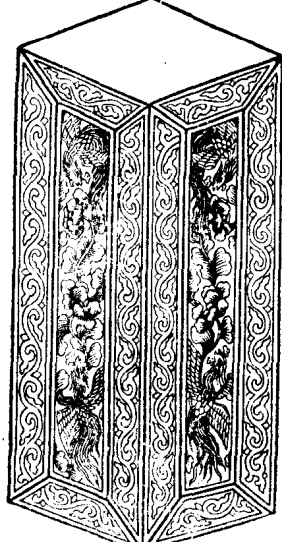


圖 1—37 (正軸測圖)

斜地起  
突榑子

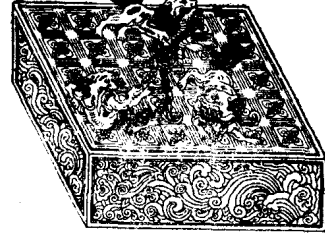


圖 1—38 (斜軸測圖)

仰盤蓮華

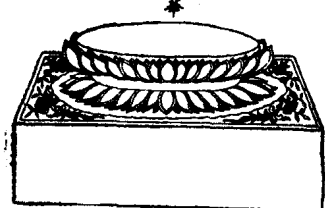


圖 1—39 (平行透視圖)

由于我國元朝、明朝、清朝經久的封建統治时代的生產关系并无絲毫改变，和介放前反动統治时期的处于半殖民地的地位，这种制圖技術和其它的學術思想一样的沒有獲得自由的發揮和進展。也就是說沒有在理論上加以總結和系統。

介放以來，由于党和人民政府的正确領導和关怀，已为本門科学的發展創造了條件。而社会主义建設事業，对画法几何学本身也已提出了具體的要求：一方面要求進一步研究画法几何的方法，使工程上的問題能順利地獲得介决，更要使其能广泛地应用到其他科学領域里去；另一方面，又要進一步研究画法几何学的理論，为前者提供有利的理論基礎。这一任务是艰巨的，我們深信，在中國共產党英明的領導下和生產技術迅速發展的推动下一定能够改变目前的落后面貌和赶上时代的要求。

画法几何这門課程在俄罗斯，从1810年起就正式列入交通学院的教学計劃中成为一門具有獨立科学體系的学科，Я. А. 謝瓦斯祁雅諾夫、И. И. 索莫夫、Н. И. 馬卡洛夫及В. И. 庫尔德久莫夫、Е. С. 費陀罗夫等的著作，使俄罗斯画法几何的教学得到很大的發展。

偉大的十月社会主义革命之后在共產党領導下，由于Н. А. 雷寧、Н. А. 格拉戈列夫、А. И. 道勃略柯夫及Н. Ф. 恰特維魯新等教授的著作和活动，使这門科学更加强了系統性、完整性和有了新發展，是值得我們虛心誠意地向他們學習的。

# 第二編 正投影法

## 第二章 点

### § 2-1 点在兩投影面上的正投影

(圖 2-1) 两个互相垂直的投影平面 H 与 V, H 平面保持水平状态, 称为水平投影面; V 平面保持直立状态, 叫做直立投影面, H 面与 V 面相交的一直线 OX 称为投影轴 X。

空間有一点 A, 作通过这 A 点的垂直于 H 面的平面投射綫 Aa, 其交于 H 面上的一点 a, 就是 A 点在 H 面上的正投影, 称为平面投影或平面圖。再作通过 A 点的垂直于 V 面的立面向射綫 Aa', 其交于 V 面的一点 a', 就是 A 点在 V 面上的正投影, 称为立面投影或立面圖。

