# 地 文 航 海

## 第 二 篇

航海业务长班

中国人民解放軍海軍高級专科学校

一九五九年八月

# 目　録

## 第二篇　观测船位及其准确性 ……… 1

# 第三篇 航路推算及其准确性



# 附 録

# 第二篇　观测舰位及其准确性

舰艇在航行中由于受到航海仪器、计算风压和流压等误差的影响，而使推算舰位可能存在较大的误差；要消除这一误差，最有效的措施是观测舰位。

为更好地保证舰艇航行安全，和各种兵器的战斗使用，我们不仅要掌握观测舰位的方法，而且必须进一步研究观测舰位的误差，从而提高它的准确性，以满足战斗活动的要求。例如为保证布雷的精确性、扫雷的可靠性，以及在危险海区或航道上的航行安全，都需要有准确性较高的舰位。又例如在舰艇上发射普通装药的导弹时，对舰位（发射点）的准确性要求也是较高的，根据试验得出：当舰艇使用有自控系统的导弹时，在射程为50公里处，对2平方公里的目标进行射击，如果舰位误差（中央误差）为1.1链，要消耗20发导弹，而当舰位误差在6.7链时，则需消耗110发导弹。这就要求在测定发射舰位时，必须尽一切可能来提高准确性。在航海实践中，有时还应计算出已经测得的舰位的误差范围；了解观测舰位的可能分布情况。例如在布雷时，不仅应尽可能准确地测定布雷位置，而且应算出它的误差范围，以免妨碍我方兵力今后的活动。又例如扫雷结束后，在分析扫雷带误差等工作中，也应对所测的扫雷舰位误差进行计算。

为正确地判断舰位准确性和计算舰位误差，必须掌握“误差理论基础”，在误差理论中将研究：海上观测时可能产生的误差，观测误差的特性和规律，观测误差如何转化为舰位误差；舰位误差的分布规律；以及如何消除或减少观测误差等问题。

误差理论不仅是分析舰位准确性（包括天测舰位）的工具，而且是研究航海工作、航海仪器准确性的基础。例如在分析计算航法、计算风流压、性能测定、罗经自差的测定和计算，电航仪器、无线电技术器材等的准确性时，都需要运用误差理论基础。但是误差理论在舰艇航海工作中的运用，对我军来说还是个新课题，在舰队航海实践中也还没有广泛地使用它。因

此要求我们今后在掌握误差理论知识的基础上，不断地进行研究和充实，并注意积累这方面的经验。

# 第四章　海上观测误差理论基础

## 第十七节　观测误差及其分类

由于在海上进行观测时，受到各种因素（如观测仪器、观测方法、测者感觉器官、大气折光、物标情况等等）的影响，使每次观测都不可避免地存在误差。

设 $l$ 为某观测量的"观测值"，$X$ 为该量的"真值"，则差数

$$l - X = \Delta \qquad (2.1)$$

$\Delta$ 称为"真误差"或"误差"。当观测值比真值大时，$\Delta$ 为"+"，反之为"—"。

由于每次观测都存在不可避免的误差，因此在实际工作中要测出真值是有困难的，甚至是不可能的。但是可以利用多次观测求出接近真值的算术平均值（详见第十九节），有时还可利用准确度较高的观测值当作真值。例如，用经纬仪测两物标的水平角，它的误差一般为 $\pm 0.'1$（均方误差），而用六分仪测水平角误差（均方误差）为 $\pm 2'—3'$，因此可将经纬仪所测水平角当作真值。

观测误差按其产生的规律特征可分为：粗差（或称过失误差）、系统误差和偶然误差三种。

一、粗差：

是由于观测者的疏忽、粗心或错误所产生的大误差。例如测错物标、读错读数和计算错误等。

粗差会严重地影响观测结果的质量，但它是可以避免的，我们必须把它从观测结果中查出和消除，首先应加强责任心，认真仔细地观测，此外，如果条件许可时应进行两次以上的观测，以便于发现它的存在。

二、系统误差

系统误差是存在于观测结果中的一种有规律性的误差。有的系统误差在一定的观测条件下，保持为某一固定误差，有的是按一定法则变化，例如磁罗经差的误差，在一定的航向上保持大小和符号不变。而计程仪修正量不正确所引起的航程误差，则是随着航程的增加而正比地增加。

