

五 芳 电 路 学

目 錄

第一章 定義與電路參數	1
1-1 庫倫定律	1
1-2 電位差	1
1-3 電 流	2
1-4 功 率	2
1-5 能 量	3
1-6 電 阻	3
1-7 電 感	3
1-8 電 容	3
1-9 克希荷夫定律	4
習 題	11
第二章 平均值與有效值	16
2-1 波 形	16
2-2 平均值	16
2-3 均方根值或有效值	18
2-4 波形因數與尖峰值尖峰因素	19
習 題	22
第三章 正弦電流與電壓	26
3-1 正弦電流	26
3-2 正弦電壓	27
3-3 阻 抗	27
3-4 相 角	27
3-5 串並聯電路	28
習 題	36
第四章 複 數	38
4-1 實數與虛數	38
4-2 複 數	38

4-3	複數之其他表示法	39
4-4	複數的運算	40
4-5	複數之乘方與根	42
	習 題	43
第五章	複數阻抗與相量表示法	45
5-1	概 述	45
5-2	複數阻抗	45
5-3	相量表示法	48
	習 題	55
第六章	串並聯電路	58
6-1	串聯電路	58
6-2	並聯電路	63
6-3	導 納	68
6-4	ZY 轉換	72
	習 題	76
第七章	電功率與功率因素	80
7-1	正弦波形穩態功率(平均功率)	80
7-2	功率因數	86
7-3	視在功率	87
7-4	實效功率與無效功率	88
7-5	複數功率	94
7-6	功因的改善	98
	習 題	99
第八章	串並聯諧振	103
8-1	串聯諧振	103
8-2	並聯諧振	109
8-3	Q 值	113
8-4	軌跡圖	116
8-5	電流軌跡圖	119
	習 題	121

第九章 網目網路分析	126
9-1 網目電流	126
9-2 如何選擇網目電流與其方程式——Cramer定則	128
9-3 矩陣與行列式	129
9-4 以行列式解線形聯立方程式	133
9-5 以矩陣作電路分析	134
9-6 策動點阻抗	137
9-7 轉移阻抗	138
習 題	139
第十章 節點電位網路分析	145
10-1 節點電位	145
10-2 如何選擇節點電位與其方程式	146
10-3 策動點導納	152
10-4 轉移導納	152
10-5 對偶性	154
習 題	161
第十一章 網路定理	168
11-1 戴維寧定理	168
11-2 諾頓定理	171
11-3 戴維寧與諾頓等效電路	172
11-4 星網互換	173
11-5 重疊定理	179
11-6 互易定理	182
11-7 補償定理	185
11-8 米爾曼定理	188
11-9 最大功率轉移定理	191
習 題	194
第十二章 耦合電路	200
12-1 自 感	200
12-2 互 感	200

12-3	磁耦合係數	201
12-4	耦合線圈極性之表示法	202
12-5	耦合電路分析	203
	習 題	209
第十三章 多相制		212
13-1	二相制	212
13-2	三相制	212
13-3	Y-接發電機	213
13-4	相 序	215
13-5	Y-接負載	215
13-6	Y- Δ 系統	217
13-7	Δ -接發電機	219
13-8	電功率	221
13-9	不平衡三相制	224
13-10	二瓦特表測定三相電功率	228
13-11	對稱成分	229
	習 題	230
第十四章 波形分析		232
14-1	概 述	232
14-2	傅氏級數	232
14-3	波形之對稱	235
14-4	傅氏級數之其他型式	239
14-5	非正弦波之分析	240
14-6	均方根值與電功率	249
	習 題	251
第十五章 拉氏變換與暫態分析		254
15-1	拉氏變換	254
15-2	電路分析之應用	257
15-3	展開法	259
15-4	初值定理	269

15-5	終值定理.....	270
15-6	S -領域電路.....	271
	習 題.....	275
第十六章 四端網路.....		278
16-1	四端網路.....	278
16-2	通用型式.....	278
16-3	問題類型.....	279
16-4	網目方程式.....	280
16-5	節點方程式.....	281
16-6	轉移問題.....	282
16-7	例 題.....	282
16-8	一般傳輸問題.....	284
16-9	傳輸參數.....	285
16-10	特 例.....	286
16-11	逆轉方程式.....	288
16-12	串級網路.....	289
16-13	傳輸問題影像阻抗.....	290
16-14	影像轉移函數.....	292
16-15	衰減與相位函數.....	293
16-16	奈.....	294
16-17	功率比.....	294
16-18	分 貝.....	294
16-19	挿接問題.....	297
16-20	影像阻抗匹配.....	298
16-21	摘 要.....	299
	習 題.....	299
附 錄.....		302
索 引.....		313

第一章 定義與電路參數

1-1 庫倫定律 (Coulomb's Law)

