



理論力學習題集

(靜力學部份)

理論力學教研組編

北京農業機械化學院



理論力學習題集

(靜力学部份)

目 錄

第一章	約束与約束反作用力	3—8
第二章	匯交力系	9—16
第三章	平行力与力偶	17—22
第四章	平面任意力系	23—35
第五章	滑动摩擦	36—40
第六章	图解靜力学 桁架	41—48
第七章	空間力系	49—56
第八章	重心	57—60

第一章 約束與約束反作用力

§1. 定义:

阻碍物体运动或运动趋势的限制叫做約束；約束所加於物体的作用就是約束反作用力。

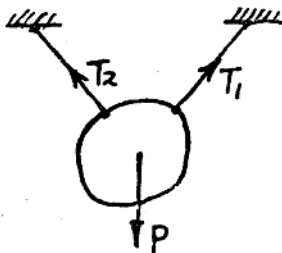
§2. 各种約束的約束反作用力的决定:

1. 柔体約束：例如繩子、皮帶、鏈條、鐵絲等所形成的約束，这种約束的反作用力有两个特点：（图—1）

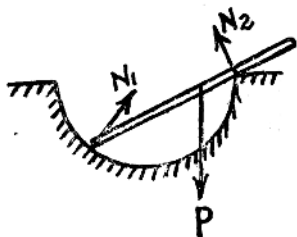
（a）取作用力沿着柔体本身，作用在約束点。

（b）永远背离約束点（即表示柔体只能受張力）。

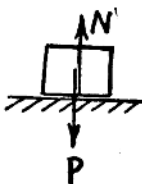
2. 光滑接触約束：如图—2至图—6所示。



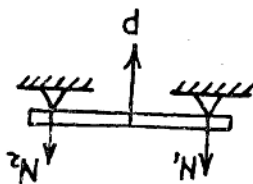
图—1



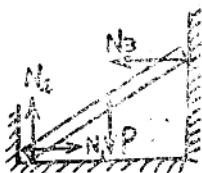
图—2



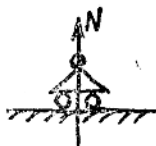
图—3



图—4



图—5



图—6

这种约束是由光滑的固定面阻止物体运动而产生的，它的约束反作用力也有两个特点：

(a) 反作用力是位於接触面（或接触点）的法線方向。

(b) 反作用力永远指向物体可以离开约束的一側。

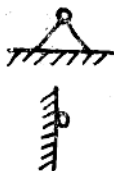
3. 固定铰链约束：是由于物体套在光滑的销钉上而产生的约束，这种情况的约束反作用力特点是：

(a) 在垂直的销钉轴线的平面内，并且通过销钉中心。

(b) 方向不能预先确定，須根据物体的位置和作用在物体上其他各力的情况来决定。

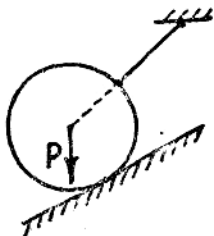
4. 球形铰链：这种约束能阻止物体沿任一方向的移动，但物体绕铰链中心向任何方向的转动则不受限制；因此它的约束反作用力的方向不能预先确定。可以沿任何方向，但通常是用沿三座标轴的三分力来表示。

为了熟练的掌握上述各种约束的约束反作用力的方向，建议画出下列各物体的示力图：（假设各接触点都是光滑的）。

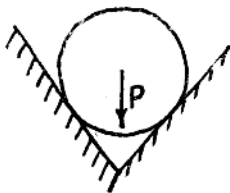


图—7

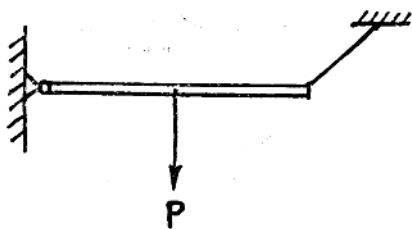
1.



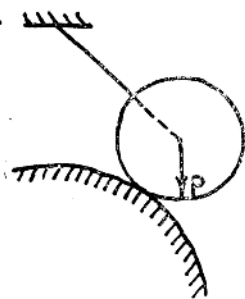
2.