系统误差产生的原因，主要是由于仪器本身的误差、外界误差或者观测者感觉器官的误差，这些原因一般都可以查出来，当它被查明以后，就必须采用适当的观测方法求出它的误差值，然后加入修正量将它从观测结果中消除掉，例如罗经差 $\Delta K$ 和 $\Delta \Gamma K$、计程仪修正量 $\Delta \lambda$ 等的测定，都是为了消除系统误差。此外，还可采用调整仪器的方法来消除它，例如磁罗经自差的消除、测向仪的无线电自差调整等。关于发现、检查、测定和消除系统误差的方法将在以后各章中研究。

但是，完全彻底地消除和修正系统误差是不可能的，这是因为产生系统误差的原因和条件会有某种程度的变化。这种微小的系统误差剩余值，在误差理论中是把它当成偶然误差来处理的。

三、偶然误差：

偶然误差是观测中不可避免的小误差，它在所有的观测中都会产生。在相同的观测条件下，偶然误差值的大小和符号都各不相同，但也不会超过一定的范围。

偶然误差产生的根本原因，是由于观测条件在某个限度内变化着，但又表现不显著，所以它是对观测结果无严重影响的不可避免的小误差。既然偶然误差是一切观测所不可避免的，则所谓"偶然"不能理解为这些误差在观测中可能出现也可能不出现，而是指误差出现形式（大小和符号）是偶然的。

偶然误差的大小是取决于观测者的观测能力和熟练程度、仪器、外界条件、被测的物标情况（形状、透明度）等，例如仪器的准确度有一定限度，在构造上不可能达到绝对准确，而且在观测中会受外界气温的影响，观测者视角分辨能力也是有一定限度的，在瞄准物标和读取读数时都会产生微小的误差；

其他如大气能见度的变化、波浪引起舢舨的摇摆、物标背景的变化等都会引起小误差的产生。

虽然偶然误差的产生是不可避免的，也是不能消除的，但是如果观测者经验愈丰富、观测仪器愈精密、观测物标选择得愈适当、对外界条件估計愈充分，则偶然誤差值是可以缩小的。

## 第十八节 偶然誤差的正常分佈定律(高斯定律)

在全一观测条件下，反复多次观测全一量，并消除观测结果中的粗差和系统误差，得出一列等精度的观测结果，求出这些结果的误差，就可得出一列偶然误差。如下例：

用六分仪测大公岛和灵山頂的水平角 50 次，六分仪准确度为 $0.'2$，全时用经纬仪测得水平角为 $73°16.'4$（当成真值），将各观测值修正 $C_i + S = -3'.0$ 後，与"真值"相减，得出下表所列的偶然误差值：

| 次序 | 誤差 | 次序 | 誤差 | 次序 | 誤差 | 次序 | 誤差 | 次序 | 誤差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | +0.7 | 11 | −0.2 | 21 | −1.2 | 31 | −0.5 | 41 | −0.6 |
| 2 | −0.1 | 12 | +0.5 | 22 | −0.1 | 32 | +0.4 | 42 | +0.1 |
| 3 | 0.0 | 13 | −0.9 | 23 | −0.5 | 33 | −1.0 | 43 | −0.7 |
| 4 | −0.6 | 14 | +0.3 | 24 | +0.1 | 34 | −0.1 | 44 | −0.3 |
| 5 | +0.3 | 15 | +1.0 | 25 | −0.3 | 35 | +0.6 | 45 | +0.3 |
| 6 | −0.3 | 16 | −0.2 | 26 | +0.4 | 36 | +0.2 | 46 | −0.2 |
| 7 | +0.1 | 17 | +0.4 | 27 | +0.7 | 37 | −0.4 | 47 | +0.5 |
| 8 | −0.5 | 18 | −0.4 | 28 | +0.2 | 38 | +0.8 | 48 | +0.1 |
| 9 | −0.2 | 19 | 0.0 | 29 | −0.1 | 39 | +0.4 | 49 | +0.9 |
| 10 | −0.7 | 20 | −0.8 | 30 | +0.6 | 40 | −0.4 | 50 | −0.1 |

