

生活百科叢書 9

實用中國菜烹調法

生活百科叢書編譯組 編譯

在土木工程学报三卷四期上，魏链同志发表了“用不平衡力矩与侧力传布法分析跨变刚构”一文。我们认为魏氏所介绍的计称方法，对于分析没有相对竖向位移的跨度刚构是一种精简的方法，但它计称必须考虑相对垂直变位的跨度刚构的内力。似乎必须采取一些辅助手段，这就势必增加工作量。

在魏氏方法的启发下，本文拟讨论用“不平衡竖、侧力与力矩一次传布法”分析有竖向相对变位的跨变刚构的内力。由于水平所限，错误之处，切望同志们不吝指正为幸。

“不平衡竖、侧力与力矩一次传布法”的基本概念是：首先求出各杆件的形常数和载常数，据此求出各结点的形常数的总和，以及各结点的不平衡力矩、不平衡侧力和不平衡垂力。然后从左至右（或从右至左）逐一传布至相邻的其它结点，分别与该结点之原有不平衡力矩、不平衡侧力和不平衡垂力相迭加，求得每一结点的不平衡力矩、不平衡侧力和不平衡垂力总值，进行一次分配，得出各杆端之分配力矩，分配侧力和分配垂力。各杆端之最终力矩、最终侧力和最终垂力分别为：

- a) 最终力矩 = 定端力矩 + 传布力矩 + 分配力矩
- b) 最终侧力 = 定端侧力 + 传布侧力 + 分配侧力
- c) 最终垂力 = 定端垂力 + 传布垂力 + 分配垂力

本法仍居于一次分配的范畴，所得计称结果为精确值。本文中所提出的计称公式，若垂直变位为零，即可简化成魏氏公式。

一、符号规定：

力矩：对杆端而言，以顺时针向者为正，反之为负；对结点而言则相反。

侧力：对杆端而言，以向右者为正，反之为负；对结点而言则相反。

垂力：对杆端而言，以向上者为正，反之为负；对结点而言则相反。

变位：角变以顺时针向为正，反之为负；侧移以向右为正，反之为负；竖移以向上为正，反之为负。

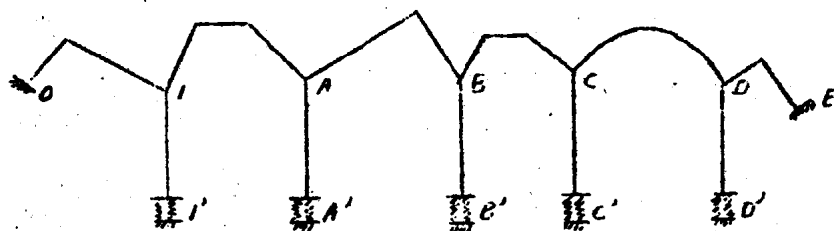


图 1

二、代号说明

设图 1 示任一有变位之跨变刚构，BC 为其中任一跨变横梁，其各项代号的含义如下：

S_{CB} —— 抗挠刚度 —— BC 杆 B 端固定，C 端无垂变和跨变，而仅有单位正向角变时，C 端所必需施加之力矩。其因次为力矩。

C_{CB} —— 传递系数 —— BC 杆 B 端固定，C 端无垂变和跨变，但有角变时，B 点力矩与 C 点力矩之比。通常称为由 C 至 B 之力矩传递系数。

J_{CB}^{Δ} —— 抗侧移刚度 —— B 端固定，C 端无垂变和角变，

而仅有单位正向侧移时，C端所需施加之侧力。其因次可用力/长度。

$T_{CB}^{\theta\Delta} = T_{CB}^{\Delta\theta}$ ——侧角相干系数——BC杆，B端固定，C端无垂变和角变，而仅有单位正向侧移时，在C端所引起的力矩。或BC杆，B端固定，C端无垂变和跨变而仅有单位正向角变时，在C端所引起的侧力。其因次为力矩（或力）。由马氏互等定理知其必相等。

$T_{CB}^{\delta\theta} = T_{CB}^{\theta\delta}$ ——竖角相干系数——BC杆，B端固定，C端无跨变和角变，而仅有单位正向垂变时，在C端所引起的力矩。或BC杆，B端固定，C端无跨变和垂变，而仅有单位正向角变时，在C端所引起的垂力。其因次为力矩（或力）。由马氏互等定理知其必相等。