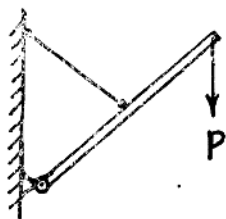
3.



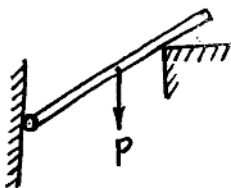
4.



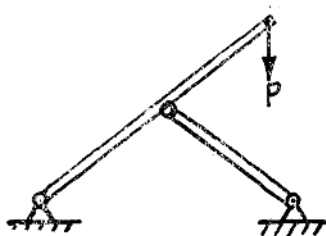
5.

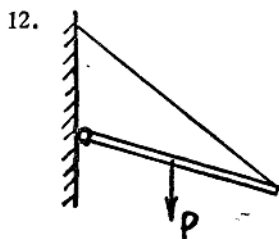
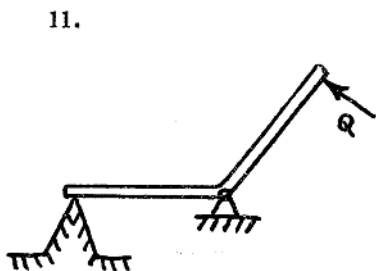
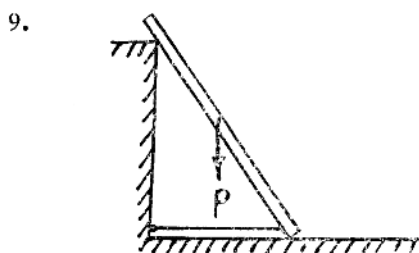
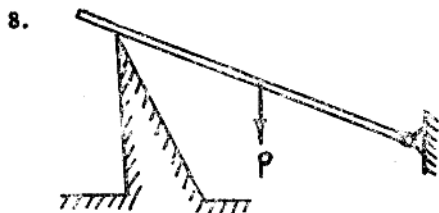


6.

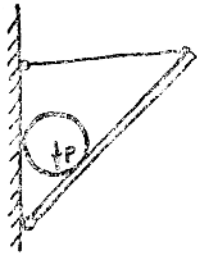


7.

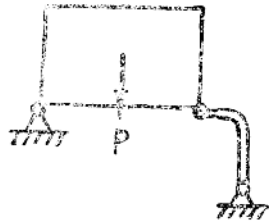




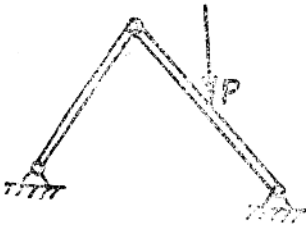
13.



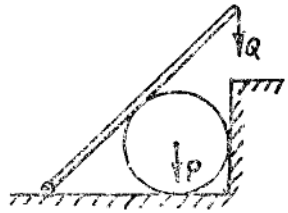
14.



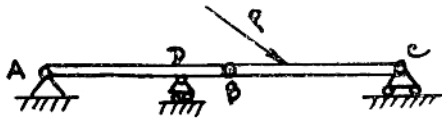
15.



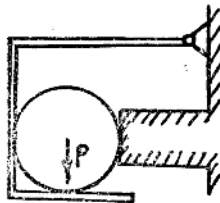
16.



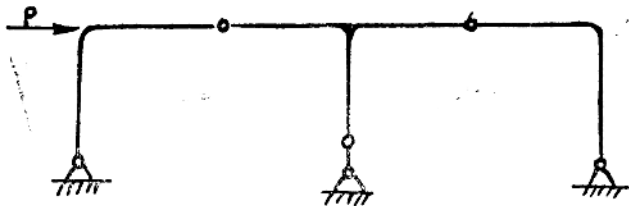
17.



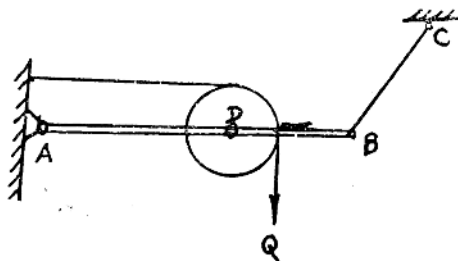
18.



19.



20.



