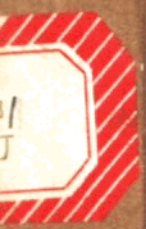


224952

精密机床与精密加工



上海市科学技术編譯館



齒輪磨床的運動誤差對產品齒距精度的影響

〔苏联〕 A. B. Мачигидзе

按范成法工作的齒輪磨床可分為以下兩類：

1. 分度機構與范成機構相互獨立的磨床(有分度盤及范成鼓或凸輪等)；

2. 分度機構與范成機構相互聯系的磨床(用研磨蝸杆加工的 5A833 型及用錐形砂輪加工的 584 型、5831 型等)。

在第一類磨床里，被磨齒輪的齒距誤差與齒形誤差之間沒有關係；在第二類磨床里，齒距誤差決定於齒形誤差。本文將研究第二類磨床的循環誤差與齒距誤差之間的關係。

確定周節的最大偏差

運動誤差轉移到齒形誤差的示意圖，見圖 1a。曲線 1 表示台面帶着工件旋轉時范成運動系統的誤差，曲線 2 表示被磨齒輪的理論齒形，曲線 3 表示由干磨床運動誤差造成的實際齒形。符號 φ_k 表示漸開線的最終展開角度。

在每一個齒形的形成過程中，會產生波紋，這些波紋是由工件旋轉角度為 φ_k 範圍內范成系統的循環誤差所造成，如圖 1a 所示。由圖也可看到，齒形的波紋導致齒距產生誤差。

齒形誤差的確定方法見文獻〔1〕，該文指出，循環誤差可以完全轉移到齒形上(圖 1a)，或者部分轉移到齒形上(在以漸開線的切線為輪廓情況下，圖 1b)。這些切線間的夾角等於循環誤差的周期 Δp 。第一種情況發生在

$$\gamma < \frac{\varphi \theta^2}{2 - \theta^2}$$

式中 γ ——循環誤差的角幅度，而 θ 角決定於等式

$$\theta = \varphi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta p}{\varphi}} \right)$$

這時齒形誤差的周期分量可按下式確定

$$\Delta f_n = r_0 \gamma$$

在第二種情況下，

$$\gamma > \frac{\varphi \theta^2}{2 - \theta^2}$$

Δf_n 值等於

$$\Delta f_n = r_0 \frac{\varphi \theta^2}{2 - \theta^2}$$

齒形誤差的完整公式載於上述文獻。

通常認為，循環誤差具有正弦性質，並且由於在第一種情況下循環誤差完全轉移到齒形上，沒有顯著變化，因此可以假定：齒形誤差也表現為正弦性質，是展開角的正弦函數。

在第二種情況下，循環誤差轉移到以切線為輪廓的齒形上，這時齒形誤差依然可認為按正弦變化，但是誤差的幅度隨着齒根向齒頂而增加。由於齒距總在接近節圓的某一個齒圓的中間圓周上測量，因此可以認為，這時波紋的幅度保持不變，並且等於節圓附近齒形誤差周期分量 Δf_n 的一半。

根據上述假定，齒距對名義值的偏差可看作兩條有相位差的正弦曲線的縱坐標之差。相鄰齒正弦

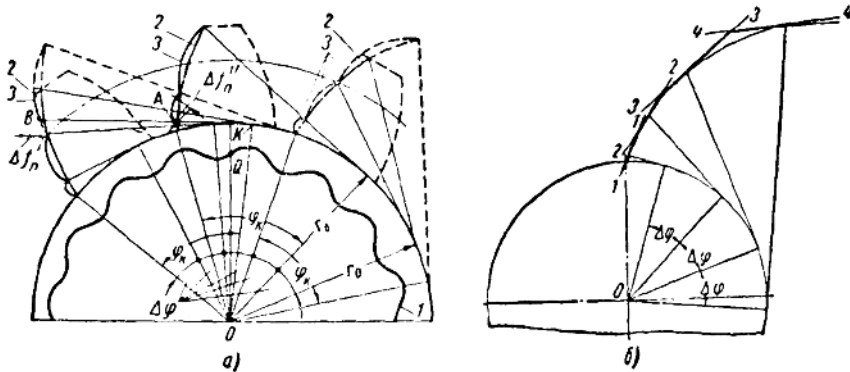


圖 1

曲线的相位差决定于 $\frac{n}{z}$, n 是磨床台面旋转一圈时循环误差的波形数量, z 是被加工齿轮的齿数。这时正弦曲线的相位差角为 $\frac{2\pi n}{z}$ 。

正弦曲线的相位差为上述数值时 (图 2), 每个牙齿的齿形波纹可用下式概括地表示:

$$y = \frac{\Delta f_n}{2} \sin\left(x + k \frac{2\pi n}{z}\right) \quad (1)$$

式中 x ——角变量, 在 0 至 2π 范围内变化;

k ——所研究齿形间的角齿距数量, 在 0 至 $z-1$ 范围内变化。

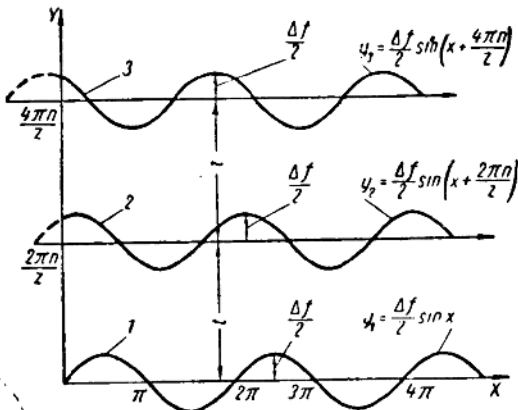


图 2

齿距对平均值的偏差 Δt 决定于相邻齿形正弦曲线纵坐标之差 ($k_1=0, k_2=1$):

$$\Delta t = \frac{\Delta f_n}{2} \left[\sin\left(x + \frac{2\pi n}{z}\right) - \sin x \right]$$

经演算后得

$$\Delta t = \Delta f_n \sin \frac{\pi n}{z} \cos\left(x + \frac{\pi n}{z}\right)$$

$\cos\left(x + \frac{\pi n}{z}\right)$ 值的变化范围为 ± 1 。 Δt 的最大值发生在

$$\cos\left(x + \frac{\pi n}{z}\right) = \pm 1$$

$$\Delta t_{\max} = \pm \Delta f_n \sin \frac{\pi n}{z} \quad (2)$$

由于周节通常沿圆弧测量, 而齿形偏差却按法向测定, 因此必须对 Δf_n 值乘以 λ 角的余弦, λ 是 KM 弦与 KB 法线间的夹角 (图 3)。

在 OKM 三角形内

$$\lambda = \alpha_0 - \frac{\pi}{z}$$

式中 α_0 ——齿轮原始齿条的齿形角。

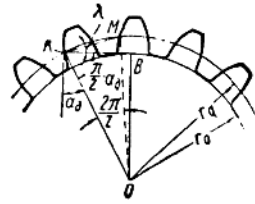


图 3

这样, 周节的最大偏差为

$$\Delta t_{\max} = \pm \Delta f_n \sin \frac{\pi n}{z} \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{z}\right) \quad (3)$$

由该式可见, 在 $\frac{n}{z} = p$ 时齿距的偏差将为最小 (p ——整数); 在 $\frac{n}{z} = \frac{1}{2}p$ 时, 偏差最大。

这样, 由循环误差引起的齿距偏差将在以下范围内变化:

$$\pm \Delta f_n \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{z}\right)$$

在按范成法加工的磨床上磨齿时, 研磨蜗杆旋转一圈 (5A833 型磨床) 或者导程螺杆旋转一转 (584 M 型磨床) 的循环误差, 并不影响周节的精度, 因为这时转移到牙齿上的循环误差, 没有相位差。

由分度系统蜗杆旋转一圈所引起的循环误差, 只有在分度齿轮的齿数与工件的齿数不成倍数时才会对齿距产生影响, 因为这时相邻齿形的正弦曲线有相位差。周节的偏差值随被磨齿轮齿数的变化可用下面例子来说明: 磨床循环误差的幅度 0.03 毫米, 由此引起齿形误差的周期分量为 0.02 毫米, 磨床分度齿轮的齿数 $z_0 = 80$, 如果被磨齿轮的直径相同而齿数分别为 $z = 32, z = 36, z = 40$, 根据式 (3) 齿距对平均值的最大偏差将分别为 0.019 毫米、0.012 毫米及零。

确定相邻周节的最大差值

相邻齿距的差值决定于它们对平均值的偏差:

$$\delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2 \quad (4)$$

由正弦曲线 1~2 及 2~3 (图 2) 决定的齿距偏差为 $\Delta t_1 = y_2 - y_1$ 及 $\Delta t_2 = y_3 - y_2$ 。