初看这一列观测的偶然误差，无论是按误差的绝对值，或

性误差的符号都看不出有任何规律。

我们知道偶然现象的出现虽然有它自己特定的原因，但是它始终是服从於事物内部的规律的。误差理论就是一门研究观测误差偶然现象的一门科学，它透过偶然误差出现的偶然性，揭示出它们内在的严格的必然性和规律性，从而研究在实践中如何运用这些规律去限制和缩小偶然误差的影响，以达到提高观测准确性的目的。

经过试验证明：如果进行无数次观测，就能发现偶然误差的规律性，即每一列等精度观测的偶然误差都具有下列特性：

1. 误差绝对值不超过一定限度；
2. 绝对值相等的正误差和负误差出现的次数相等；
3. 绝对值小的误差比大误差出现的数目多；
4. 误差的算术平均值随着观测次数的增加，而无限趋近於零，即

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \cdots\cdots + \Delta_n}{n} = 0$$

如果将上述测水平角的误差值加以整理，也可以看出它们具有以上特性。在误差理论中不研究每一个别误差的出现，而是研究在一定范围内误差的出现，所以在整理时取误差范围为0.'2。

| 误差间隔 | 出现次数 | 出现次数佔总次数的百分比 |
|---|---|---|
| +1.'0 —— +0.'8 | 2 | 4% |
| +0.'8 —— +0.'6 | 3 | 6% |
| +0.'6 —— +0.'4 | 4 | 8% |
| +0.'4 —— +0.'2 | 7 | 14% |
| +0.'2 —— 0.'0 | 8 | 16% |
| 0.0 —— −0.'2 | 9 | 18% |
| −0.'2 —— −0.'4 | 6 | 12% |
| −0.'4 —— −0.'6 | 5 | 10% |
| −0.'6 —— −0.'8 | 3 | 6% |
| −0.'8 —— −1.'0 | 2 | 4% |
| −1.'0 —— −1.'2 | 1 | 2% |

由上表可以看出：误差最大值为－1′.2，而且误差愈小出现的次数愈多．误差绝对值相等符号相反的误差出现次数大致相仝。因此这一列偶然误差符合於上述偶然误差的特性。为了明显起见，将上述误差分布用图表示如图2.1。

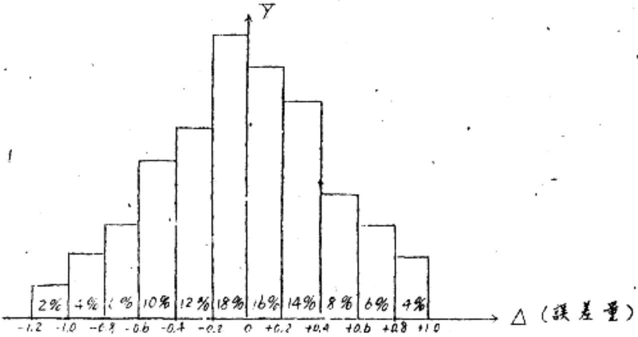


图 2.1

如果观测仪器愈精密，观测次数无限增多，则误差间隔就无限缩小。上述误差分布图形就会成为一条平滑曲线，如图2.2。

误差在误差间隔$d\Delta$中出现的或然率可以用下式表示：

$$P_{d\Delta}=f(\Delta)\,d\Delta \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2.2)$$

式中：

$P_{d\Delta}$——误差在$d\Delta$间隔中出现的或然率。

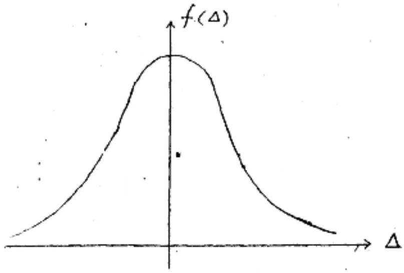


图 2.2

$f(\Delta)$——误差或然率分布密度，根据偶然误差特性可以看出它是误差Δ的函数，即Δ愈大则分布密度愈小。

$d\Delta$ —— 误差间隔

德国数学家高斯第一个用数学形式表示 $f(\Delta)$，故称"高斯定律"，即：

$$f(\Delta)=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\,e^{-h^2\Delta^2}$$