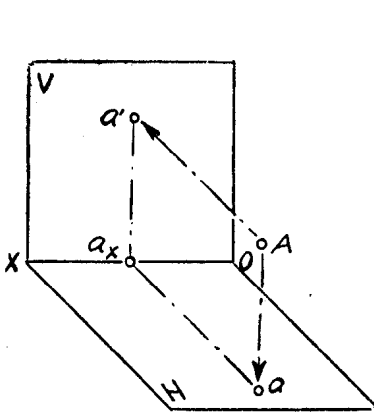


圖 2-1

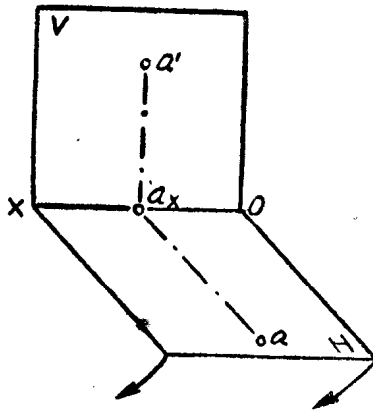


圖 2-2

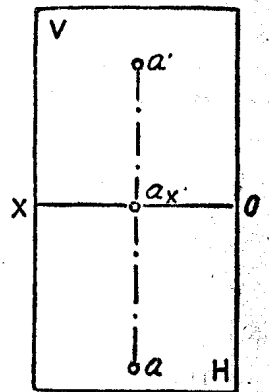


圖 2-3

着重指出, 当这 A 点, 向 H 平面投影时, 不僅这空間的一点有它在 H 面上的平面投影; 直立投影面 V、也有它成稜視圖的平面投影 X 軸; 立面向射綫 Aa'、也有它的平面投影  $aa_x$ , a 点也就是平面投射綫 Aa 成端視圖的平面投影。凡是一平面的稜視圖与一点的同名投影間的距離, 即为这点与这平面間的实在距離。故 A 点的平面投影 a 与 V 面的平面投影 X 軸間的距離  $aa_x$ , 即为反映出 A 点离开 V 面的实在深度。同理, 这 A 点的立面投影 a' 与 H 面成稜視圖的立面投影 (也是 X 軸) 間的距離  $a'a_x$  (平面投射綫 Aa 的立面投影), 即为反映出这 A 点离开 H 面的实在高度。

我們進一步观察, 这分別垂直于 H 与 V 的两投射綫 Aa、Aa' 与其投影确定一矩形平面  $Aa'a_xa$ , 这平面既垂直于两投影面的交綫 X 軸。故此平面与 H 面和 V 面的两交綫  $aa_x$  和  $a'a_x$ , 也必直交于这投影轴 X 上的  $a_x$  点。当去实点 A 和其投射綫 Aa、Aa', 而保留它的投影(圖 2-2), 使 V 面不动將 H 面照箭头所示的方向, 繞 X 軸旋轉  $90^\circ$ , 即与 V 面重合成一平面, 則 a、a' 两点便在同一條垂直于 X 軸的直綫  $a'a_xa$  上, 如圖 2-3 所示, 所以說, 一点的对应两投影必同在投影軸的垂直綫上。

設在投影圖上已給出一点 P 的两投影 p、p' (圖 2-4), 欲重定 P 点的空間位置, 可將这两投影面 H、V 沿 X 軸相摺, 使成相互垂直的位置 (圖 2-5), 于是由 p 点引垂直于 H 面的投

线  $Pp$ ，再从  $p'$  点引一垂直于  $V$  面的投射射线  $Pp'$  (图 2-6)，这在同一平面上的两投射线的相交点  $P$ ，就是  $P$  点在空间的实在位置。

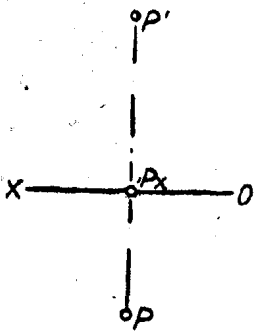


图 2-4

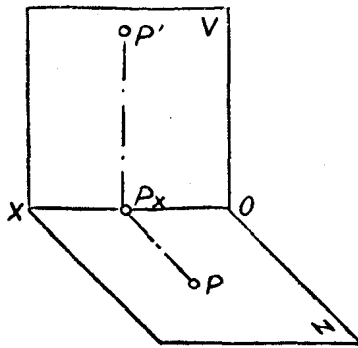


图 2-5

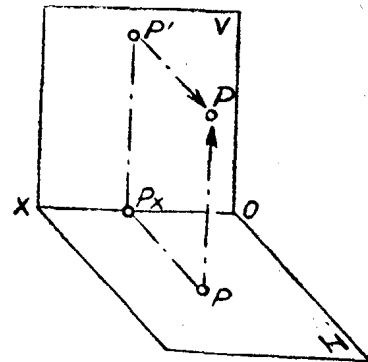


图 2-6

綜如上述，凡一点在  $H$ 、 $V$  两面上的投影圖，可总结如下規律：

- (i) 一点的对应两投影必同在投影轴的垂直线上。
- (ii) 一点的平面投影、与  $V$  面的平面投影  $X$  軸的距離，反映出这空間一点与  $V$  面的距離。
- (iii) 一点的立面投影、与  $H$  面的立面投影  $X$  軸的距離，反映出这空間一点与  $H$  面的距離。