代入式 (4) 后得

$$\delta t = 2y_2 - y_1 - y_3 \quad (5)$$

将 y_1, y_2 及 y_3 值代入 (5) 式后得

$$\delta t = \Delta f_n \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{z}\right) \left[\sin\left(x + \frac{2\pi n}{z}\right) - \sin x - \sin\left(x + 2 \frac{2\pi n}{z}\right) \right]$$

解方程式后得

$$\delta_{ct} = 2 \Delta f_n \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{2}\right) \sin^2 \frac{\pi n}{z} \sin\left(x + \frac{2\pi n}{z}\right) \quad (6)$$

δ_{ct} 的最大值发生在

$$\sin\left(x + \frac{2\pi n}{z}\right) = \pm 1$$

即

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi n}{z}$$

并等于

$$(\delta_{ct})_{\max} = 2 \Delta f_n \sin^2 \frac{\pi n}{z} \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (7)$$

在文献[2]内载有相邻周节最大差值的如下计算公式:

$$\delta_{ct} = 2 \Delta a_n \sin^2 \frac{\pi n}{z} \quad (8)$$

式中 Δa_n —— 循环误差的双倍幅度。

等式(8)只有在循环误差完全转移到工件时才是正确的,也就是转移时误差没有减少。如果转移时误差发生减少,等式(8)是不适用的,因为计算时误差将达到显著数值。例如在前面的例子内,齿轮直径相同而齿数分别为32、36及40,按式(7)计算的相邻周节差最大值将分别等于0.038毫米、0.015毫米及零;在按式(8)计算时,则为0.06毫米、0.024毫米及零。

循环误差对被磨齿轮基节的影响

齿轮基节按啮合线方向测量。现在来考虑误差如何沿啮合线转移到两个相邻齿形上。由图1a可见,在形成位于啮合线KB及两个相邻牙齿上的A和B点时,都由磨床运动误差曲线上的同一点Q发生影响。在循环误差转移不发生变化情况下,基节的偏差将等于零,因为此时 $\Delta f'_n = \Delta f''_n$ 。在误差转移有减少情况下,基节与绝对值的偏差将等于 $\Delta f'_n - \Delta f''_n$,因为这时波形的幅度随着齿根向齿顶而增加。

这样,稳定的循环误差(其特点为对于分度齿轮有固定的相对位置)在检验基节时将不会出现,或者

只是部分出现。为了证实这点,在循环误差幅度为0.01毫米的磨床上(在被磨齿轮半径上),曾经精确地磨过几个齿轮。检验结果表明,在齿形误差等于0.01毫米、周节有显著不准确情况下,基节的偏差没有超过2~3微米。

结论

1. 转移到工件上的磨床运动系统的循环误差,在检验被磨齿轮的周节时并非总是完全出现。误差出现的程度决定于比值 $\frac{n}{z}$ 。因此,为了确定运动误差数值必须直接检查磨床的运动系统。

2. 由范成系统循环误差引起的被磨齿轮基节及周节与绝对值的最大可能偏差,不会超过齿形误差周期分量的最大值。

3. 被磨齿轮的基节变化并不说明磨床的运动精度;它们的偏差主要是由磨床的循环误差造成,而是由于其他因素(砂粒磨损、热变形等)。

4. 根据磨过齿轮误差的测量结果,可以确定引起该误差的传动系统的零件;可是为此必须检验齿形,因为齿形比基节及周节误差更能全面地说明磨床的运动精度。

参考文献

- [1] Мачитидзе А. В. Влияние циклической погрешности зубошлифовального станка на точность профиля зубьев колеса. «Станки и инструмент», 1961, № 10.
- [2] Левашов А. В. Контроль зубообрабатывающих станков по точности шага. «Станки и инструмент», 1957, № 9.

(余顺真译自《Станки и инструмент》, No.12, 1962, 周康钜校)

大型齒輪的精度測量

(日本) 石川二郎 林 輝

前 言

日本造船工業協會在 1956 年就設立了船用減速器齒輪的研究委員會。該委員會直到目前尚在进行齒輪的設計、製造及精度測量等問題的研究，筆者等作為該會委員參加了這項工作。在學術界、官方以及造船工業協會的多數委員的建議下擔任了試制船用減速裝置所採用的大型齒輪的精度試驗儀的工作，因此，把其成果作一報告，有利於提高日本的齒輪的精度。

目前 10 萬噸級的大型船舶上的渦輪減速齒輪，其傳動功率將接近 3 萬馬力，因此直接連接在推進器上的大型齒輪直徑達 4.8 米，全齒寬度約為 1.5 米。這種齒輪的周速接近 100 米/秒，此外，為使傳動強度增大及把噪聲減到最小（一般為 100 分貝左右）程度，不但要求尺寸大，並且在精度上必須達到尺寸誤差只有幾微米的高精度。這樣就必須有測量這種精度的測量儀，但過去一般外國出品的測量儀在靈敏度方面比較低，不能滿足最近製造技術進一步發展的要求。一般測量中型以下的齒輪時，是把齒輪安裝在測量儀上進行的，但象船用減速器這樣的大型齒輪，就不可能再用同樣的方法了，因為在經濟上是不合理的，因此必須考慮採用具有特殊結構和原理的測量儀，但這也是阻礙大型齒輪測量儀發展的最大原因。

筆者考慮了幾種精度測量儀的試制方案，根據分析結果證明，齒形及擺動的測量儀已在很多造船廠里使用。隨着對齒輪的精度的進一步控制，就有可能提高齒輪精度。

齒形的測量

1. 大型齒輪齒形的測量

以往都是把測量儀裝在齒輪上，測量是利用根據所要求的精度而製成的齒形樣板進行比較、用 $x-y$ 坐標讀出齒形的方法，由於大型齒輪的齒數較多，考慮到齒形與齒條接近，以測量基準直線與齒形偏差的方法以及作為基圓板一部分的扇形零件裝在齒輪上，比較其基圓的漸開線的方法等進行測量的，但筆

者等採用的會田氏方法是記錄沿軸向的任意橫斷面上連續的齒形誤差來進行測量的，這種方法還可求出對着左右齒面的中心線的非對稱誤差，因此可設計成結構極其簡單的測量儀。

其原理如圖 1 所示，擬測量的橫斷面內的漸開線齒形與在節點上以曲率半徑為半徑的圓（中心 R ，半徑 $\rho = \gamma_g \cdot \tan \alpha_g$ ）很近，齒數在 200 以上時可以獲得極高的近似度，很明顯，沒有必要修正。

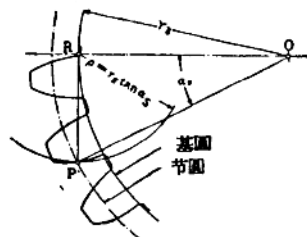


圖 1 會田氏齒形測量法的原理

圖 2 所示即為根據上述原理設計的測量儀。利用齒輪的端面安裝測量儀，即利用內徑千分尺，固定在基圓上裝有精密滾珠軸承的 R 點。以此軸承為支點鋼管作擺狀搖擺，使其長度等於 $\gamma_g \cdot \tan \alpha_g$ 。減低同步電動機的轉速，作為齒條直線運動使擺作緩慢、且一定的速度向前移動時，可把從齒根到齒頂的齒形連續地記錄下來。此外，如果齒輪轉過 180 度，就可測出逆齒面，因此，就不會有誤測齒形之虞。

圖 3 所示為測頭的結構。藍寶石觸針的動作，使得十字彈簧作為支點的電容器活動極板移動，因此，可以檢測出電容器的容量變化。在測量頭接觸齒面的狀態下，利用刻度指示儀和微動螺釘改變間隙，來進行靈敏度的修正及調節。放大倍數可達 1,000 倍，而測量壓力只有 5 克以下，因此可以把它裝在管子的端部。

圖 4 及圖 5 所示為測量儀及測量頭，圖 6 為其測量結果示例，同一齒形作了 2 次記錄，但彼此很一致，因此達到了預期的效果。

2. 測量儀的安裝誤差對測量結果的影響

(1) 在基圓半徑上誤差 $\Delta \gamma_g$ 時引起的誤差 ϵ_1 ，根據圖 7，則 $\epsilon_1 \approx \Delta \gamma_g \cdot \sin \theta \approx \Delta \gamma_g \cdot h / \rho$