或：

$$P_{d\Delta}=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\,e^{-h^2\Delta^2}\cdot d\Delta \quad\cdots\cdots(2.3)$$ (见附录一)

式中：

$e$ —— 自然对数的底；

$h$ —— 观测列的准确度。如以 $h=1$ 和 $h=2$ 代入上式，即可得出两条曲线，它们的形状大致相仝，但陡平程度不一样，如图2.3。$h$ 愈大，曲线愈陡，数值较小的误差分佈愈密，即出现次数愈多，表示观测质量愈好。所以 $h$ 可作为评定观测准确性的标准。

但在实际工作中，求得 $h$ 值是比较困难的，因此不采用 $h$ 作标准，而是用另外一些便於测得而且和 $h$ 有一定关係的标准，如"均方误差"、"中央误差""平均误差"等，航海上一般采用"均方误差"作判断观测结果准确性的标准。

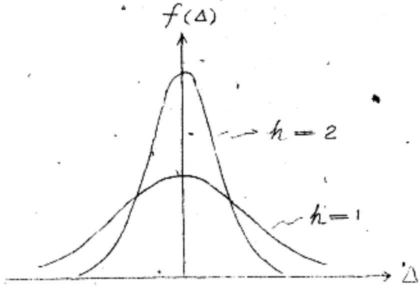


图 2.3

## 第十九节　观测结果准确性的评定

### 一、均方误差（$\varepsilon$）

将对仝一物标进行多次观测的真误差求出，取它们的平方和，除以观测次数，再开方，所得的值称"均方误差"，或称"平均平方误差"。即

$$\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\Delta_3^2+\cdots\cdots+\Delta_n^2}{n}}$$

或 $$\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.4)$$

式中：〔 〕为高斯符号，表示总和的意思。双重符号表示误差为"+"为"—"的可能性相仝。

我们在上节提到：$h$愈大，数值小的误差出现密度愈大，则由公式（2.4）所計标得的均方误差$\varepsilon$就愈小，因此可将均方误差作为評定观测准确性的标准。根据数学証明，均方误差$\varepsilon$和$h$的关係式如下：

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot h} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.5)$$

经数学証明得出：

误差在均方误差（$\pm\varepsilon$）范围内出现的或然率为68.3%，

误差在两倍均方误差（$\pm 2\varepsilon$）范围内出现的或然率为95.4%；

误差在三倍均方误差（$\pm 3\varepsilon$）范围内出现的或然率为99.7%。

以上结論說明：在观测中小於或等於均方误差的偶然误差，在100次观测中大约出现68次；比均方误差大的偶然误差大约出现32次。而大於三倍均方误差的偶然误差，在1000次观测中大约只出现3次，可以說几乎不可能出现，因此一般取3倍均方误差作为"极限误差"。有时也取2倍均方误差为极限误差。

当观测中出现大於极限误差的误差时，就应检查观测结果可能存在粗差或较大的系统误差。

二、其他各种評定观测准确性的标准

1. 中央误差：

将误差按绝对值增加或减少的次序排列，位於中间的误差就是中央误差。火砲和鱼雷射击学中是以它作为准确性評定标准的。

〔例〕：一列观测誤差整理後排列如下：

$|0.7|$、$|0.7|$、$|0.8|$、$|0.9|$、$\underline{|1.0|}$、$|1.1|$、$|1.2|$、$|1.4|$、$|1.6|$。

则中央誤差为 1.0 。

中央誤差和 $h$ 的关係：

$$中央誤差 = 0.4767\frac{1}{h}$$

它与均方誤差的关係为

$$均方誤差\ \varepsilon = 1.4826\,中央誤差 \approx \frac{3}{2}\,中央誤差 \quad\cdots\cdots\ (2.6)$$