### § 2-2 兩投影面体系中不同位置的点的投影

$H$  面和  $V$  面是无限大的。这无限大的  $H$  和  $V$  两投影面，被  $X$  轴划分为四塊， $H$  面在  $X$  轴之前，称前  $H$ ，在  $X$  轴之后，称后  $H$ ； $V$  面在  $X$  轴之上，称上  $V$ ，在  $X$  轴之下，称下  $V$ 。这  $H$  和  $V$  两个投影面并把空間划分为四个区域\*，各区空間的位置的排列如图 2-7 所示：

- 前  $H$  与上  $V$  之間为第一区空間，
- 后  $H$  与上  $V$  之間为第二区空間，
- 后  $H$  与下  $V$  之間为第三区空間，
- 前  $H$  与下  $V$  之間为第四区空間。

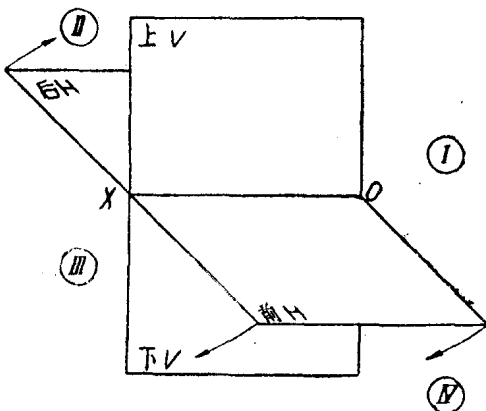


图 2-7

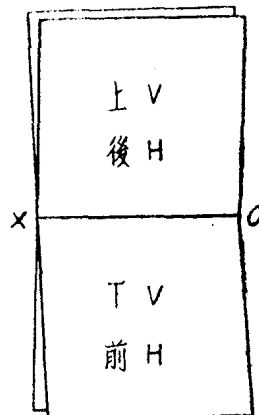


图 2-8

\*有些画法几何書中，也称作象限。

当使 V 面直立不动，将前 H 依箭头方向所示（圖 2—7），绕 X 轴旋转而与下 V 重合时；则后 H 必然同时向上翘起而重合于上 V，这时投影面 V 与 H 完全重合，而如圖 2—8 所示。以后我们仅画出 X 轴一綫来表示相重合成一致的 H 和 V 两投影面，所以我们应当熟悉在 X 轴之上，是上 V 与后 H，在 X 轴之下为下 V 及前 H。

点与投影面的相对位置有三种：①空间点，②投影面上点，③投影轴上点。

(1) 空间点

如圖 2—9、2—10 所示，A 点是位于第一区空间的，故其立面投影  $a'$  在 X 轴之上（即在上 V），平面投影在 X 轴之下（即在前 H）。

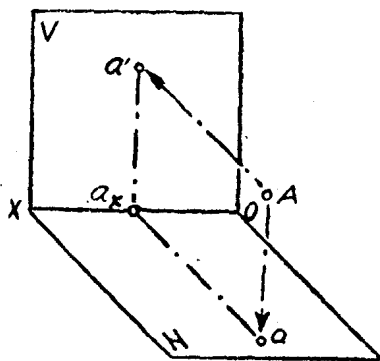


圖 2—9

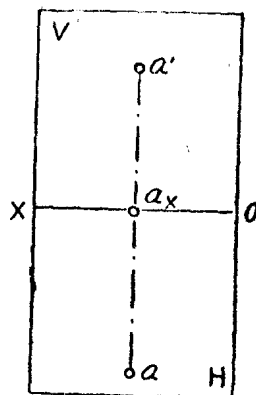


圖 2—10

圖 2—11、2—12，是在第二区空间的一点 B 的正投影，因此平面投射綫 Bb 的立面投影  $b'b_x$  在上 V，立面投射綫  $Bb'$  的平面投影  $bb_x$  则在后 H，当将两投影旋转成一致时（如圖 2—12），则  $b'b_x$  与  $bb_x$  必相互重合而均位于 X 轴的上方。所以只看圖 2—12，就晓得 B 点的平面投影 b 是在后 H，这点的立面投影  $b'$  是在上 V；既知道点的平面投影为在后 H，它的立面投影为在上 V，就可判定这点的实在地位为在第二区空间。由于 B 点距 H 面的高度大于距 V 面的深度，故  $b'b_x > bb_x$ 。