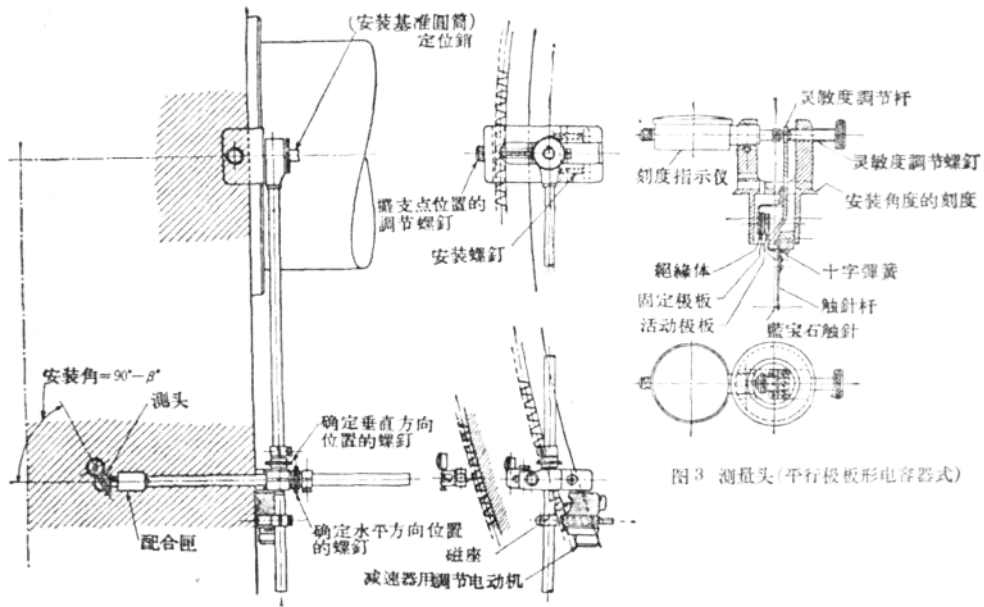


图2 大型内齿轮用齿形测量仪

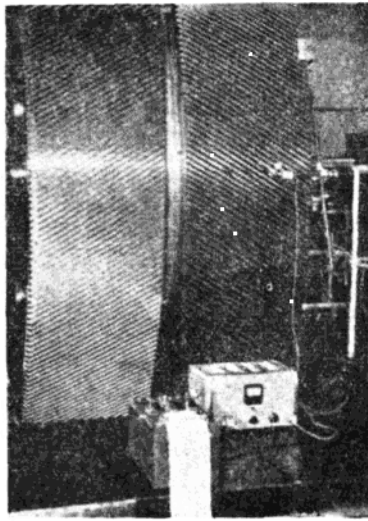


图4 船用大型人字齿轮与齿形测量仪

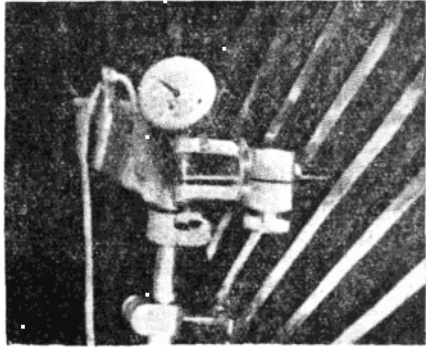


图5 测量头照片

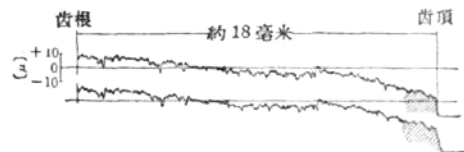


图6 大型人字齿轮的齿形记录

举 $z=445, m=8, \alpha_0=15^\circ, \beta_0=30^\circ$ 的例子进行计算时即可得出:

$$\Delta y_0 \pm 1 \text{ 毫米} \quad \pm 2 \text{ 毫米}$$

$$\epsilon_1 \pm 12 \text{ 微米} \quad \pm 24 \text{ 微米}$$

因此, 实测值很一致。

(2) 摆的长度误差 $\Delta \rho$ 引起的误差 ϵ_2 根据图 8, 则

$$\epsilon_2 \approx \Delta \rho (1 - \cos \theta) \approx \Delta \rho \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\rho} \right)^2$$

按前述例子计算时, 当 $\Delta \rho = \pm 30$ 毫米

$\epsilon_2 = \pm 2.5$ 微米, 因此 ρ 的长度与管子上的刻度很一致。

(3) 测量头的移动平面与垂直于轴线的平面成 θ_1 角度的误差

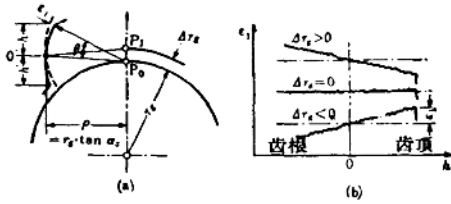


图7 基圆半径误差 Δr_g 对齿形测量的影响

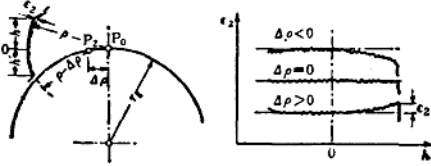


图8 摆的长度(节距点上的曲率半径) $\Delta \rho$ 对齿形测量的影响

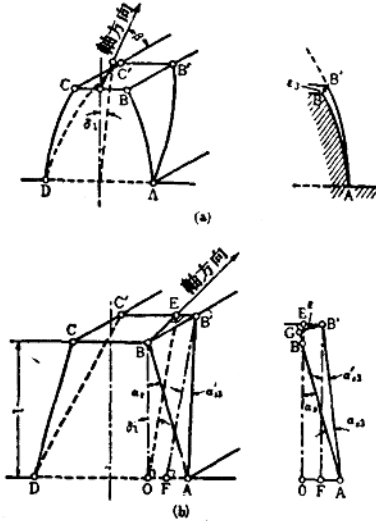


图9 测量头运动的平面与垂直于轴线的平面倾斜成 δ_1 角时,对齿形测量的影响

图9所示测量头移动 AB' 距离时,就可使齿形与齿条近于相等,即可得出下式。

$$\Delta \alpha_{23} = \alpha'_{23} - \alpha_1 = -\cos^2 \alpha_1 \cdot \tan \beta \cdot \delta_1$$

$$\alpha_0 = 14.5^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \Delta \alpha_{23} = -0.53 \delta_1$$

$$\alpha_0 = 20^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \Delta \alpha_{23} = 0.49 \delta_1$$

由此可见,由 δ_1 引起的压力角误差约为 $\frac{1}{2} \delta_1$,

因此以齿轮的端面作为基准的该测量仪,有必要注意这一点。

(4) 测量头的移动平面与垂直于轴线的平面倾斜成 δ_2 的角度的误差

如图10所示, $OABC$ 为垂直于轴线的平面测量头在与其成 δ_2 的平面 $O'A'B'C'$ 以内移动时,可得下式。

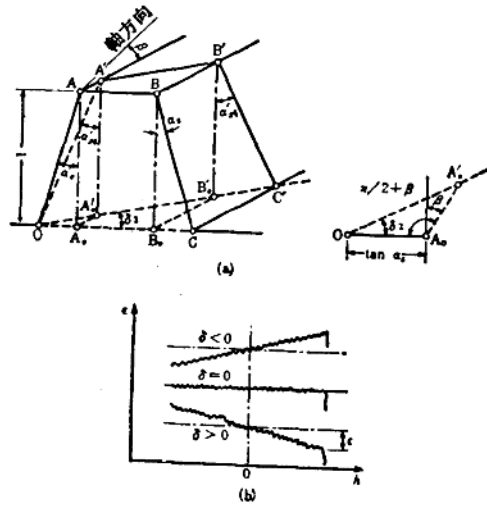


图10 测量头运动的平面与垂直于轴线的平面倾斜成 δ_2 角度时,对齿形测量的影响

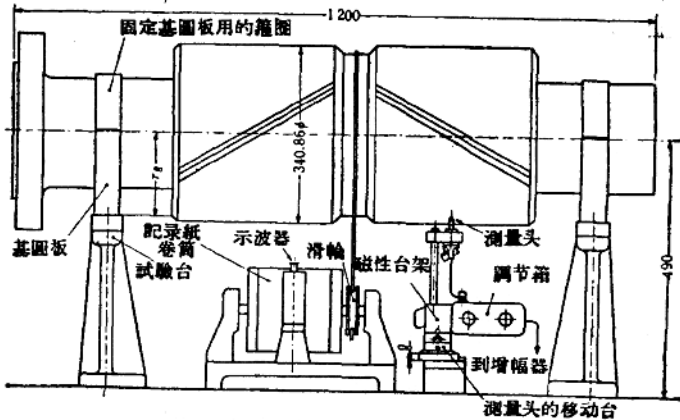


图11 小型齿轮用的齿形测量机(林,真田)

$$\Delta\alpha_{\beta_1} = \alpha'_1 - \alpha_0 = \sin\alpha_c \cdot \cos\alpha_c \cdot \tan\beta \cdot \delta_2$$

$$\alpha_0 = 14.5^\circ \quad \beta_0 = 30^\circ \quad \Delta\alpha_{\beta_1} = 0.16\delta_2$$

$$\alpha_0 = 20^\circ \quad \beta_0 = 30^\circ \quad \Delta\alpha_{\beta_1} = 0.2\delta_2$$