2．平均誤差

是取绝对誤差的平均值，即

$$\frac{|\Delta_1| + |\Delta_2| + \cdots\cdots + |\Delta_n|}{n} = 平均誤差$$

它和 $h$ 的关係为：

$$平均誤差 = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}$$

它和 $\varepsilon$ 的关係为：

$$\varepsilon = 1.2533\ 平均誤差 \doteq \frac{5}{4}\,平均誤差。$$

航海上为什么采用均方誤差作为观测准确性評定标准？

这主要是根据海上观测的特点来确定的。如果观测次数很多，从理論和实践都可以証明，无論采用那一种評定标准，都具有全等效果。但在航海实践中，观测次数通常是不多的，一般在陸测船位时一条船位线只由一次观测得出，天文航海中测天体高度也不过是 3—5 次。当观测次数不多时，均方誤差是最能反映在一列誤差中大誤差的影响。由下例即能明显地說明用均方誤差評定观测准确性的优点。

設在两組观测中，各組的偶然誤差如下：

第一組： $+3$、$-4$、$-3$、$+4$、$-5$、$-2$、$+3$、$+3$、$-4$、$+5$；

$$[\Delta^2] = 138 \qquad\qquad [|\Delta|] = 36$$

打字有差（主公式找）

第二组： -1、0、+12、0、-1、-10、+1、0、+1、-10，

$$[\Delta^2] = 348 \qquad [|\Delta|] = 36$$

直接比较两组误差，就可以看出第二组观测的质量是很差的，因为其中某些误差值相当大，如果用平均误差来評定，即两组的平均误差相等，全为 $\frac{36}{10} = 3.6$，表示两组观测的准确性是一样的，这显然是不正确的。如果用均方误差来評定，計标结果如下：

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{138}{10}} = \pm 3.7; \qquad \varepsilon_2 = \sqrt{\frac{348}{10}} = \pm 5.9.$$

由此可见用均方误差能明显地反映出第一组观测准确性比第二组观测好。

三、求观测均方误差的实用公式（白塞尔公式）

在实际观测中，由於真值不知道，真误差 $\Delta$ 也不能求得，所以不能用公式（2.4）求均方误差，但可以用观测值的称术平均值代替真值，然后求得均方误差。

求称术平均值（又称最或是值）的公式如下：

$$L_0 = \frac{l_1 + l_2 + \cdots\cdots + l_n}{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.7)$$

式中： $L_0$ —— 称术平均值；

$l_1$、$l_2$、……$l_n$ —— 各次的观测值；

令 $V_1 = l_1 - L_0$

$V_2 = l_2 - L_0$

……………

$V_n = L_n - L_0$

式中： $V$ —— 称"最或是误差"

经数学証明：求均方误差的公式如下：

$$\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{V_1^2 + V_2^2 + \cdots\cdots + V_n^2}{n-1}} = \pm\sqrt{\frac{[V^2]}{n-1}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2.8)$$

这一重要公式是白塞尔第一个求出的，故又称为"白塞尔公式"（见附録二）

根据实际試验証明：当进行不多次数的观测，就可以利用

上式来求出均方误差，一般在 10 — 15 次观测就能求得相当稳定的均方误差，即次数再增加所求得的均方误差值变化极小。为了计算方便，测定均方误差时一般可取 11 次观测。

〔例〕：用磁罗经测大公岛灯塔 11 次，观测值如下表所列，求观测均方误差。

| 次序 | 观测值 $l_i$ | 最或是误差 $V_i$ | $V_i^2$ | 次序 | 观测值 $l_i$ | 最或是误差 $V_i$ | $V_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 172°.5 | 0.0 | 0.0 | 7 | 173°.5 | +1°.0 | 1.0 |
| 2 | 173°.0 | +0.5 | 0.25 | 8 | 171°.5 | −1°.0 | 1.0 |
| 3 | 172°.0 | −0.5 | 0.25 | 9 | 172°.5 | 0.0 | 0.0 |
| 4 | 173°.5 | +1°.5 | 2.25 | 10 | 173°.0 | +0.5 | 0.25 |
| 5 | 171°.5 | −1°.0 | 1.0 | 11 | 172°.5 | 0.0 | 0.0 |
| 6 | 172°.0 | −0°.5 | 0.25 | | $L_0=172°.5$ | | $[V^2]=6.25$ |

$$\varepsilon_n = \sqrt{\frac{6.25}{11-1}} = \sqrt{\frac{6.25}{10}} = \sqrt{0.63} = \pm 0^\circ.8$$