J_{CB}^{δ} ——抗竖移刚度——BC杆，B端固定，C端无跨变和角变，而仅有单位正向垂变时，在C端所需施加之垂力。其因次可用力/长度。

$T_{CB}^{\Delta\delta} = T_{CB}^{\delta\Delta}$ ——竖移相干系数——BC杆，B端固定，C端无跨变和角变，而仅有单位正向垂变时，在C端所引起的侧力。或BC杆，B端固定，C端无角变和垂变，而仅有单位正向侧移时，在C端所引起的垂力。其因次均为力。由马氏互等定理知其必相等。

若图1中，BC杆的B端并非固定，但系因左边所有各杆的作用，而为弹性约束，则上述的 S_{CB} ， J_{CB}^{Δ} ， J_{CB}^{δ} ， $T_{CB}^{\theta\Delta}$ ， $T_{CB}^{\Delta\theta}$ ， $T_{CB}^{\delta\theta}$ ， $T_{CB}^{\theta\delta}$ ， $T_{CB}^{\delta\Delta}$ 应分别变为 S_{CB}' ， $J_{CB}^{\Delta'}$ ， $J_{CB}^{\delta'}$ ， $T_{CB}^{\theta\Delta'}$ ， $T_{CB}^{\Delta\theta'}$ ， $T_{CB}^{\delta\theta'}$ ， $T_{CB}^{\theta\delta'}$ ， $T_{CB}^{\delta\Delta'}$ 。其名称上各加“参正”二字。

$\sum S_{CB}'$ ， $\sum J_{CB}^{\Delta'}$ ， $\sum J_{CB}^{\delta'}$ ， $\sum T_{CB}^{\theta\Delta'}$ ， $\sum T_{CB}^{\Delta\theta'}$ ， $\sum T_{CB}^{\delta\theta'}$ ， $\sum T_{CB}^{\theta\delta'}$ ， $\sum T_{CB}^{\delta\Delta'}$ 分别表示结点C周围各杆端参正抗挠刚度，参正抗侧移刚度，参正抗竖移侧度，参正侧角相干系数，参正竖角相干系数，参正竖侧相干系数之

总和，例如：图1中 $\Sigma S'_c = S'_{cb} + S'_{cc} + S'_{cd}$ ，其余类推。

$\Sigma S'_{c(B)}$, $\Sigma T'^{\Delta}_{c(B)}$, $\Sigma J'^{\delta}_{c(B)}$, $\Sigma T'^{\Delta\delta}_{c(B)}$, $\Sigma \delta'_{c(B)}$, $\Sigma J'^{\Delta\delta}_{c(B)}$ ，分别表示结点C周围各杆之参正抗挠刚度，参正抗侧移刚度，参正抗豎移刚度，参正侧角相干系数，参正豎角相干系数，参正豎侧相干系数之总和。唯其中CB杆之B端仍假设为固定，而不采用其参正值。

例如 $\Sigma S'_{c(B)} = S'_{cb} + S'_{cc} + S'_{cd}$ ，其余类推。

C^{00}_{BC} —— 表示由结点B至C的角变传布系数。即结点B无垂变和跨变，仅有单位正向角变时，所引起结点C之角变。

$C^{0\Delta}_{BC}$ —— 表示由结点B至C的角变与侧移之交互传布系数。即结点B无跨变和垂变，仅有单位正向角变时所引起结点C之侧移。

$C^{0\delta}_{BC}$ —— 表示由结点B至C的角变与垂变之交互传布系数。即结点B无跨变和垂变，仅有单位正向角变时所引起结点C之垂变。

$C^{\Delta\Delta}_{BC}$ —— 表示由结点B至C之侧移传布系数。即结点B无垂变和角变，仅有单位正向侧移时，所引起结点C之侧移。

$C^{\Delta\delta}_{BC}$ —— 表示由结点B至C的侧移与角变交互传布系数。即结点B无垂变和角变，仅有单位正向侧移时，所引起结点C之角变。

$C^{\delta\delta}_{BC}$ —— 表示由结点B至C的侧移与垂变之交互传布系数。即结点B无垂变和角变，仅有单位正向侧移时，所引起结点C之垂变。

C^{ss}_{BC} —— 表示结点B至C的豎移传布系数。即结点C无角变和侧移，而仅有单位正向垂变时，所引起C点之垂变。

$C^{\delta s}_{BC}$ —— 表示结点B至C的豎角交互传布系数，即结点B无角变及侧移，而仅有单位正向垂变时，所引起C点之角变。

$C_{BC}^{\delta\Delta}$ —— 表示结点 B 至 C 的垂变与侧移交互传播系数。即结点 B 无角变及侧移，而仅有单位正向垂变时，所引起 C 点之侧移。