因此约为 δ_2 的五分之一, 它比 δ_1 的影响小。

根据上述试验表明, 如果注意摆的中心在基圆上及测量头在垂直于轴线的平面内运动的话, 就完全可以测出十分精确的齿形误差, 并且由于利用触针测量, 因而若使测量压力减小, 则齿面的加工状态也可测量得出。

3. 小型齿轮的齿形测量

小型齿轮的齿数一般在 30~110 范围内, 因此, 利用大型齿轮所用的圆弧基准法来测量其齿形是不可能的。小齿轮的基准面是采用轴颈外圆。因此, 把齿轮的基圆板装在该部分, 使它们在平行的测规上不滑动地转动, 并且利用固定在台架上的测头来测量。图 11 所示为这种测量方法, 图 12 为所获得的记录之例。



图 12 船用小齿轮 ($z=68, \alpha_0=14.5^\circ, \beta=30^\circ, DP=6, b=700$) 的齿形记录 (林, 真田)

表面波度的测量

利用滚齿机加工大型螺旋齿轮时, 如图 13 所示在齿面上产生起伏点, 这种起伏点即所谓表面波度, 它与齿轮强度及噪音等有着密切的关系, 因此, 对船用减速齿轮来讲是一个非常重大的问题。虽然还没有较好的测量这种波度的方法, 但汤姆逊式及德巴拉式的测量法已在实际工作上应用。笔者等试制了汤姆逊式高灵敏度的测量仪, 并且分析了所获得的结果。



图 13 齿面上出现的表面波度

1. 表面波度的测量仪

图 14 所示为汤姆逊式表面波度测量仪的原理。把 2 个间距为 l 的钢球装在测量仪上, 中央部分的钢球与测微器联接起来, 把固定的钢球放入齿槽内, 使中央部分的钢球与一个齿面接触, 并向齿面方向移动, 这样, 测

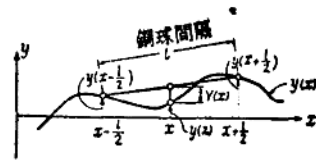


图 14 汤姆逊式表面波度测量仪原理

微器就根据齿面的凹凸状进行运动。 $x-y$ 坐标上的曲线表示表面波度, 中央部分的钢球处于坐标的 x 位置时的测微器的读数如下式所示。

$$Y(x) = -\frac{1}{2}y\left(x - \frac{l}{2}\right) + y(x) - \frac{1}{2}y\left(x + \frac{l}{2}\right)$$

但式中 $|y(x)| \ll l$

如果表面波度以波长 λ 、振幅 ϵ 构成的正弦曲线

$$y(x) = \epsilon \cdot \sin(2\pi x/\lambda) \text{ 表示时}$$

$$\text{则 } Y(x) = \left(1 - \cos \frac{l}{\lambda} x\right) \cdot \epsilon \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$$

因此测量结果, 表面波度的振幅为 $[1 \cdot \cos(lx/\lambda)]$ 倍的正弦曲线。这就是这一测量法的原理, 由 NPL 设计的这种测量仪已普遍地应用, 但由于结构尺寸较大, 因而灵敏度较低, 图 15 所示为将电气扩大测量仪的原理。

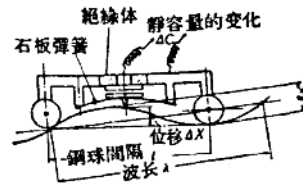


图 15 试制表面波度记录仪的原理

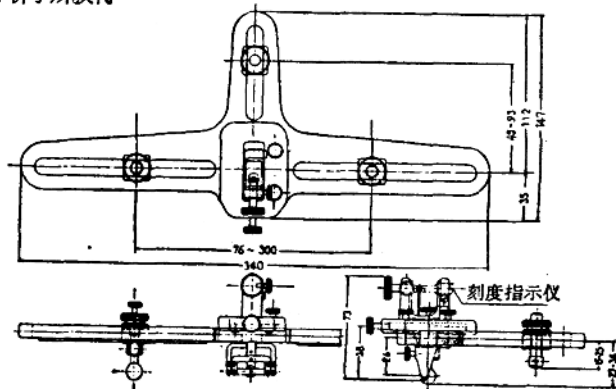


图 16 试制的表面波度记录仪

图 16、17 所示为此种测量仪，图 18 为测量仪的记录之例。

2. 用湯姆遜式表面波度测量仪进行测量结果的分析

现在就利用此种测量仪实测船用减速齿轮的结果进行分析。表面波度不只为正弦波状线，同时还要考虑到对其齿面的影响问题，因此，进行了当左右两个齿面具有完全独立的任意波形式时的测量结果的研究。其中包括：

(一) 基础公式。先假定：

(1) 表面波度的振幅比钢球间距小得多；(2) 认为由于是大型齿轮将测量的部分当作齿条来看待（即其一齿形为压力角固定的直线，其二齿面也为直线）；(3) 齿槽两侧的齿面是单独任意地起伏着。图

19 所示为表面波度测量仪在测量齿面 I 时，对着测量方向的齿槽中变化状态。其定义如下。

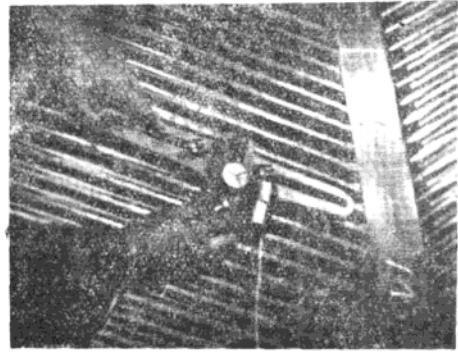
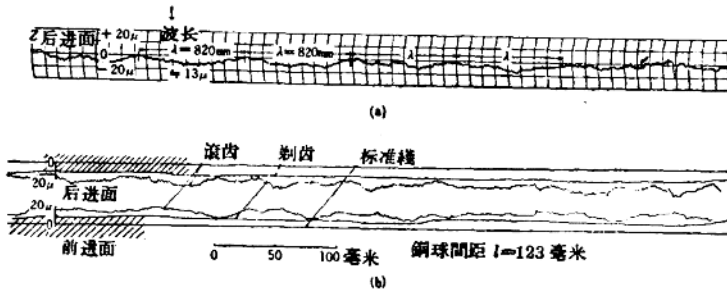


图 17 测量中的表面波度记录仪



(2 段大型齿轮 $z=445$, $m=8$, $\alpha_0=145^\circ$, $\beta_0=30^\circ$, 蜗轮齿数 $z_w=316$, 滚刀进刀量 $f=2.2$ 毫米)

图 18 利用表面波度测量仪所进行的记录

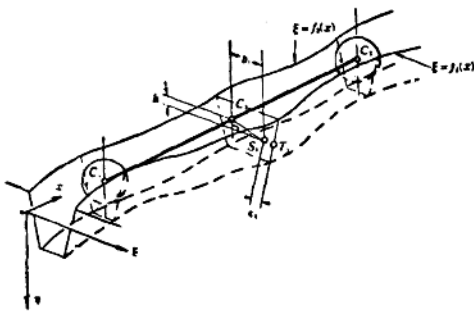


图 19 齿槽中钢球基准点的位置

x, η —— 齿面方向，齿槽深度方向与 $x-\eta$ 成垂直方向的坐标， $f_1(x), f_2(x)$ —— 齿面 I (II) 的表面波度波状线（与齿面及 $x-\xi$ 平面的相交线）。 C_3 —— 直线 C_1C_2 的中点。 $b_1(b_2)$ —— C_3 与 $S_1(S_2)$ 在 ξ 方向的距离。 h —— C_3 与 $S_1(S_2)$ 在 η 方向的距离。 $\epsilon_1, (\epsilon_2)$ —— 齿面 I (II) 的测量值， α_n —— 齿轮（此处为齿条）的齿向压力角。 d —— 固定钢球的直径，

a —— 钢球间距的二分之一。

根据几何关系，对着齿面 I 进行测量（当钢球 C_1 处于 x 的位置时），为

$$f_1(x) - 2 \cdot f_1(x+a) + f_1(x+2a) = -2 \sec \alpha_n \cdot \epsilon_1 + A_1 \quad (3)$$

$$\text{而 } A_1 = d \cdot \sec \alpha_n + 2h \cdot \tan \alpha_n - 2b_1$$

（对着齿面 II 测量时，也是形状完全相同的，仅是把各附加的符号 1 改为 2）。

根据这一公式，对着各齿面的测量，不包括与其它齿面有关的数值，而能够单独地进行解析。并且 $x/a = t, f_1(x)$ (或 $f_2(x)$) = y_t, ϵ_1 (或 ϵ_2) = Y_t 时，则求得下述基础式：

$$y_t = 2y_{t+1} + y_t + 2 = -\alpha(Y_{t+1} + K) \quad (4)$$

式中： α 在齿面上作垂直方向的变位时是 $2 \cdot \sec \alpha_n$ ，作 ξ 方向的变位时为 2。一般的螺旋齿轮，由于齿面弯曲，因此， h, b_1 (或者 b_2) 不易固定，式(4)的 K 不固定。