为了简便，計算中的平方和开方值，可查講义最后的"平方表"。

## 第二十节　均方误差的合成定理

在航海工作中，有很多观测值是用间接的方法求得的，例如用六分仪测物标距离，是测得物标的垂直角，然后根据垂直角和物标高用公式求得物标距离。又例如航速的测定是根据时间和航程的测定，间接求得航速，如果上述直接观测中的均方误差为已知，根据这一定理就可求得间接观测值的均方误差。也就是这一定理能解决：如何根据独立观测量的均方误差，求該观测量函数的均方误差。这对今后在分析任何航海问题的准确性时，有着重要的实践意义。

下面分别討论各种形式函数的均方误差：

一、函数 $y=k\cdot x$ 的均方误差

$$\varepsilon_y = k\cdot\varepsilon_x \qquad\cdots\cdots\qquad (2\text{-}9)$$

〔証明〕 設 $\Delta x$ 为独立观测量 $x$ 的真误差，

$\Delta y$ 为該观测量函数 $y$ 的真誤差。

当 $y=k\cdot x$

则 $y+\Delta y = k(x+\Delta x)$

於是 $\Delta y = k\cdot\Delta x$

設 $x$ 由 $n$ 次观测求得，則有：

$$\Delta y_1 = k\,\Delta x_1$$
$$\Delta y_2 = k\,\Delta x_2$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\Delta y_n = k\cdot\Delta x_n$$

根据均方誤差的定义，将各式平方后相加，两端全除以 $n$，得：

$$\frac{\Delta y_1^2+\Delta y_2^2+\cdots\cdots+\Delta y_n^2}{n} = k^2\frac{\Delta x_1^2+\Delta x_2^2+\cdots\cdots+\Delta x_n^2}{n}$$

即： $\varepsilon_y^2 = k^2\,\varepsilon_x^2$

或 $\varepsilon_y = k\cdot\varepsilon_x$

二、函数 $z=x\pm y$ 的均方誤差

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_z^2 &= \varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2\\ \text{或}\quad \varepsilon_z &= \sqrt{\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2}\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots\qquad(2\text{-}10)$$

〔証明〕

設 $\Delta x$、$\Delta y$ 分别为独立观测量 $x$、$y$ 的真誤差，$\Delta z$ 为該观测量函数 $z$ 的真误差。

$$z+\Delta z = (x+\Delta x)\pm(y+\Delta y)$$

则 $\Delta z = \Delta x \pm \Delta y$

設 $x$ 为 $m$ 次观测求得的，$y$ 为 $n$ 次观测求得，则有 $m\cdot n$ 个关係式如下：

$\Delta Z_{1\cdot1}=\Delta x_1\pm\Delta y_1$, $\Delta Z_{1\cdot2}=\Delta x_1\pm\Delta y_2$, ……; $\Delta Z_{1\cdot n}=\Delta x_1\pm\Delta y_n$;
$\Delta Z_{2\cdot1}=\Delta x_2\pm\Delta y_1$; $\Delta Z_{2\cdot2}=\Delta x_2\pm\Delta y_2$; ……, $\Delta Z_{2\cdot n}=\Delta x_2\pm\Delta y_n$;
…………………………………………………………………,
$\Delta Z_{m\cdot1}=\Delta x_m\pm\Delta y_1$, $\Delta Z_{m\cdot2}=\Delta x_m\pm\Delta y_2$, ……; $\Delta Z_{m\cdot n}=\Delta x_m\pm\Delta y_n$;

将以上各式两端平方，然后相加，得：

$$[\Delta Z^2]=[\Delta X^2]\cdot n\pm2[\Delta X]\Delta y_1\pm2[\Delta X]\Delta y_2\pm\cdots\cdots\pm$$
$$\pm2[\Delta X]\Delta y_n+[\Delta y^2]m$$

或：$$[\Delta Z^2]=[\Delta X^2]n\pm2[\Delta X][\Delta y]+[\Delta y^2]m$$

两端全除以 $m\cdot n$，得：

$$\frac{[\Delta Z^2]}{m\cdot n}=\frac{[\Delta X^2]}{m}+2\frac{[\Delta X]}{m}\cdot\frac{[\Delta y]}{n}+\frac{[\Delta y^2]}{n}$$