以上九种情况，结点 C 均系受弹性约束。

$C_{BC}^{\theta\theta}$, $C_{BC}^{\theta\Delta}$, $C_{BC}^{\theta\delta}$, $C_{BC}^{\Delta\theta}$, $C_{BC}^{\Delta\Delta}$, $C_{BC}^{\Delta\delta}$, $C_{BC}^{\delta\theta}$, $C_{BC}^{\delta\Delta}$, $C_{BC}^{\delta\delta}$ ，可统称为结点 B 至 C 之形变传播系数。

以上各代号中，跨变横梁及其它杆件 弹性常数 S , T , J 及 C 诸值的求取，不在本文内研讨。至于修正弹性常数 S' , T' , J' 各值以及结点的形变传播系数 $C_{BC}^{\theta\theta}$, $C_{BC}^{\theta\Delta}$, $C_{BC}^{\theta\delta}$, $C_{BC}^{\Delta\theta}$, $C_{BC}^{\Delta\Delta}$, $C_{BC}^{\Delta\delta}$, $C_{BC}^{\delta\theta}$, $C_{BC}^{\delta\Delta}$, $C_{BC}^{\delta\delta}$ 九个数值，本文第四节将予研讨和推求。

三. 有垂变之跨变横梁一般性角变位移方程

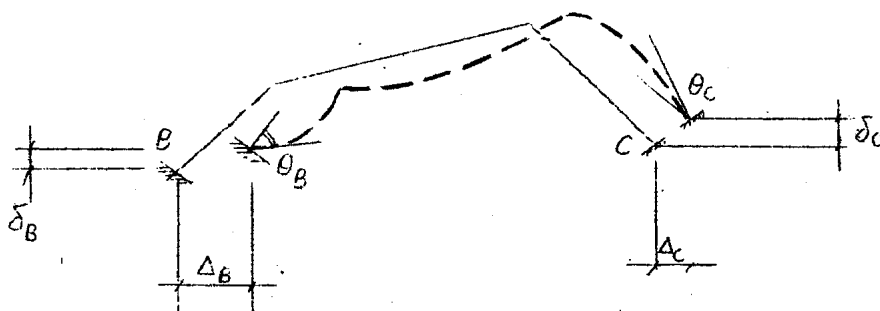


图 2

图 2 示一不对称之跨变横梁 BC，设其两端 B 及 C 各有角变 θ_B , θ_C ，侧移 Δ_B , Δ_C 以及垂变 δ_B 和 δ_C 。则利用上节所规定各代号之定义，便可写出其一般性的角变位移方程如下：《导引过程可参阅蔡方荫所著、变截面刚构分析续篇一书》

B 端:

$$M_{BC} = S_{BC}(\theta_B + C_{BC}\theta_C) + T_{BC}^{\Delta\theta}(\Delta_B - \Delta_C) + T_{BC}^{\delta\theta}(\delta_B - \delta_C) + M_{BC}^F \quad (1)$$

$$H_{BC} = J_{BC}^{\Delta}(\Delta_B - \Delta_C) + T_{BC}^{\theta\Delta}\theta_B - T_{BC}^{\theta\Delta}\theta_C + T_{BC}^{\delta\Delta}(\delta_B - \delta_C) + H_{BC}^F \quad (2)$$

$$V_{BC} = J_{BC}^{\delta}(\delta_B - \delta_C) + T_{BC}^{\theta\delta}\theta_B - T_{BC}^{\theta\delta}\theta_C + T_{BC}^{\Delta\delta}(\Delta_B - \Delta_C) + V_{BC}^F \quad (3)$$

C 端:

$$M_{CB} = S_{CB}(\theta_C + C_{CB}\theta_B) + T_{CB}^{\Delta\theta}(\Delta_C - \Delta_B) + T_{CB}^{\delta\theta}(\delta_C - \delta_B) + M_{CB}^F \quad (1a)$$

$$H_{CB} = J_{CB}^{\Delta}(\Delta_C - \Delta_B) + T_{CB}^{\theta\Delta}\theta_C - T_{CB}^{\theta\Delta}\theta_B + T_{CB}^{\delta\Delta}(\delta_C - \delta_B) + H_{CB}^F \quad (2a)$$

$$V_{CB} = J_{CB}^{\delta}(\delta_C - \delta_B) + T_{CB}^{\theta\delta}\theta_C - T_{CB}^{\theta\delta}\theta_B + T_{CB}^{\Delta\delta}(\Delta_C - \Delta_B) + V_{CB}^F \quad (3a)$$