(二) 解基础式。

1. 按实际表面波度波形 y_t 可解测量记录

形 Y_t 。如果 y_t 曲线已知, y_t 曲线可根据下式合并为

$$Y_t = -\left(\frac{y_t+1}{2}\right) + y_t - \left(\frac{y_t-1}{2}\right) - K \quad (5)$$

(当 $\alpha=2$ 时)

图 20 所示为其关系, 图 22 为求出的 y_t 和 Y_t 相对应的例子。

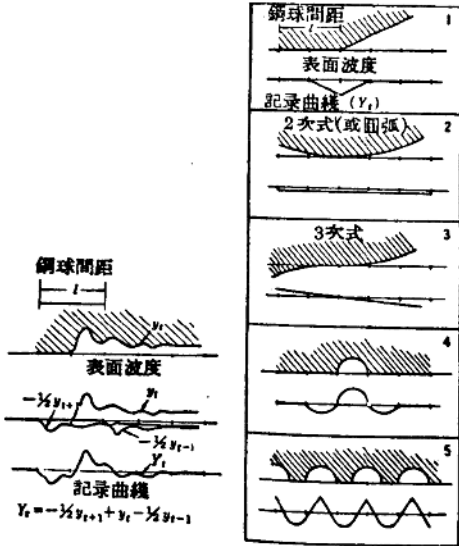


图 20 由 y_t 合成 Y_t

图 21 y_t 与 Y_t 的关系

2. 根据记录曲线 Y_t 可求出原来的表面波度波形 y_t 。式(4)是利用差分法表示

$$\Delta^2 y_t = -\alpha^2 [y_{t+1} + K]$$

如按 y_{t+1} 解时, 利用积分记号 \int

$$y_t = -\alpha \iint [\bar{Y}_{t+1} + K] (\Delta t)^2 + P(t)$$

式中, $P(t) = C_1 t + C_2 + W(t)$ 在积分法积分常数一样, C_1, C_2 ——任意常数, $W(t)$ ——周期是 1 的任意周期函数

或

$$y_t = -\alpha \left[t \int Y_{t+1} \cdot \Delta t - \int (t+1) \cdot Y_{t+1} \Delta t \right] + S(t) \quad (6)$$

式中, $S(t) = -t(t-1)K + P(t)$

式(6)中的 K 一般为未知, $C_1, C_2, W(t)$ 可以任意, 因此, $S(t)$ 与未知 2 次式的任意周期函数 (周期为 1 的) 的和为不定函数。因此, 用汤姆逊式测量时, 表面波度的二次函数成分 (圆弧状表面波度) 及钢球间距的 1/2 作为 1 周期的周期波形成分测量不出来。式(6)在实际计算时

$$y_n = -\alpha^2 \left[n \sum_{i=1}^{n-1} y_i - \sum_{i=1}^{n-1} i \cdot Y_i \right] + S(n) \quad (7)$$

n ——整数 1, 2, 3, ...

图 22 为按记录曲线 Y_n 根据式(7)变化不同 K 值求解 y_n 的结果。但并非 $S(n)$ 中的周期 1 的周期函数成分, 而是 y_n 的起点与终点为 0。一般不能认为是 2 次式表示的波形的表面波度的原因, 图 22(b) 的阴影部分大体上接近原来的波形。从记录的任意基准上读出的 Y_n 值求

$$\bar{Y}_n = Y_n - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} Y_n \quad (8)$$

据式(7), 并以 $S(n) = 0$ 计算即可。

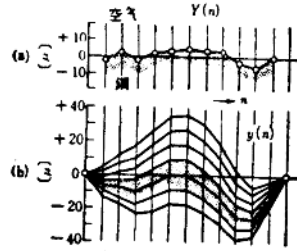
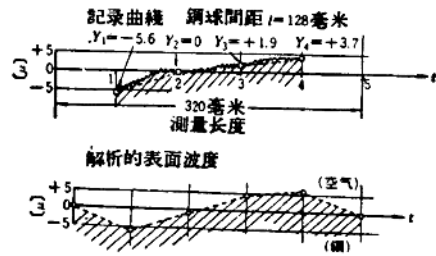


图 22 利用各种 K 值解表面波度

图 23 所示为根据实测的数据求得的表面波度的一例。这是根据图解求得的。



t	Y_t	$\sum Y_t$	(1) $t \sum Y_t$	(2) $t \cdot Y_t$	(3) $\sum Y_t (1)-(2)$	(4) $-2 \sum (3)$	Y_t^*	
0	—	0	0	0	0	0	0	
1	-5.6	-5.6	-5.6	-5.6	0	0	-6	
2	0	-5.6	-11.2	0	-5.6	-5.6	+11.2	-0.8
3	+1.9	-3.7	-11.1	+5.7	+0.1	-11.2	+22.4	+4.4
4	+3.7	0	0	+14.8	+14.9	-14.9	+29.8	+5.8
5	—	0	0	—	+14.9	-14.9	+29.8	-0.2

* 修正 $Y_5 \approx 0$

图 23 解析计算之例

3. 表面波度解析器

齿面长的齿輪的表面波度的解析计算是相当麻烦的。图 24 所示为了便于解析而试制的计算机, 它

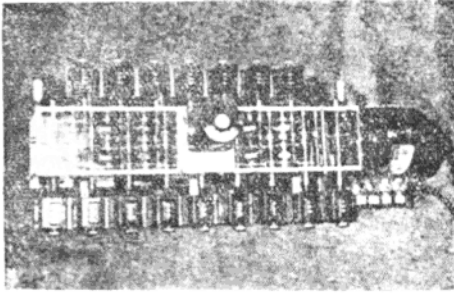


图24 表面波度解析器

是由双联的差动齿轮制成的,图25所示为差动齿轮与基础式(2阶完全阶差方程式)的对应情况。把它组成如图26所示的7组,把表示 Y_n 轴的数,使与 Y_n 的数值相对应,这样在 y_n 轴就可求得解析结果。一切旋转都是利用电动机及离合器操纵。反之根据 y_n 同样亦能求得 Y_n 。

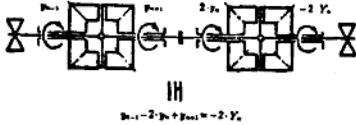


图25 表面波度解析器要素

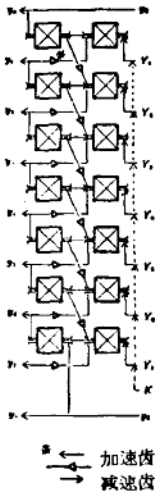


图26 表面波度解析器的线路图

(三) 基础式的适用范围及误差: (1) 齿形的影响,即使在很恶劣的场合下,在测量器的齿形上的移动范围比较小,若以齿条考虑时没有误差。(2) 齿面扭曲的影响,图27所示为螺旋齿轮齿面间的测量

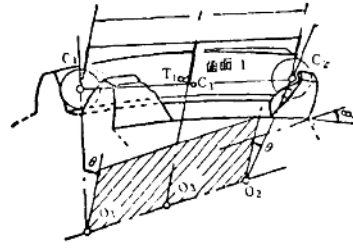


图27 齿面的扭曲

器。若以齿面扭曲考虑时,基础式如下:

$$y_1(t-1) - 2y_1(t) + y_1(t+1) = -\alpha \cdot Y_1(t) + \delta_1(t) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } \delta_1(t) &= \Delta A \cdot y_1(t-1) + \Delta B \cdot y_1(t+1) \\ &\quad + \Delta C \cdot y_2(t-1) + \Delta D \cdot y_2(t+1) \\ \Delta A &= \frac{1}{2} [-(1 + \cos^2 \beta)(1 - \cos \theta) \\ &\quad + \cos \beta \cdot \sin \theta (\tan \alpha_n - \cot \alpha_n)] \\ \Delta B &= \frac{1}{2} [-(1 + \cos^2 \beta)(1 - \cos \theta) \\ &\quad - \cos \beta \cdot \sin \theta (\tan \alpha_n - \cot \alpha_n)] \\ \Delta C &= \frac{1}{2} [\sin^2 \beta (1 - \cos \theta) \\ &\quad + \cos \beta \cdot \sin \theta \cdot (\tan \alpha_n + \cot \alpha_n)] \\ \Delta D &= \frac{1}{2} [\sin^2 \beta (1 - \cos \theta) \\ &\quad - \cos \beta \cdot \sin \theta \cdot (\tan \alpha_n - \cot \alpha_n)] \end{aligned}$$