公元 1785 年法國物理學家庫倫 (Charles Coulomb) 以實驗確立了兩帶電體間之作用與其間距離之關係。即

兩帶電質點 q 與 q' 間之作用力 F 與各帶電質點所帶電量之乘積成正比，與兩帶電質點間距離 r 之平方成反比。

$$F \propto \frac{qq'}{r^2} \quad \text{或} \quad F = k \frac{qq'}{r^2}$$

此處 k 為一具有因次 (Dimension) 之比例常數，由電荷，距離及力所用之單位而定。若電荷 q 及 q' 距離 r ，力 F ，分別用庫倫 (Coulombs)，米 (Meters)，牛頓 (Newtons) 為單位，則

$$k = 9 \times 10^9 \text{ 牛頓-米}^2/\text{庫}^2 \text{ (nt-m}^2/\text{coul}^2\text{)}$$

若我們定另一常數 $\epsilon_0 = \frac{1}{4k\pi} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ 庫}^2/\text{牛頓-米}^2$

則
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$$

若帶電體周圍的介質不是真空，則介質中由感應而起的電荷會減小原帶電體間的作用力。若減小的程度為 $1/k$

則兩帶電質點在介質中之作用力為
$$F = \frac{1}{4\pi k\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$$

此處 k 為一沒有因次的比例常數，稱為電介質常數 (Dielectric Constant)

若令 $\epsilon = k\epsilon_0$ 則
$$F = \frac{1}{4\pi k\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qq'}{r^2}$$

我們稱 ϵ 為介質之誘電係數 (Permittivity)， ϵ_0 為真空之誘電係數。

所以就真空而言 $k=1$ ， $\epsilon=\epsilon_0$ ，空氣之誘電係數 ϵ 比真空之誘電係數 ϵ_0 大得非常有限，通常可以 ϵ_0 視之。

由上述可知一庫倫之電荷，相當於帶有相等電荷之兩帶電質點，在真空中距離 1 米，其間之作用力恰為 9×10^9 牛頓時，各質點所帶之電量。

1-2 電位差 (Potential Difference)

兩點間之電位差 v 等於將一單位電荷由一點移到另一點所需作的功。若將一庫倫之電荷由一點移到另一點所需的功為一焦耳，則此兩點間之電位差為一伏特 (Volt)。即

1 伏特 (Volt) = 1 焦耳/庫倫 (Joule/Coulomb)

若電路上兩點間之電位差為 v ，則一帶電量為 q 之電荷從高電位那一點經由此兩點間之電路，移動到低電位那一點，共作功 qv 。

一種裝置，例如電池或發電機，如果能對經過其間的電荷作功，亦即電荷從此裝置的低電位端移動到高電位端可獲得能量時，我們稱此裝置具有電動勢 (Electromotive Force) $e.m.f.$ 。一裝置之 $e.m.f.$ 就是當不通電時，其高低電位兩端之間的電位差。

1-3 電流 (Current)

物質含有自由電子 (Free electrons)，能在原子間移動者，稱為導體 (Conductor)。有電位差的電場可以使這些自由電子產生運動。

當導體中有電荷 q 從一點向另一點運動時，我們稱此導體中有電流 (Current)。如果電荷保持一定的速率由一點向另一點運動，則稱此電流為定電流 (Constant Current)。如果運動的速率恰為每秒一庫倫則稱此電流之大小為一安培 (Ampere)。即

$$1 \text{ 安培} = 1 \text{ 庫倫/秒}$$

如果電流的大小不是定值而隨時間有變化的時候，則任何時刻之瞬時電流 (Instantaneous Current)

$$i(t) \text{ 安培} = \frac{dq(t)}{dt} \text{ 庫倫/秒}$$

電流的方向，按習慣約定，定為反電子移動的方向為電流之正方向。

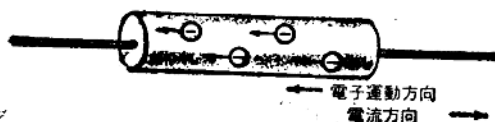


圖 1-1

1-4 功率 (Power)

電功率 P 等於外加電壓 v 與所產生之電流 i 之乘積

$$P \text{ (瓦特)} = v \text{ (伏特)} \times i \text{ (安培)}$$

由定義，正電流的方向與電壓電源同方向，如圖 1-2 所示，即正電流方向由電壓電源之正極流出。若 P 為正值，則表電源供給電路能量。

如果功率 P 是時間 t 的週期函數，又週期為 T 時，則

$$\text{平均功率 } P = \frac{1}{T} \int_0^T P dt$$

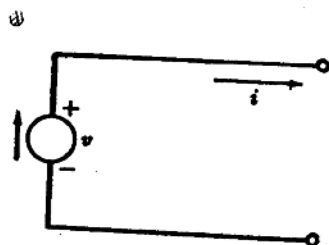


圖 1-2

1-5 能量 (Energy)

因為功率 P 是能量轉換 w 對於時間之變率。即

$$P = \frac{dw}{dt}$$

所以由 t_1 至 t_2 一段時間內能量之轉換

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt$$

1-6 電阻 (Resistance)