第二章 匯交力系

§1. 匯交力系的合成:

如有數力作用在物體的 O 點, 則其合力可以用這些力所構成的力的多邊形的封閉邊來表示, 即

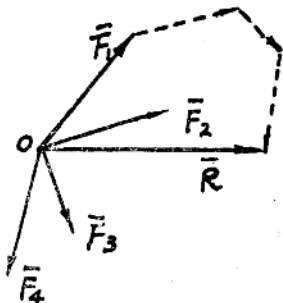
$$\vec{R} = \sum \vec{F}$$

如果力系的各力在各座標軸上的投影為已知: $\vec{F}_1 (F_{1x}, F_{1y}, F_{1z})$ $\dots \vec{F}_n (F_{nx}, F_{ny}, F_{nz})$; 根據力的投影定理, 合力的大小和方向可由下列各式決定:

$$R_x = \sum F_x, \quad R_y = \sum F_y, \quad R_z = \sum F_z;$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R} \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R}$$



圖—28

§2. 匯交力系的平衡條件:

如物體在一匯交力系 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 的作用下處於平衡狀態, 則其平衡的必要與充分條件為 $\sum \vec{F} = 0$; 也可用三個投影式來表示:

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0,$$

如果力系是位於一個平面內, 則上列三個投影式中可以去掉一個等式。

§3. 解題方法和步驟:

1. 先明確我們要研究的是哪一個物體的平衡問題。

2. 画出要研究的物体的示力图：画出主动力；把约束去掉，而用约束对该物体的作用——物体所受的约束反作用力来代替；当我们把物体所受到的约束反作用力画出时，即意味着已将该处的约束去掉。

在画未知约束反作用力时，应注意：

(a) 在确定约束反作用力的方向时，应利用第一章 § 2 所提到的知识。

(b) 在解平面上不平行三力的平衡问题时，常应用“相互平衡的三力必交于一点”的定理，预先订出反作用力的方向。

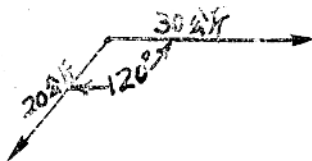
(c) 如果反作用力的方向预先不能确定（例如在固定铰链或球形铰链的情况），在用分析法解题时，应将未知力沿坐标轴分解为未知大小的两分力来表示，它们的指向可先任意假设，如将来从方程式解出为负值时，就表示分力真正的指向与假设者相反。

3. 在选取坐标轴时，轴的方向应尽可能和大多数力的方向平行或垂直，这样在写投影式时可以简化。坐标原点一般是选在力的汇交点上，但也可选在别处。

4. 在问题中，有时需要求出甲物体对乙物体的压力，而主动力是作用在甲物体上，这时我们还是求乙物体对甲物体的反作用力；所需求的压力，按其数值是等于所已求出的反作用力，但是方向相反（根据作用与反作用定理）。

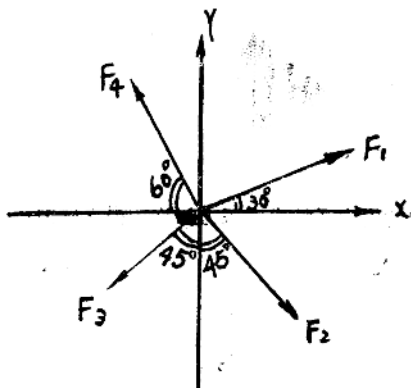
在本章建議解下列各題：

21. 求下图所示二力的合力大小与方向



題 21 附图。

22. 求下圖所示平面力系的合力，已知 $F_1 = 20$ 公斤， $F_2 = 25$ 公斤， $F_3 = 10$ 公斤， $F_4 = 30$ 公斤。



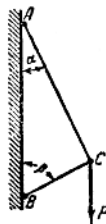
題 22 附图

23. 已知力 \vec{F} 沿座標軸的分解式為 $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ，求此力之模及方向。

24. 沿叉樑方向作用一力 $Q = 250$ 公斤，叉樑與水平線成 $\alpha = 45^\circ$ 之角。問此處沿水平拉桿方向所產生的內力 S 以及沿鉛垂方向作用於牆上的力 N 各等多少？