β ——齿轮导角, θ ——在齿面方向,相距 l 位置内的垂直于齿轮轴截面内的导角 $(R \cdot \theta / \tan \beta)^2 + R^2 \cdot \sin^2(\theta/2) \approx l^2$ 。

δ_i 表示齿面扭曲的影响,在无 δ_i 时的解析误差 Δb :

$$\Delta b = \left[\int \int \delta_i(\Delta t)^2 - K(t) \right] \min$$

或

$$\Delta b \left[n \sum_{i=1}^{n-1} \delta_i - \sum_{i=1}^{n-1} i \cdot \delta_i - K(n) \right] \min \quad (10)$$

以 n 为 $0 \sim 8$, δ_n 的最大值为 δ 时,根据式(10) $\Delta b \leq 2.5 \delta$ 当 θ 并不太大时约为 10 度以下。

$$\begin{aligned} \delta_i &\approx \frac{1}{2} \cos \beta [(\tan \alpha_n - \cot \alpha_n) \{y_1(t-1) \\ &\quad - y_1(t-1)\} + (\tan \alpha_n + \cot \alpha_n) \{y_2(t-1) \\ &\quad - y_2(t-1)\}] \cdot \theta = U \cdot \theta \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} \theta &\approx \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \beta + 0.25}} \cdot \frac{l}{R} \\ \Delta b &\leq 2.5 U_{\max} \sqrt{\cos^2 \beta + 0.25} \left(\frac{l}{R} \right) \end{aligned}$$

假定允許誤差為 Δa ，則 l 必須選取下式：

$$l \leq \frac{\sqrt{\cot^2 \beta - 0.25}}{2.5} \frac{\Delta a}{U_{\max}} \cdot R \quad (11)$$

例如， $y_1(t)$ 與 $y_2(t)$ 為同位相對（大多數情況下
 的實際表面波度的形狀） $U_{\max} = \frac{1}{2} \cos \beta \cdot \tan \alpha_0 \cdot A$
 ($\Delta f_1(t)$ 的最大振幅)，則式 (11) 改寫

$$l \leq \frac{\sqrt{\cot^2 \beta + 0.25}}{1.25 \cdot \cos \beta \cdot \tan \alpha_0} \cdot \frac{\Delta a}{A} \cdot R \quad (12)$$

如 $\beta = 30^\circ$ 、 $\alpha_n = 20^\circ$ 、 $A = 20$ 微米、 $\Delta s = 1$ 微米
 考慮時， $l \leq 0.228 \cdot R$ 。現在把船用減速齒輪的常用
 值列於下面。

第 2 段大齒輪 $R \approx 2,000$ 毫米， $l \leq 457$ 毫米

第 2 段小齒輪 $R \approx 350$ 毫米， $l \leq 80$ 毫米

第 1 段大齒輪 $R \approx 1,000$ 毫米， $l \leq 228$ 毫米

第 1 段小齒輪 $R \approx 150$ 毫米， $l \leq 34$ 毫米
 在選擇鋼球的間距時應考慮上述情況。

(3) 根據 Y_i 的讀數誤差 γ_i 的解析誤差 $\Delta \gamma$ ，此
 時基礎式為

$$\Delta^2 y_i = -\alpha (Y_{i+1} - \gamma_{i+1})$$

如 $n = 0 \sim 8$ 時與式 (9) 及 (10) 同，若 γ_i 的最大
 值為 γ 時

$$\Delta \gamma \leq |2.5 \times (\alpha \cdot \gamma)|$$

當 γ 為 1 微米、 α 為 2 時， $\Delta \gamma = 5$ 微米以上，各誤
 差的影響都以最不利的場合考慮的，而實際影響將
 要小得多。

節距的測量

在測量節距誤差時，如圖 28(a) 所示，是利用在
 軸向，從齒輪端面一定的距離處，在垂直於齒的方
 向進行測量其節距的方法，但根據這種測量方法計
 算時，周期循環的表面波度產生很大的影響。齒輪
 的齒數為 z ，滾齒機蝸輪齒數為 z_w ，表面波度的振
 幅為 ϵ ，導角為 β 時， n 號齒的單一節距誤差 δ_n 及
 節距累積誤差 D_n 如下式：

$$\delta_n = \epsilon \left[2 \sin \frac{z_w \cdot \pi \cdot \cos^2 \beta}{z} \right] \cdot \cos \left[\frac{2\pi z_w}{z} \left(n + \frac{\cos^2 \beta}{2} \right) \right]$$

$$D_n = \epsilon \left[\frac{\sin \frac{z_w \cdot \pi \cdot \cos^2 \beta}{z}}{\sin \frac{z_w \cdot \pi}{z}} \right] \cdot \sin \left[\frac{2\pi z_w}{z} \left(n - \frac{\sin^2 \beta}{2} \right) \right]$$

例 $z = 192$ ， $z_w = 180$ ， $\beta = 30^\circ$ 時，則如圖 28(b)
 所示。因此，用這樣的測量儀測量結果證明，周期循
 環的表面波度是有影響的，因此，為了測量節距誤
 差，則根據第三節所述的表面波度記錄器，對齒面的
 狀態進行了充分的探討。

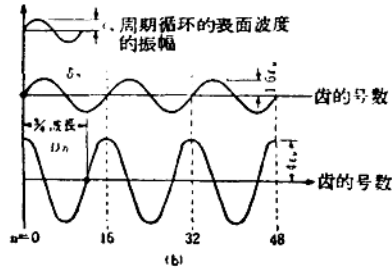
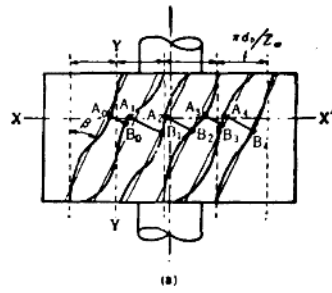


圖 28 周期循环的表面波度对节距的影响

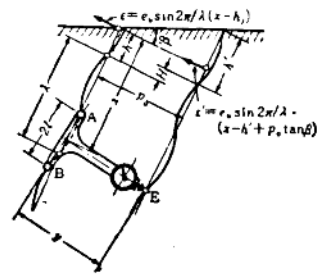


圖 29 周期循环的表面波度对节距测量的影响

此外，如圖 29 所示，Pitter Gauge 和 David
 Brown 等公司在齒厚方向的一定位置處，把 2 個固
 定鋼球放入一個齒槽內，另外，把能夠在 2 個鋼球中
 心上運動的鋼球放入另外的齒槽，其位移值借助測
 量儀讀出，這種形式的測量儀就可當作大型齒輪的
 節距測量儀來使用，但在這種場合下，表面溫度對測
 量值也有影響：把此種測量儀沿齒面移動，來進行測
 量擴大表面波度的振幅，如果假定：

λ ——表面波度的波長

$2l$ ——固定鋼球的間距

H ——垂直於齒面方向的 2 個齒面曲線的位相
 差時，則其擴大率 L 如圖 30 所示。

因此，如果各齒面都具有同樣的表面波度的話，
 就可以把這種測量儀在齒面上擱動來進行記錄，就
 獲得圖 31 所示的結果，因此可把該 2 條曲線之間的
 間距作為是節距的誤差。

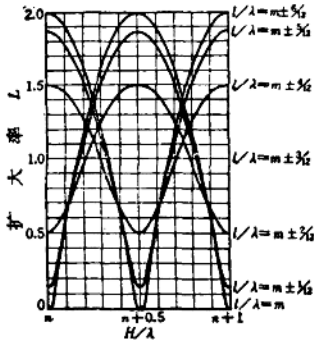


图30 在节距测量仪(三球式)上表示出的蜗杆螺旋表面波度的扩大率 L



图31 表面波度的振幅 lu 与节距误差 c

根据这样的目的,试制出图32所示的装有电容变化式千分尺的节距测量仪,实际测量的结果如图33所示。如图所示,与过去所用的方法是有所差别。

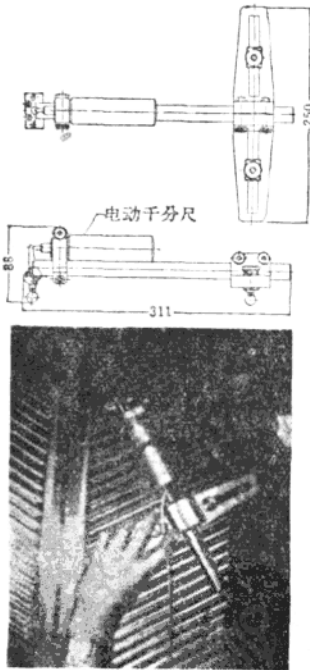


图32 试制为节距测量仪

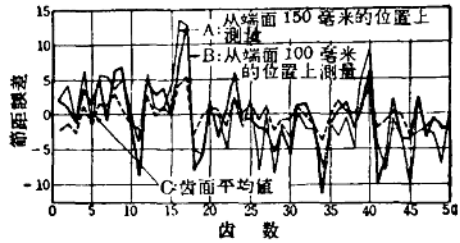


图33 从齿轮端面一定的距离处测量的节距误差与齿面平均值的比较

这种方法是测量齿槽间距变位的,并非具有严格要求的周节测量方法,利用这种方法来测量垂直于轴线断面内的周节,虽然测量值和实际齿轮测量时的数值大体上一致,但数值仍然有差别的。