在以上六个方程式中, 若 $\delta_B = \delta_C = 0$, 则 (1) 与 (2) 及 (1a) 与 (2a) 便成了 B 与 C 两端无垂变时的跨变横梁一般性角变位移方程式。

四、形变传播系数及修正弹性常数之推求

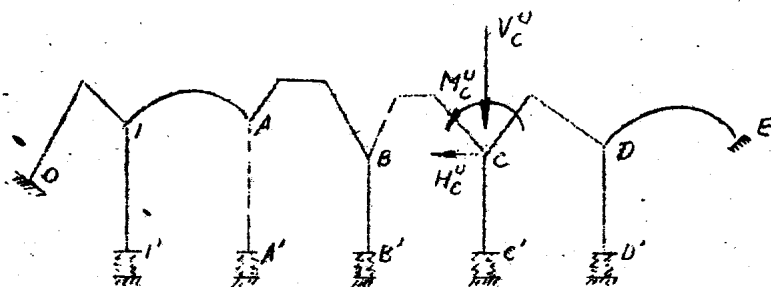


图 3

1. 由图 3 所示有相对垂变之跨变刚构的结点 C, 在不均衡力矩 M_C^U , 不均衡侧力 H_C^U 及不均衡垂力 V_C^U 的作用下。假设结点 C 因此所产生的角变为 θ_C , 侧移为 Δ_C 及垂变为 δ_C , 利用结点 C

的平衡条件，可立得如下的三个联立方程：

$$\begin{cases} \theta_c \Sigma S'_c + \Delta_c \Sigma T'_c + \delta_c \Sigma T'_c + M_c^U = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \theta_c \Sigma T'_c + \Delta_c \Sigma J'_c + \delta_c \Sigma T'_c + H_c^U = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \theta_c \Sigma T'_c + \Delta_c \Sigma T'_c + \delta_c \Sigma J'_c + V_c^U = 0 \end{cases} \quad (6)$$

由⑥式得
$$\delta_c = \frac{V_c^U + \theta_c \Sigma T'_c + \Delta_c \Sigma T'_c}{\Sigma J'_c} \quad (7)$$

令 $m_c = \frac{\Sigma T'_c}{\Sigma J'_c}$ $n_c = \frac{\Sigma T'_c}{\Sigma J'_c}$ 则⑦式可改写为

$$\delta_c = -\frac{V_c^U}{\Sigma J'_c} - m_c \theta_c - n_c \Delta_c \quad (7)$$

将 δ_c 值代入④式及⑤式中得

$$\theta_c (\Sigma S'_c - m_c \Sigma T'_c) + \Delta_c (\Sigma T'_c - n_c \Sigma T'_c) - m_c V_c^U + M_c^U = 0 \quad (8)$$

$$\theta_c (\Sigma T'_c - n_c \Sigma T'_c) + \Delta_c (\Sigma J'_c - n_c \Sigma T'_c) - n_c V_c^U + H_c^U = 0 \quad (9)$$

令 $D'_c = (\Sigma S'_c - m_c \Sigma T'_c)(\Sigma J'_c - n_c \Sigma T'_c) - (\Sigma T'_c - n_c \Sigma T'_c)^2$ (10)

解⑧式及⑨式得

$$\theta_c = \frac{-(M_c^U - m_c V_c^U)(\Sigma J'_c - n_c \Sigma T'_c) + (H_c^U - n_c V_c^U)(\Sigma T'_c - n_c \Sigma T'_c)}{D'_c} \quad (11)$$

$$\Delta_c = \frac{-(H_c^U - n_c V_c^U)(\Sigma S'_c - m_c \Sigma T'_c) + (M_c^U - m_c V_c^U)(\Sigma T'_c - n_c \Sigma T'_c)}{D'_c} \quad (12)$$