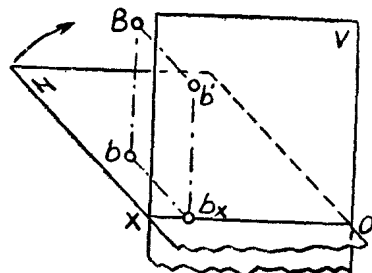


圖 2—11

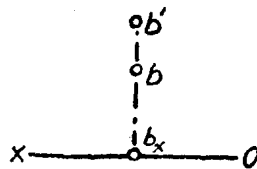


圖 2—12

圖 2—13、圖 2—14，是在第三区空间的一点 C 的正投影。我们不去看圖 2—13 的 C 点的投影实况，单看圖 2—14 的 C 点的两投影 c 和  $c'$ ，就可知道 c 是 C 点在后 H 的投影， $c'$  是 C 点在下 V 的投影，也就判定了这 C 点是在第三区空间。

圖 2—15、2—16，是在第四区空间的 D 点的正投影。在圖 2—16 中，可见这 D 点的平面投影 d 和立面投影  $d'$  都在 X 轴的下方。



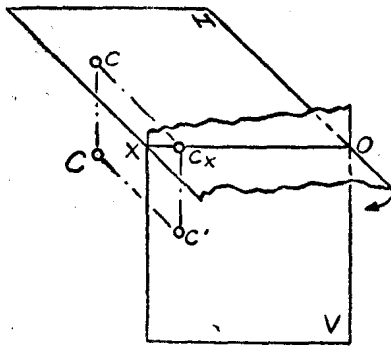


圖 2-13

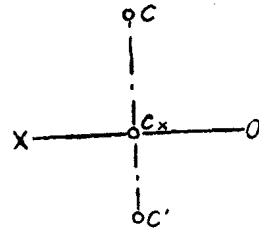


圖 2-14

如果一点至H和V面的距離为相等，則其投影圖乃如圖 2-17\* 所示。圖中， $a'a_x=aa_x$ ， $b'b_x=b_xb$ ， $c'c_x=cc_x$ ， $d'd_x=dd_x$ 。且 ABCD 分別居于第一、三、二、四空間。

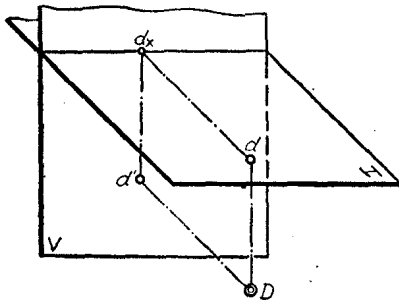


圖 2-15

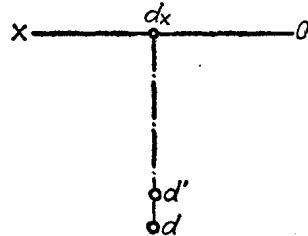


圖 2-16

例題 1：已知第四区空間的 D 点，距 H 面 20 單位，距 V 面 15 單位，欲作这一点的正投影圖。

介：（圖 2-18）因 D 点在第四区空間內，則其点的平面投影 d 在前 H、立面投影 d' 在下 V，因此在投影圖中（圖 2-19），d、d' 均在 X 軸的下方；故可在 X 軸的下方，量取  $dd_x=15$  單位， $d'd_x=20$  單位，即得出这 D 点的两投影 d、d' 的位置。

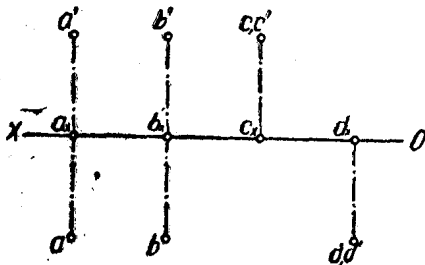


圖 2-17

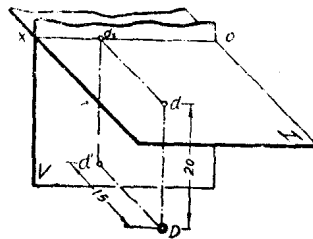


圖 2-18

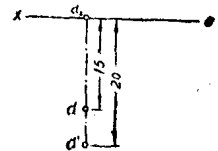


圖 2-19

(2) 投影面上点

点在某一投影面上，則这点和这一投影面間的距離为零。我們已知点的平面投影与 V 面的平面投影 X 軸的距離，是表示点与 V 面距離，点的立面投影与 H 面的立面投影 X 軸的距離，是表示点与 H 面的距離。因此，凡在投影面上的点在该投影面的投影必在原地位，而其在另一投影面

\*圖 2-17 中，b' 应改作 b，而 b 则改作 b'，即 B 点位于第三区空間。