由此可见,大型齿轮的节距测量是很困难的。同时,由于齿数很多,在测量时要化费很长时间。

近来,滚齿机的理论精度有了很大的提高,可以制造出累积角度误差只有几秒的齿轮。

在滚齿机上加工的齿轮,其节距的误差主要是理论精度问题,因此考虑测量出齿轮节距误差的同时,滚齿机的精度管理也是非常重要的。

齿面啮合试验

齿轮的静啮合试验分为2个齿面啮合试验与1个齿面啮合试验,前者采用 Shoppe & Fäser 公司及船用减速齿轮委员会所试制的大型齿轮啮合试验用的测量仪。这种测量仪虽然能够简单地测量出齿槽的位移,但一般从测量的结果来看,把节距、齿形等的各种误差分开计算是有困难的。

因此,根据1个齿面的啮合试验是可以求出对齿轮在所定的中心距啮合时的角度传递误差的,因此,可以获得齿轮的总的精度,是旋转传递误差的动负荷的计算及噪音的分析等用的极为重要的资料。

但对一般的中型齿轮来讲,尚未普遍采用上述方法,因此,对大型齿轮的测量结果还不能完全获得。

在大型齿轮时,制造节距圆板比较困难,因此,一般来讲,只是测量在啮合架上啮合的每个齿,由于制造在形状及结构上特别的测量仪要化费很大费用,因此笔者等便考虑了如图34所示的简单原理的一个齿面啮合试验法。

图上的试验齿轮 Z_1 、 Z_2 的轴上固定有直径与齿数成比例的圆板 D_1 及 D_2 , 并套以 0.1 毫米厚、10 毫米宽的钢带,通过固定钢带的滑轮 R_1 及拉紧滑轮

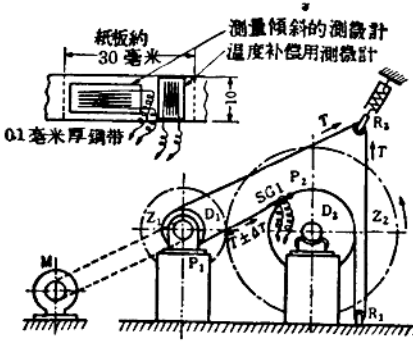


图 34 大型齒輪用 1 個齒面嚙合試驗法

R_2 联动，并借助 R_2 的彈簧秤使其达到所規定的張力，因此，鋼帶便在 P_1P_2 之間就不再滑動。在 P_1P_2 之間的鋼帶上貼附測微計時，則根據誤差鋼帶就要

产生伸縮，因而用傾斜測微計測出傾斜度予以放大，用示波器記錄下來。利用這種方法測量可以达到約 1000 倍的靈敏度，此外，根據已作的試驗來看，其穩定性也非常符合要求這一點是明确了。

但是，測微計只能在 P_1P_2 之間的某一距離上進行測量，因此，在求次一個轉數的數據時，必須把鋼帶放鬆，返回到原出發點再能反復地進行同樣的測量。

图 35 所示为进行准备試驗時，对 $z_1=20, z_2=100, m=4, \alpha=20^\circ, \beta=20^\circ, b=130$ 的齒輪進行測量時所获得的記錄，兩次測量結果很一致，這說明它的再現性是很好的。图 36 所示为把从小齒輪的齒形誤差与大齒輪的周期循环表面波度的測量值所获得的預計的嚙合誤差合并起來所形成的曲線，但如图 35 所示，与实际測量結果仍然是很一致的。

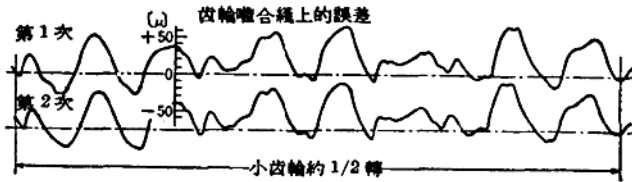


图 35 嚙合試驗記錄及其再現性

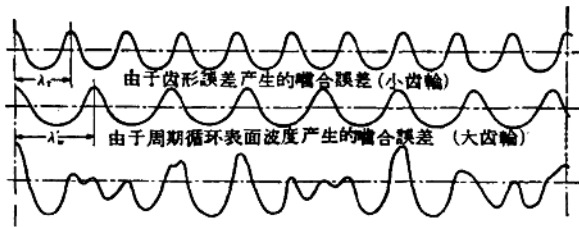


图 36 嚙合誤差曲線的合并

根据上面的准备試驗說明可以进行 1 個齒面的嚙合試驗，因此，准备对船用減速齒輪進行實測。

結 語

船用減速齒輪所采用的大型齒輪从其寿命及運轉性能的要求来看，不只是大型而已，而且要求具有极高的精度，因此，就需要靈敏度高的高精度測量儀。笔者等进行这种測量儀的試驗設計，并明确了其实用性，与此同时，也进行了分析并得出下述結論。

(1) 根据圆弧基准法制成的大型齒輪齒形測量儀获得了預期的性能，并且由于結構和操作簡單，因此，在現場也广泛应用，其結果表明，过去只能測出

粗略的齒形誤差，而目前已比較精確了，同时已成为对制造，尤其是剃齒加工時的有效資料。因此可望制成的齒輪精度提高，而且加工時間縮短。

(2) 小齒輪用齒形測量法过去一般只可以用来測量中型齒輪，由于其結構簡單，并且同样能够作为測量大型齒輪用的齒形測量儀使用，并且效果很好，因此是一种很經濟的方法。

(3) 表面波度記錄儀比过去的靈敏度高，因此可以把齒面的螺旋(扭曲)及完成状态等都記錄下來。此外，根据对表面波度記錄的結果分析来看，可以进行滾齒機運動状态的試驗。即由于进行了明确的正弦波的表面波度測量，根据其結果并发现了蝸杆(主蝸杆)的推力軸承的故障，此外，可作为滾齒機

大修(进行改装)时的重要依据資料, 以及发现了明确的昼夜起伏(以 24 小时为一周期的起伏), 就可以进行恒温室的改善工作等。試制的測量仪, 其記錄是在直綫上, 以使鋼球間距加大, 因此长波的起伏就不会被忽略, 而这一特长在实测时已經得到証实。

湯姆遜型測量仪, 只作为能測出原来正弦波的起伏为目的, 但最近的剃齿加工时往往是非正弦波的起伏居多, 因此, 进行了根据在这种場合下測量的結果測出齿面的实际形状为目的解析。其結果証明,

对小齿輪加工来讲特別奏效。

(4) 明确了根据以往的方法进行的节距測量, 要受到表面波度的影响。

(5) 1 个齿面的嚙合試驗方面采用了一种簡單方法, 并根据进行准备試驗的結果表明, 这种試驗的性能相当高, 因此, 对过去完全缺乏資料的大型齿輪嚙合試驗結果是可望获得的。

(侯立生譯自《精密機械》No.1, 1963,
35~46 頁, 赵如福校)

关于精密磨削中偶然误差的分析

〔美国〕 Robert S. Hahn

如在概率原理中所应用的那样，偶然变数的概念被应用到输入加工余量、硬度和加工余量的分布等有变化的机械加工上来了。加工后误差可以用加工前偏差和加工时间来计算，尤其是在磨削加工中。特别值得提出的，加工后尺寸误差与加工前余量偏差和砂轮锐利度的变化有关；偏摆或偏心度的偏差与原始偏摆和原始加工余量也有关。文中引述了用以比较金属切削机床的无量纲变数来计算机床弹性变形所引起的误差，同时也考虑了砂轮的瞬变力。