題 24 附图



題 25 附图

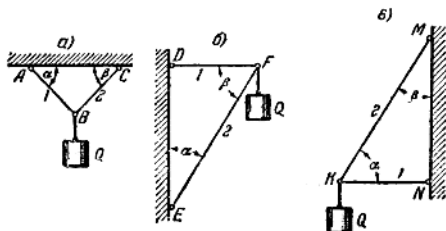
25. 桿 AC 與 BC 彼此以鉸鏈相連結，同時各以鉸鏈連結於鉛垂牆上。在鉸鏈栓 C 上作用鉛垂力 $P = 1000$ 公斤。

如桿与牆之交角为 $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$, 求兩桿对鉸鏈C之反作用力。

26. 和上題一樣, 圖a、b与c也是表示諸桿以鉸鏈彼此連結並連結於天花板与牆上的簡圖。在鉸鏈B、F与K上各掛軌物 $Q = 1000$ 公斤。求在下列各种情况下的桿內应力:

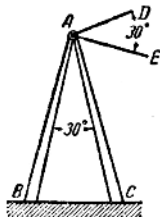
- a) $\alpha = \beta = 45^\circ$;
- b) $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$;
- c) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$ 。

沿桿之方向的內力(拉力或压力)称为桿之应力。为了区别起见, 压力用負数表示。



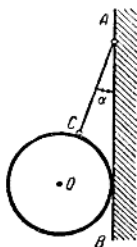
題 26 附图

27. 电線的角柱係由兩根斜度相同之桿AB与AC所構成, 兩桿在頂点用鉸鏈相連接。角 $BAC = 30^\circ$ 。电桿支持二水平电線AD与AE, 兩者互成直角。每根电線上的張力为100公斤。設平面BAC恰好等分角DAE, 並略去电桿之重, 試求桿的內力。

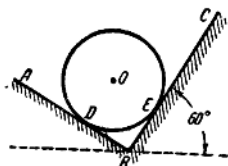


題 27 附图

28. 均質球O掛在繩索AC上,並緊靠在鉛垂光滑的牆AB上。繩索與牆間的交角為 α ,球重為P。求繩索的張力T和球對牆的壓力Q。



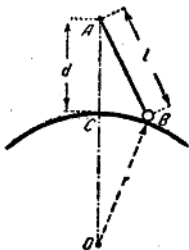
題 28 附图



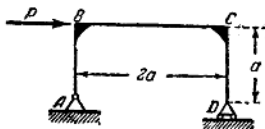
題 29 附图

29. 在兩互相垂直的光滑斜面AB與BC上放一均質球O,其重為6公斤,如已知斜面BC與水平面間的角度為 60° 的求球對每一斜面的壓力。

30. 重為P的小球B用細繩AB掛在固定點A上,同時小球又擱置在半徑為r的光滑球面上;A點到球面的距離 $AC=d$,細繩長 $AB=l$,直線AO沿鉛垂方向。小球的半徑略去不計。求細繩的張力T和球面的反作用力Q。



題 30 附图

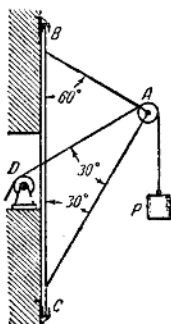


題 31 附图

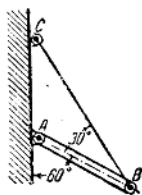
31. 求圖示的鋼架由於作用在B點的水平力P所發生的支座反作用力 R_A 和 R_{E0} 。鋼架的重量略去不計。

32. 商用起重機ABC藉跨過滑車A與滑車D的鏈索吊起重物P=2噸。滑車D固定在牆上，角CAD=30°。起重機桿間的交角為：ABC=60°，ACB=30°。

求桿AB與AC內的應力 Q_1 與 Q_2 。



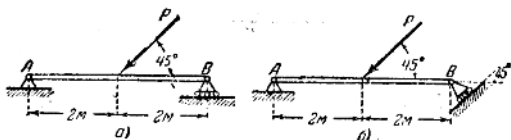
題 32 附圖



題 33 附圖

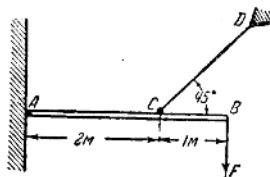
33. 均質的桿AB用鉸鏈A固定在鉛垂牆上，並用繩子BC吊住，使桿與鉛垂線成60°的角。繩子與桿的交角為30°。如已知桿重2公斤，求鉸鏈反作用力R的大小和方向。