純電阻器兩端的電位差 $v(t)$ 與通過之電流 $i(t)$ 成正比。比例常數 R 就稱為此電阻器之電阻 (Resistance)。其單位以伏特/安培或歐姆 (Ohms) 表之。即

$$v(t) = Ri(t) \quad i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

至於電壓 $v(t)$ 及電流 $i(t)$ 是否為定值(如直流)或是時間的正弦或餘弦函數並無限制, 上面的式子仍然適用。

英文字母之小寫 (v, i, p) 表一般時間的函數, 大寫 (V, I, P) 表定值。極大值則在右下角加註, 以 V_m, I_m, P_m 表之。

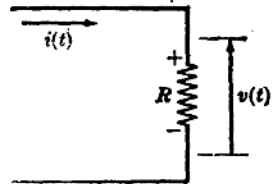


圖 1-3

1-7 電感 (Inductance)

電路中之電流變化時, 與電路相鏈的磁力線亦隨之變化。此磁力線的變化, 使電路因感應而生電動勢 ($e.m.f.$) v 。若導磁係數為定數, 則感應電動勢 v 與電流 (對於時間) 之變化率成正比。比例常數 L 就稱為電路之自感 (Self-Inductance) 或電感 (Inductance) 如圖 1-4 所示。即

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{或} \quad i(t) = \frac{1}{L} \int v dt$$

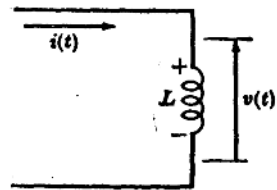


圖 1-4

若 v 以伏特為單位 di/dt 以安培/秒為單位。則 L 的單位為伏特-秒/安培或亨利 (Henries)。如果電流之變化率為每秒 1 安培在電路中的感應 $e.m.f.$ 恰為 1 伏特時, 此電路之自感即 1 亨利 (1h)。

1-8 電容 (Capacitance)

電容器 (Capacitor) 兩端之電位差 v 與電容器所帶之電荷 q 成正比, 比例常數 C 稱為此電容器之電容 (Capacitance)。即

$$q(t) = Cv(t) \text{ 或 } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt}, \text{ 或 } v(t) = \frac{1}{C} \int i dt$$

如 q 以庫倫為單位, v 以伏特為單位, 則電容 C 的單位就是庫倫/伏特 或 法拉 (Farads)。

若使電容器兩極板間之電位差每增加 1 伏特所需之電荷 q 恰為 1 庫倫時, 此電容器之電容就是 1 法拉 (1f)。因法拉單位實在過大, 較常用的單位有

$$1 \text{ 微法 (Microfarad)} = 1\mu f = 10^{-6} f$$

$$\text{及 } 1 \text{ 微微法 (Micromicro farad)} = 1\mu\mu f = 10^{-12} f$$

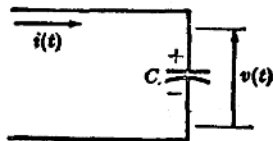
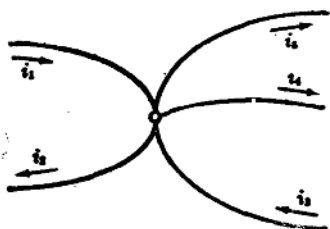


圖 1-5

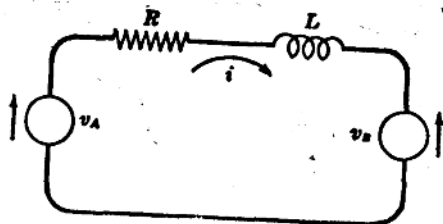
1-9 克希荷夫定律 (Kirchhoff's Laws)

- (i) 克希荷夫電流定律: 流入接合 (Junction) 的電流總量等於流出此接合的電流總量。如果流入接合的電流當作「正」, 流出的電流當作「負」, 則克希荷夫電流定律即等於說, 流入或流出任一接合電流之代數和為零。

圖 1-6 Σ 流入之電流 = Σ 流出之電流

$$\text{即 } i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

$$\text{或 } i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

圖 1-7 Σ 電壓升 = Σ 電壓降

$$\text{即 } v_A + v_B = R_i + L \left(\frac{di}{dt} \right)$$

$$\text{或 } v_A - v_B - R_i - L \frac{di}{dt} = 0$$

- (2) 克希荷夫電壓定律: 沿任何「通路」(Closed Circuit) 之全部壓升必等於其全部壓降, 換句話說就是: 沿著一通路之全部電位差之代數和為零。如果通路上的電源電壓不止一個, 而且方向互相均不一致時, 則與所假設之電流方向之電源電壓就當作正的。

電路元件與電壓, 電流之關係

元 件	兩端之電位差	其中的電流
電 阻 R	$v(t) = Ri(t)$	$i(t) = \frac{v(t)}{R}$
電 感 L	$v(t) = L \frac{di}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L} \int v dt$
電 容 C	$v(t) = \frac{1}{C} \int i dt$	$i(t) = C \frac{dv}{dt}$

公制所用的單位

量	單位	量	單位
長度 l	公尺 m (米)	電荷 Q, q	庫倫 C (庫)
質量 m	公斤 kg (鈺)	電位 V, v	伏特 V (伏)
時間 t	秒 sec (秒)	電流 I, i	安培 amp(安)
力 F, f	牛頓 nt (牛頓)	電阻 R	歐姆 Ω (歐)
能量 W, w	焦耳 j (焦)	電感 L	亨利 h (亨)
功率 P, p	瓦特 w (瓦)	電容 C	法拉 f (法)