本文中代号和术语说明：

- X_i ≡ 加工前偶然变数，包括平均值 \bar{x}_i 和变量 \bar{x}_i'
- z_k ≡ 加工后偶然变数，包括平均值 \bar{z}_k 和变量 \bar{z}_k'
- T ≡ 磨削参数(砂轮切削深度/法向力)
- K ≡ 有效弹簧常数
- n ≡ 工件速度
- V ≡ 进给速度
- α ≡ 无量纲切削弹性参数(TK)
- α' ≡ 无量纲切削弹性参数(EQ)
- ϵ ≡ 尺寸误差
- β ≡ 角柔量(弧度/磅)
- τ ≡ 工件旋转转数，也用作无量纲时间
- ρ ≡ 第 i 转内的偏摆/原始偏摆
- $\sigma(x, t)$ ≡ 法向力强度(力/单位宽度)
- $\eta(x, t)$ ≡ 砂轮切削深度
- Δ ≡ 砂轮的弹性常数，即(法向力强度/局部砂轮变形)
- D ≡ 磨削常数(局部砂轮切削深度/法向力强度)
- ω ≡ 接触宽度
- α_{02} ≡ 由 \bar{x} 处的单位力所引起的当 $x=0$ 时的挠度的影响系数
- $\zeta(x, t)$ ≡ 由主轴弯曲所引起的砂轮位移(见图 8)
- $\xi(x, t)$ ≡ 砂轮的变形(见图 8)
- $\rho(x, t)$ ≡ 工件半径

引 言

在许多生产线上，需要进行多道工序加工的工件，其精加工工序的精度常常部分地决定于前道粗

加工工序中的精度。例如，在精磨孔时，粗加工后留下的加工余量的偶然偏差如果很大，便会使精加工后的工件产生较小的但能察觉的偏差。除了加工余量偏差外，其它因素也影响精加工的质量。为了便于研究机床的加工后质量对该机床的加工前质量间的关系，设加工前变数为 X_i ，加工后变数为 Z_k ，如图 1 所示。加工前变数包括原始加工余量 X_1 、原始偏心或偏摆 X_2 、原始锥度 X_3 、工件硬度 X_4 以及其它。加工后变数包括最终或精加工尺寸 Z_1 、最终偏摆或偏心 Z_2 、最终锥度 Z_3 、最终硬度 Z_4 以及其它。每一个变数都为一种成概率分布的函数，这种变数称为偶然变数，在很多书籍^[1]中以概率原理来处理。每一个加工前偶然变数 X_i 有一个平均值 \bar{x}_i 和一个变量(variance) \bar{x}_i' ；每一个加工后偶然变数有一个平均值 \bar{z}_k 和一个变量 \bar{z}_k' 。如所周知，变量是平均值的分布的量(dispersion 或 spread)。(参阅图 1)

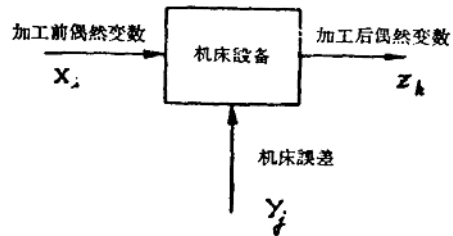


图 1 生产线上机床设备的方块图

加工前和加工后偶然变数包括：

- X_1 = 原始加工余量
 - X_2 = 原始偏摆
 - X_3 = 原始锥度
 - X_4 = 原始硬度
 - Z_1 = 最终尺寸
 - Z_2 = 最终偏摆
 - Z_3 = 最终锥度
 - Z_4 = 最终硬度
- 机床误差 Y_j 如：
 Y_1 = 滑板定位误差
 Y_2 = 电气开关的闭合位置

当机床的生产率提高时，成品的质量一般会降低。仍以孔的精磨削作为例子：当机床调整到较快的工作进度时，成品的质量一般是变坏了；即最终尺寸变量 \bar{z}_1' 、最终偏摆变量 \bar{z}_2' 及最终锥度变量 \bar{z}_3' 增加了。因此，加工后变量既是加工前变量的函数，也是工作循环时间 t 或生产率²的函数，因此，

$$z_k' = f_k(\bar{x}_1', \bar{x}_2', \bar{x}_3', \bar{x}_4', t) \quad (1)$$

变量 δ_1 仅系加工前变量的偏差所引起的精加工后的尺寸变量, 可称为授受误差的尺寸变量。对此, 还需要加上机床设备本身的偏差所引起的误差, 如滑板定位的偏差、电器触点的闭合偏差等。假如它们都是独立的偶然变数, 则总变量等于各个变量的和, 即

$$\delta_1^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots \quad (2)$$

式中 $\delta_1^2, \delta_2^2, \dots$ 为机床误差所引起的变量, δ_1^2 为精加工后尺寸变量的总和。

在机床误差与传导误差相比较为很小时, 则成品的质量可用二个方法来提高: 增加工作循环时间 t , 因此减小了授受误差变量 δ_1 或减小加工前变量 $\delta_2, \delta_3, \dots$ 等。显然, 不希望增长工作循环时间, 因为这会降低机床的生产率。减小加工前变量也是不经济的, 因为这需要在前几道工序里化更多的时间或设备。问题在于如何调整生产线上的每一台机床设备, 使整套设备对规定的成品质量能用最经济的工作方法达到。

为了解决这个问题, 生产线上的每一台设备需要有其分析特性曲线。加工后变量 δ_1^2 、加工前变量 δ_2^2 和加工时间 t 间的数量分析关系的组合, 如式(1)所示, 说明了加工设备的性能, 并称为“机床分析特性曲线”。

本文目的是为了得出内圆磨床的授受加工后误差和加工前工件的误差间的分析关系。不过, 其中有些关系式, 经过适当解释后, 也可应用到外圆切入磨削加工及某些其他的加工工序(其加工后工件的不正确性是由弹性作用变化所造成的)。

由弹性变形所引起的偶然尺寸误差

在许多精密磨削加工中, 加工后工件的精度并不是完全一样的, 误差是无规则地分布在平均值附近。这些误差可能是由于加工余量偏差、工件硬度变化或砂轮磨削效率的不同所造成的, 也有由机床的各种不同的弹性变形所产生的。由于内圆磨床本身刚性较其它类型的磨床为低, 各种弹性变形情况特别显著。本文的分析原理是直接应用在內圆磨床的切入磨削加工上的, 然而这些原理也可同样地应用到其它形式的切入磨削加工上去, 甚至能适用于其它的一些金属切削加工上去。

图2所示为典型内圆磨床的几个元件。砂轮安装在磨头主轴的自由端上, 而主轴则从磨头箱悬伸出来。磨头箱安装在横向滑板上, 使砂轮能向回轉的工件进行进给, 当砂轮和工件开始接触的瞬时, 磨

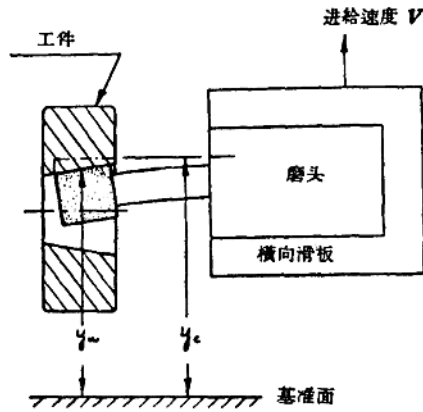


图2 内圆磨床几个元件的示意图

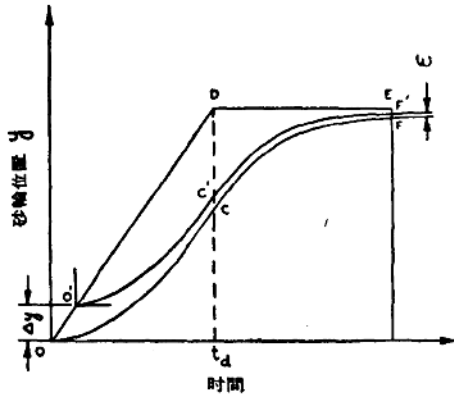


图3 横向滑板与砂轮的瞬时位置, 图中表示出由原始加工余量偏差所引起的磨削終了后的误差 ϵ

削力是没有的, 主轴并不发生弯曲。但当滑板进给时, 主轴的弯曲逐渐增大, 直至砂轮产生足够的力, 能够以足够的速度磨去余量, 保持与横向滑板进给运动相适应。图3所示为砂轮与横向滑板的瞬时位置的曲线图。图中所示, 横向滑板从O点至D点以等速度进给, 然后从D点至E点就停止进给。砂轮位置在进给的一段时间内沿OC移动, 在停滞时间内则沿CF移动。曲线ODE与OCF间的垂直距离即为主轴的挠度。横向滑板在E点时从工件急速退出, 磨削即行停止。此时所得到的工件的孔的直径相当于横向滑板的极端位置DE减去主轴的残余挠度EF。

如果下一个磨削工件的加工余量较小, 则砂轮与工件在O'点而不是在O点上相接触, 而砂轮位置沿着O'C'F'移动, 于是就产生了误差 ϵ 。

要计算 ϵ , 则须列出曲线OCF和O'C'F'的方