34 樑AB在支座A上用鉸鏈固定，而在B端則擱置在滾子上。在樑的中點作用一力P=2噸，力和樑的軸線成45°的角。樑的重量略去不計。按圖示尺寸求在a與b兩種情況下的支座反作用力。

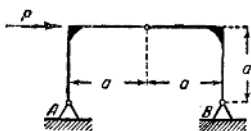


題 34 附圖

35 樑AB用桿CD支持於水平位置；在A、C與D各点的連接均為鉸鏈。如在樑的端点作用鉛垂力 $F=5$ 噸，求支点A與D的反作用力。尺寸如圖所示。重量略去不計。



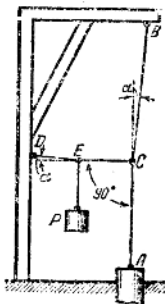
題 35 附图



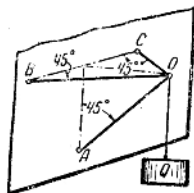
題 36 附图

36 求圖示的三鉸拱架在水平力 P 的作用下所產生的支座A點與B點的反作用力。重量略去不計。

37 為了把木樁從地上拔出，工人在木樁A點上繫一繩索；他把繩索的另一端B固定後，又在這繩索的C點上縛上另一繩索；此繩的另一端則固定在D點。於是工人用兩手在E點處拉繩索CD；這時繩索的AC段是鉛垂的，而CE則是水平的；CB段和鉛垂線、DE段和水平線形成相等的角 $\alpha=4^\circ$ （ $\text{ctg}4^\circ=14.3$ ）。如工人體重為80公斤，求繩索CA的張力 T 。



題 37 附图

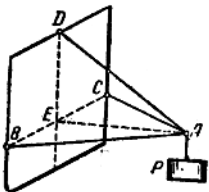


題 38 附图

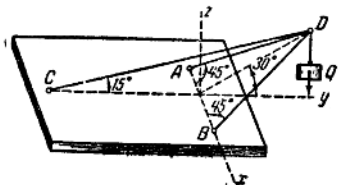
38 重物 $Q=100$ 公斤，為桿AO與兩根等長之水平拉繩BO和CO所支持，桿AO在A點用鉸鏈相接，並與水平成 45° 角。 $\angle CBO = \angle BC$

$\alpha = 45^\circ$ 。求桿的內力 S 及鏈內張力 T 。

39. 如圖所示, $\angle CBA = \angle BCA = 60^\circ$, $\angle EAD = 30^\circ$ 。物重 P 為300公斤。平面 ABC 是水平的。A、B、C各點皆以鉸鏈相連。試求撐桿 AB 與 AC 的內力 S_1 與 S_2 。並求起重機張索 AD 內的張力。



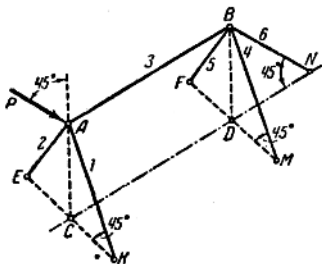
題 39 附圖



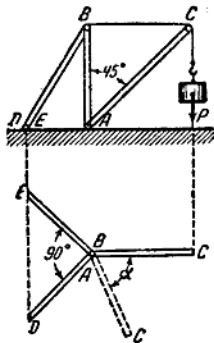
題 40 附圖

40. 重物 Q 重1噸,掛在 D 點,如圖所示。A、B與 D 三點用鉸鏈固定。試求支座A、B與C之反作用力。

41. 圖示一空間桁架,由六桿1、2、3、4、5、6構成。節點A上作用一力 P ,此力在矩形 $ABDC$ 平面內,且與鉛垂直線,CA成 45° 角。 $\triangle EAK = \triangle FBM$ 。等腰三角形 EAK 、 FBM 和 NDB 的頂點A、B和D處皆為直角。若 $P = 1$ 噸,求各桿所受的內力。



題 41 附圖



題 42 附圖

42. 圖示一起重機,已知 $AB = BC = AD = AE$ 。A、B、D和E等點皆以鉸鏈互接。試求鉛垂正柱及各斜杆之內力與 α 角之關係。