【例題】

- 1-1 如圖 1-8 所示之電路，外加電壓 $V=45$ 伏特，求電流，各個電阻兩端之電位差及各個電阻所損耗之功率。

【解】 由克希荷夫電壓定律

$$V = I(2) + I(6) + I(7), \quad 45 = 15I, \quad I = 3 \text{ 安}$$

2 歐姆電阻兩端之壓降 $V_2 = IR_2 = 3(2) = 6$ 伏。同理

$$V_6 = 3(6) = 18 \text{ 伏}, \quad V_7 = 21 \text{ 伏}。$$

2 歐姆電阻所耗功率 $P_2 = V_2 I = 6(3) = 18$ 瓦，或

$$P_2 = I^2 R_2 = 3^2(2) = 18 \text{ 瓦}, \quad \text{同理 } P_6 = V_6 I = 54 \text{ 瓦}, \quad P_7 = V_7 I = 63 \text{ 瓦}。$$

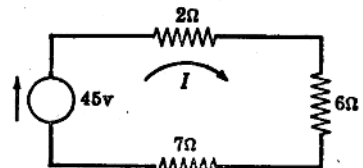


圖 1-8

- 1-2 兩個定電壓電源 V_A 及 V_B 作用於同一電路，如圖 1-9 所示。求各電源所輸出的功率。

【解】 由克希荷夫電壓定律

$$20 - 50 = I(1) + I(2) \quad I = -10 \text{ 安}$$

$$V_A \text{ 輸出之功率} = V_A I = 20(-10) = -200 \text{ 瓦}$$

$$V_B \text{ 輸出之功率} = V_B I = 50(10) = 500 \text{ 瓦}。$$

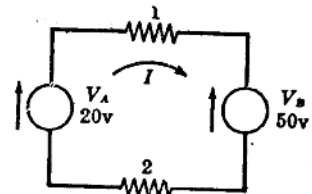


圖 1-9

- 1-3 如圖 1-10(a) 之電路，電源電壓 $v(t) = 150 \sin \omega t$ 求電流 $i(t)$ ，瞬時功率 $P(t)$ 及平均功率 P 。

【解】 $i(t) = \frac{1}{R} v(t) = \frac{150}{25} \sin \omega t = 6 \sin \omega t \text{ 安}$

$$P(t) = v(t)i(t) = (150 \sin \omega t)(6 \sin \omega t) \\ = 900 \sin^2 \omega t \text{ 瓦}$$

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} 900 \sin^2 \omega t d(\omega t) = \frac{900}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) d(\omega t)$$

$$= \frac{900}{2\pi} \left[\omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t \right]_0^{\pi} = 450 \text{ 瓦}。$$

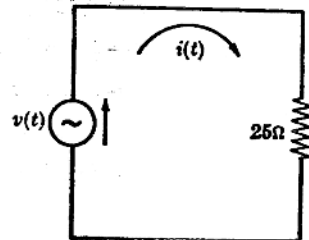


圖 1-10(a)

由圖 1-10(b) 可見, 電壓 $v(t)$, 電流 $i(t)$ 與常數 R 之關係。瞬時電壓及電流均同方向, 因此其乘積亦恆為正。因此, 不論通過電阻之電流方向如何, 電功率恆由電源所輸出。

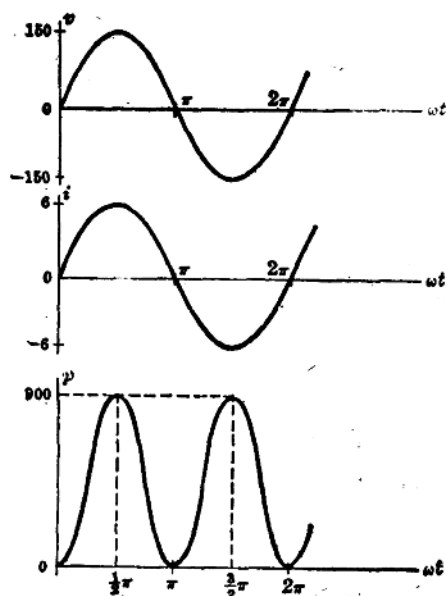


圖 1-10(b)

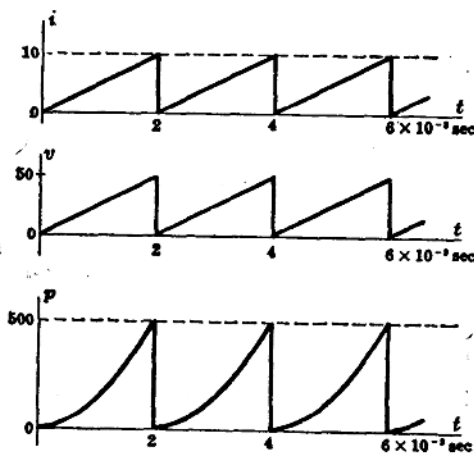


圖 1-11

- 1-4 如圖 1-11 所示電流函數為週而復始的鋸齒, 若此電流通過 -5Ω 的純電阻。求 $v(t)$ $p(t)$ 及平均功率 P 。

【解】 因 $v(t) = Ri(t)$, $v_{max} = Ri_{max} = 5(10) = 50$ 伏,

$$\text{當 } 0 < t < 2 \times 10^{-3} \text{ sec, } i = \frac{10}{2 \times 10^{-3}} t = 5 \times 10^3 t, \text{ 則 } v = Ri = 25 \times 10^3 t,$$

$$p = vi = 125 \times 10^6 t^2,$$

$$P = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \int_0^{2 \times 10^{-3}} 125 \times 10^6 t^2 dt = 167 \text{ 瓦。}$$