根据偶然误差第四特性，当 $m$ 和 $n$ 相当大时，误差的新术平均值等於零，即：

$$2\frac{[\Delta X]}{m}\cdot\frac{[\Delta y]}{n}=0$$

则：$$\frac{[\Delta Z^2]}{m\cdot n}=\frac{[\Delta X^2]}{m}+\frac{[\Delta y^2]}{n}$$

即 $$\varepsilon_z^2=\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2$$

〔例〕：用电罗经观测方位时，真方位是按下式求得：

$$u\Pi=K\Pi+\Delta\Gamma K$$

式中 $K\Pi$ 和 $\Delta\Gamma K$ 都是独立观测量，如果它们的均方误差为已知，则可求得 $u\Pi$ 的均方误差：

$$\varepsilon_{u\Pi}^2=\varepsilon_{K\Pi}^2+\varepsilon_{\Delta\Gamma K}^2$$

或 $$\varepsilon_{u\Pi}=\sqrt{\varepsilon_{K\Pi}^2+\varepsilon_{\Delta\Gamma K}^2}$$

三、函数 $Z=x_1\pm x_2\pm\cdots\cdots\pm x_n$ 的均方误差

$$\varepsilon_z^2=\varepsilon_{x1}^2+\varepsilon_{x2}^2+\cdots\cdots+\varepsilon_{xn}^2$$

或 $$\varepsilon_z=\sqrt{\varepsilon_{x1}^2+\varepsilon_{x2}^2+\cdots\cdots+\varepsilon_{xn}^2}\quad\cdots\cdots(2.11)$$

〔証明〕

設有三个独立观测量 $x_1$、$x_2$、$x_3$，它们的均方误差分别

地文航海（业务长班）

为 $\varepsilon_{x1}$、$\varepsilon_{x2}$、$\varepsilon_{x3}$。

$$Z = x_1 \pm x_2 \pm x_3$$

可写成： $Z = (x_1 \pm x_2) \pm x_3$

根据（2.11）式得

$$\varepsilon_z^2 = (\varepsilon_{x1+x2})^2 + \varepsilon_{x3}^2$$

式中： $(\varepsilon_{x1+x2})^2 = \varepsilon_{x1}^2 + \varepsilon_{x2}^2$

代入上式得：

$$\varepsilon_z^2 = \varepsilon_{x1}^2 + \varepsilon_{x2}^2 + \varepsilon_{x3}^2$$

按全法即可求得：

$$\varepsilon_z^2 = \varepsilon_{x1}^2 + \varepsilon_{x2}^2 + \cdots\cdots + \varepsilon_{xn}^2$$

［例］已知求风中航跡的公式为：

$$\Pi g = ИK \pm \alpha = KK + \Delta K \pm \alpha$$

如果罗经航向 $KK$ 的均方误差 $\varepsilon_{KK}$、罗经差 $\Delta K$ 的均方误差 $\varepsilon_{\Delta K}$、風压差角 $\alpha$ 的均方误差为 $\varepsilon_\alpha$ 等为已知，则可求得，风中航跡 $\Pi g$ 的均方误差 $\varepsilon_{\Pi g}$ 为：

$$\varepsilon_{\Pi g} = \sqrt{\varepsilon_{KK}^2 + \varepsilon_{\Delta K}^2 + \varepsilon_\alpha^2}$$

［推论］由数个独立因素合时影响所產生的均方誤差的平方，等於各独立因素均方誤差的平方和，即

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \cdots\cdots + \varepsilon_n^2 \quad \cdots\cdots（2.12）$$

事实上，在这种情形下，真誤差是各个独立因素真誤差的代数和，即 $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \cdots\cdots + \Delta_n$，因而它的均方誤差与公式（2.11）相仝。

［例］：标在海图上的观测船位的误差，是决定於观测误差所引起的船位误差和标图誤差所引起的船位误差。如果由於观测中存在偶然誤差所引起的船位均方誤差为 $\varepsilon_\mu$，标图誤差所引起的船位均方誤差为 $\varepsilon_u$，则这些誤差的合併影响可根据公式（2.12）求得：

$$\varepsilon_0^2 = \varepsilon_\mu^2 + \varepsilon_u^2$$

或

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\varepsilon_\mu^2 + \varepsilon_u^2}$$