- 1-5 如圖 1-12 之電路, 5 歐電阻中的電流 $i(t) = 6 \sin \omega t$ 安。(a)

求 10 歐及 15 歐兩電阻中的電流及 a 至 b , b 至 c 間的電位差。

(b) 求各電阻所消耗的瞬時功率及平均功率。

【解】 (a) 5 歐及 15 歐兩電阻間之電位差同為 v_{bc} ,

$$v_{bc} = i_5 R_5 = (6 \sin \omega t)(5)$$

$$= 30 \sin \omega t \text{ (伏)}$$

$$i_{15} = v_{bc} / R_{15} = 2 \sin \omega t \text{ (安) 而}$$

$$i_{10} = i_{15} + i_5 = 8 \sin \omega t \text{ (安) 及 } v_{ab} = i_{10} R_{10}$$

$$= 80 \sin \omega t \text{ (伏)。}$$

(b) 瞬時功率 $p = vi$ 因此

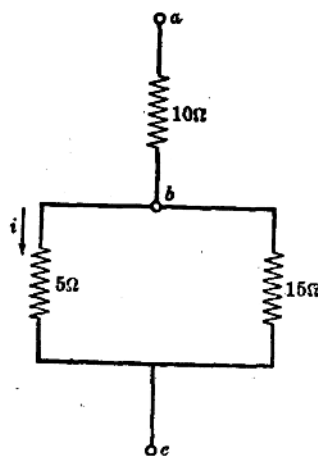


圖 1-12

$$p_s = (30 \sin \omega t)(6 \sin \omega t) = 180 \sin^2 \omega t \text{ (瓦)} \quad \text{同理}$$

$$p_{15} = 60 \sin^2 \omega t \text{ (瓦)}, \quad p_{10} = 640 \sin^2 \omega t \text{ (瓦)}, \quad 5 \text{ 歐電阻之平均功率}$$

$$P_s = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi 180 \sin^2 \omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi 180 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right] d(\omega t) = 90 \text{ 瓦} \quad \text{同理}$$

$$P_{15} = 30 \text{ 瓦}, \quad P_{10} = 320 \text{ 瓦}.$$

1-6 一純電感 $L=0.02 \text{ h}$, 外加電壓 $v(t)=150 \sin 1000t$, 求電流 $i(t)$, 瞬時功率 $p(t)$ 及平均功率 P 。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } i(t) &= \frac{1}{L} \int v(t) dt = \frac{1}{0.02} \int 150 \sin 1000t dt \\ &= \frac{150}{0.02} \left(\frac{-\cos 1000t}{1000} \right) = -7.5 \cos 1000t \text{ 安} \end{aligned}$$

$$p = vi = -150(7.5) \left(\frac{1}{2} \sin 2000t \right)$$

$$= -562.5 \sin 2000t \text{ 瓦}, \quad \left[\text{因 } \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \right]$$

平均功率 P 由圖 1-13(b) 可見顯然為零。

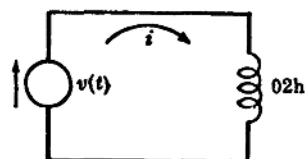


圖 1-13(a)

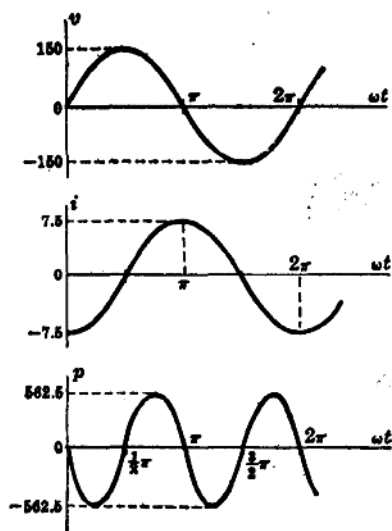


圖 1-13(b)

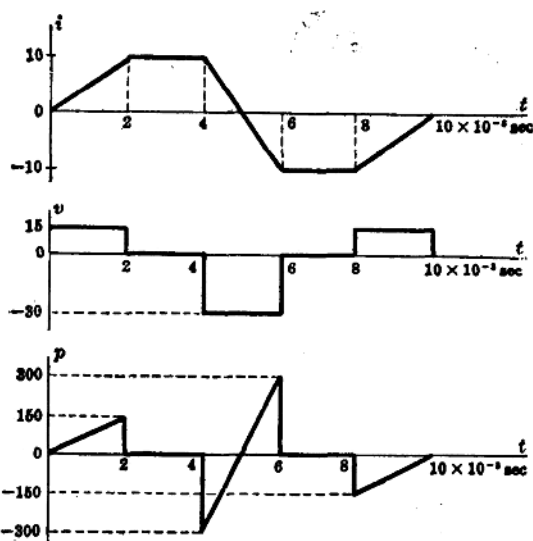


圖 1-14

1-7 一純電感 $L=3 \times 10^{-3} \text{ h}$, 通過如圖 1-14 波形之電流。試求並劃出電壓 $v(t)$ 及瞬時功率 $p(t)$ 之圖形。又平均功率 P 多少?

【解】 瞬時電流 $i(t)$ 如圖 1-14 所示

$$(1) 0 < t < 2 \times 10^{-3} \text{ 秒}$$

$$i = 5 \times 10^3 t$$

$$(2) 2 \times 10^{-3} < t < 4 \times 10^{-3} \text{ 秒}$$

$$i = 10$$

$$(3) 4 \times 10^{-3} < t < 6 \times 10^{-3} \text{ 秒}$$

$$i = 10 - 10 \times 10^3 (t - 4 \times 10^{-3}) = 50 - 10 \times 10^3 t$$

$$(4) 6 \times 10^{-3} < t < 8 \times 10^{-3} \text{ 秒}$$

$$i = -10$$

$$(5) 8 \times 10^{-3} < t < 10 \times 10^{-3} \text{ 秒} \quad i = -10 + 5 \times 10^3(t - 8 \times 10^{-3}) = -50 + 5 \times 10^3 t$$

對應之電壓為

$$(1) v_L = L \frac{di}{dt} = 3 \times 10^{-3} \frac{d}{dt}(5 \times 10^3 t) = 15 \text{ 伏}$$

$$(2) v_L = L \frac{di}{dt} = 3 \times 10^{-3} \frac{d}{dt}(10) = 0$$

$$(3) v_L = L \frac{di}{dt} = 3 \times 10^{-3} \frac{d}{dt}(-50 + 5 \times 10^3 t) = -30 \text{ 伏, 等。}$$

對應之瞬時功率為

$$(1) p = vi = 15(5 \times 10^3 t) = 75 \times 10^3 t \text{ 瓦}$$

$$(2) p = vi = 0(10) = 0 \text{ 瓦}$$

$$(3) p = vi = -30(-50 + 5 \times 10^3 t) = -1500 + 300 \times 10^3 t \text{ 瓦, 等。}$$

平均功率 P , 顯然為零。

1-8 一電壓 $v(t)$ 加於兩串聯電感 L_1 及 L_2 , 求一等效電感 (Equivalent Inductance) L_e , 而能代此二串聯電感並產生同樣之電流。

【解】 $v(t) = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = L_e \frac{di}{dt}$, 所以 $L_e = L_1 + L_2$ 。

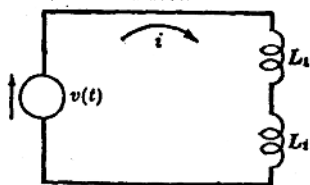


圖 1-15

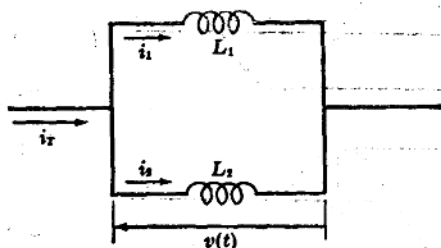


圖 1-16

1-9 如圖 1-16 求並聯電感 L_1 及 L_2 之等效電感 L_e 。

【解】 設並聯電感兩端之電位差為 $v(t)$ 又電感 L_1 及 L_2 中的電流各為 i_1 及 i_2 。

由克希荷夫電流定律若總電流 i_T 則

$$i_T = i_1 + i_2 \text{ 或 } \frac{1}{L_e} \int v dt = \frac{1}{L_1} \int v dt + \frac{1}{L_2} \int v dt$$

$$\text{所以 } \frac{1}{L_e} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \text{ 或 } L_e = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \text{ 即}$$

等效電感之倒數等於各個並聯電感倒數之和。

1-10 通過一純電感之電流 $i(t) = I_m \sin \omega t$ 。假如當 $t=0$ 時, 存於磁場中的能量為零。試計算並劃出能量函數 $w(t)$ 之圖。

【解】 $v(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt}(I_m \sin \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t$

$$p(t) = vi = \omega L I_m^2 \sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \omega L I_m^2 \sin 2\omega t$$

$$w(t) = \int_0^t \frac{1}{2} \omega L I_m^2 \sin 2\omega t dt = \frac{1}{4} L I_m^2 [-\cos 2\omega t + 1] = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2 \omega t$$

在 $\omega t = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$, 等時, 儲存之能量為極大值 $\frac{1}{2} L I_m^2$ 。在 $\omega t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ 等時, 儲存之能量為零。如圖 1-17。當 $p(t)$ 為正時能量流向負載, 則儲存之能量增加。當 $p(t)$ 為負時, 能量由電感器之磁場送回電源。在純電感中並無能量之消耗。因此平均功率為零。也就是沒有淨能量之轉換。

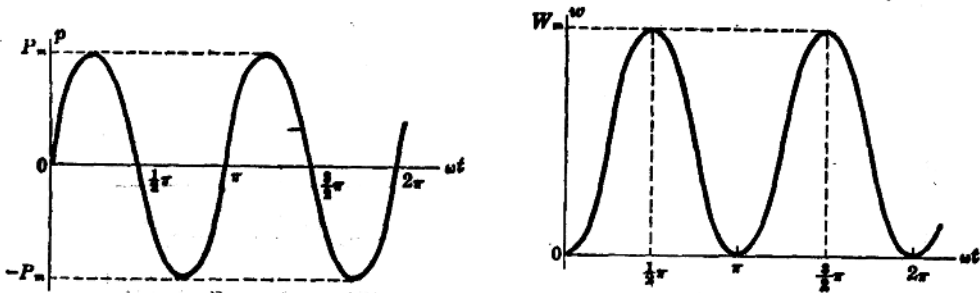


圖 1-17

1-11 有一純電容, 外加電壓 $v(t) = V_m \sin \omega t$, 求電流 $i(t)$, 功率 $p(t)$ 電荷 $q(t)$ 及儲存於電場中的能量 $w(t)$ 。假設 $t=0$ 時, $w(t)=0$ 。

【解】 $i(t) = C \frac{dv}{dt} = \omega C V_m \cos \omega t$ 安, $p(t) = vi = \frac{1}{2} \omega C V_m^2 \sin 2\omega t$ 瓦,

$$q(t) = C v = C V_m \sin \omega t \text{ 庫, } w(t) = \int_0^t p dt = \frac{1}{4} C V_m^2 (1 - \cos 2\omega t) = \frac{1}{2} C V_m^2 \sin^2 \omega t \text{ 焦,}$$

當 $\omega t = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$ 等時, 儲存之能量達極大值 $\frac{1}{2} C V_m^2$ 焦, 當 $\omega t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ 等

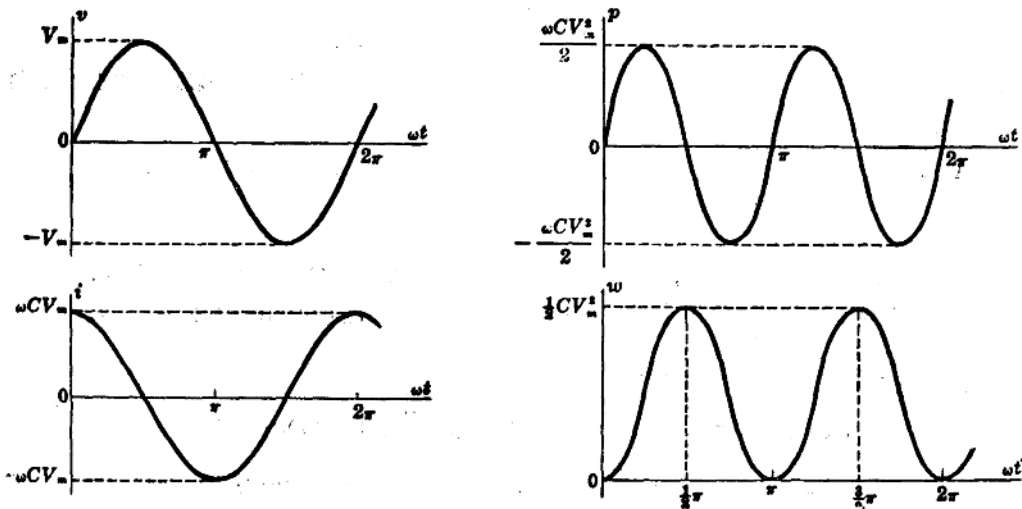


圖 1-18

時，儲存之能量為零。如圖 1-18，當 $p(t)$ 是正的時候，表示能量由電源向電容器，而儲存於電容器電場中的能量 $w(t)$ 增加。當 $p(t)$ 是負的時候，此儲存於電場中的能量又送回電源。因此平均功率 P 是零，當然也就沒有淨能量的轉換。

1-12 求如圖 1-19 兩電容器 C_1 及 C_2 並聯後之等效電容 C_e 。

【解】 設兩電容器並聯後兩端之電位差為 $v(t)$ ，通過 C_1 及 C_2 之電流各為 i_1 及 i_2 ，總電流為 i_T 。則由克希荷夫電流定律

$$i_T = i_1 + i_2 \quad \text{或} \quad C_e \frac{d}{dt} v(t) = C_1 \frac{d}{dt} v(t) + C_2 \frac{d}{dt} v(t) \quad \text{或} \quad C_e = C_1 + C_2$$

所以電容並聯後之等效電容等於各個電容之和。

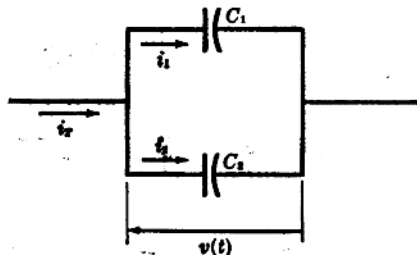


圖 1-19

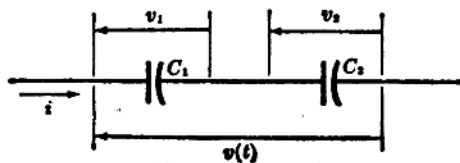


圖 1-20

1-13 如圖 1-20 求兩串聯電容 C_1 及 C_2 之等效電容 C_e 。

【解】 假設 C_1 及 C_2 串聯電路之兩端有一電位差，則此電位差若等於 C_1 及 C_2 兩電容器電位差之和，

$$\text{即} \quad -\frac{1}{C_e} \int i(t) dt = -\frac{1}{C_1} \int i(t) dt + -\frac{1}{C_2} \int i(t) dt$$

$$\text{則} \quad \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{或} \quad C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

所以電容串聯後之等效電容之倒數等於各個電容倒數之和。

1-14 通過一串聯電路之電流 $i(t)$ 如圖 1-21 所示，求各個元件兩端之電位差，並以同一時間座標軸劃出各電壓圖形。並劃出電容器上電荷 $q(t)$ 的圖形。

【解】 電阻器兩端 $v_R = Ri$ 所以 v_R 與電流函數圖形相同，唯最大值 $2(10) = 20$ 伏，

電感器兩端 $v_L = L \frac{di}{dt}$ 。

$$(1) \quad 0 < t < 1 \times 10^{-3} \text{ 秒}, \quad i = 10 \times 10^3 t, \quad v_L = (2 \times 10^{-3})(10 \times 10^3) = 20 \text{ 伏}。$$

$$(2) \quad 10^{-3} < t < 2 \times 10^{-3} \text{ 秒}, \quad i = 10 \text{ 安}, \quad \therefore v_L = (2 \times 10^{-3})(0) = 0 \text{ 伏等}。$$

電容器兩端 $v_C = \frac{1}{C} \int i dt$ 。

$$(1) \quad 0 < t < 1 \times 10^{-3} \text{ 秒}, \quad v_C = \frac{1}{500 \times 10^{-6}} \int_0^t (10 \times 10^3 t) dt = 10 \times 10^6 t^2 \text{ 伏}。$$

$$(2) \quad 10^{-3} < t < 2 \times 10^{-3} \text{ 秒}, \quad v_C = 10 + \frac{1}{500 \times 10^{-6}} \int_{10^{-3}}^t (10) dt \\ = 10 + 20 \times 10^3 (t - 10^{-3}) \text{ 伏}。$$

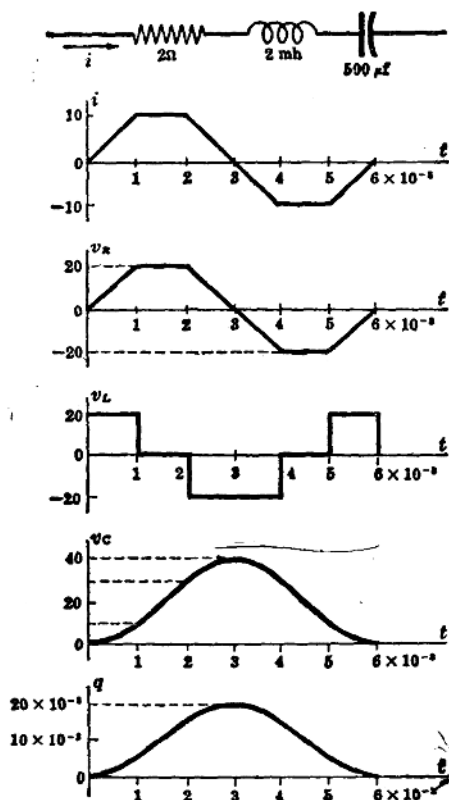


圖 1-21

$q(t)$ 之圖形，亦可由 $q = C v_C$ 之關係立刻劃出。注意，當 i 是正時 q 與 v_C 均遞增，亦即電容器上電荷與電容器兩端之電位差均遞增；當 i 是負時，則兩者均遞減。

【習 題】

- 1-1 三電阻器 R_1, R_2, R_3 串聯，外加電壓 V 。若 R_1 兩端為 20 伏， R_2 消耗功率 25 瓦， R_3 之電阻為 2 歐，通過之電流為 5 安培。求電壓 V_0 。
- 1-2 兩並聯電阻 R_1 及 R_2 之等效電阻 R_e 為 $10/3$ 歐姆。設一電流以 2 與 1 之比通過此並聯電路之兩電阻。求電阻 R_1 與 R_2 之值。
- 1-3 如圖 1-22 (a) 求此電路中四電阻之等效電阻 R_e 。
- (b) 若外加電壓 $V = 100$ 伏，那一電阻之功率最大？
- 1-4 兩定電壓電源加於如圖 1-23 之電路中。求各電源所供給電路之功率 P 。



圖 1-22