当 Δ_c 及 θ_c 值求出后，将其值代入⑦式便可立即求出 δ_c 值来。利用⑦式⑩式及⑪式所求结果，我们就可以逐一的导出

各结点的形变传播系数及各杆端的修正弹性常数的计算公式来。

2. 依据图3. 命结点C为固定, 然后使结点B仅作单位正向角变, 即 $\theta_B = 1$. 由(10)及(11)可分别得 $M_{CB} = S_{CB}C_{CB} = C_{BC}S_{BC}$,

$$H_{CB} = -T_{BC}^{\theta\Delta} \quad V_{CB} = -T_{CB}^{\theta\delta}$$

我们这时再将结点B固定, 放松C点, 将以上各值分别当结点C的不均衡力矩, 不均衡侧力及不均衡垂力代入(1)式和(2)式, 便得结点B有单位正向转角 $\theta_B = 1$ 时「无侧移及垂变」所引起结点C产生的角变及侧移。

$$\theta_C = \frac{-(C_{BC}S_{BC} + M_C T_{CB}^{\theta\Delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta'} - N_C \sum T_{C(B)}^{\delta\Delta'}) + (-T_{BC}^{\theta\Delta} + N_C T_{BC}^{\theta\delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - N_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \quad (12)$$

$$\Delta_C = \frac{(-T_{BC}^{\theta\Delta} + N_C T_{BC}^{\theta\delta})(\sum S_{C(B)}' - M_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'}) + (C_{BC}S_{BC} + M_C T_{BC}^{\theta\delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - N_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \quad (13)$$

最后将 θ_C 及 Δ_C 代入(7)式便立得结点B有单位正向转角即 $\theta_B = 1$ 时, 所引起结点C的垂变

$$\delta_C = \frac{T_{BC}^{\theta\delta}}{\sum J_{C(B)}^{\delta\delta'}} - M_C \theta_C - N_C \Delta_C \quad (14)$$

根据形变传播系数之定义可知, 以上 θ_C 即为 $C_{BC}^{\theta\theta}$; Δ_C 即为 $C_{BC}^{\theta\Delta}$; δ_C 即为 $C_{BC}^{\theta\delta}$ 。

故可立刻写出结点由B至C之角变传播系数和角变与侧移交互传播系数, 以及角变与垂变交互传播系数。即:

$$C_{BC}^{\theta\theta} = \frac{-(C_{BC}S_{BC} + M_C T_{CB}^{\theta\Delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta'} - N_C \sum T_{C(B)}^{\delta\Delta'})}{D'_{C(B)}} + \frac{(-T_{BC}^{\theta\Delta} + N_C T_{BC}^{\theta\delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - N_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \quad (15)$$

$$C_{BC}^{\theta\Delta} = \frac{-(-T_{BC}^{\theta\Delta} + n_c T_{EC}^{\theta\Delta})(\sum S'_{C(B)} - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \frac{(C_{BC} S_{BC} + m_c T_{BC}^{\theta\Delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \quad (14)$$

$$C_{BC}^{\theta\delta} = \frac{T_{BC}^{\theta\delta}}{\sum J_{C(B)}^{\delta}} - m_c C_{BC}^{\theta\theta} - n_c C_{BC}^{\theta\Delta} \quad (15)$$

以上各式中所用代号 « $D'_{C(B)} = (\sum S'_{C(B)} - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})$
 $(\sum J_{C(B)}^{\Delta} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\Delta'}) - (\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})^2 \gg \sum S'_{C(B)}, \sum J_{C(B)}^{\Delta}, \sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'},$
 $\sum T_{C(B)}^{\delta\theta'}$ 等, 是因为导引以上各式时, 是假设结点B为固定端, 而不是弹性约束端。

由于结点C此时产生了角变 $C_{EC}^{\theta\theta}$ 和侧移 $C_{EC}^{\theta\Delta}$, 以及垂变 $C_{BC}^{\theta\delta}$, 这又反过来使BC杆之B端产生了新的力矩, 侧力和垂力。由①②③式知其各值分别为:

$$S_{BC} C_{EC}^{\theta\theta} - T_{EC}^{\theta\theta} C_{BC}^{\theta\theta} - T_{EC}^{\delta\theta} C_{BC}^{\theta\delta}; -T_{CB}^{\theta\Delta} C_{EC}^{\theta\theta} - J_{EC}^{\Delta} C_{BC}^{\theta\Delta} - T_{BC}^{\delta\Delta} C_{BC}^{\theta\delta};$$

$$-T_{CB}^{\theta\delta} C_{BC}^{\theta\theta} - T_{EC}^{\delta\Delta} C_{BC}^{\theta\Delta} - J_{BC}^{\delta} C_{BC}^{\theta\delta}。$$

将以上三值与原来已作用于BC杆B端之力矩 S_{BC} , 侧力 $T_{EC}^{\theta\Delta}$ 以及垂力 $T_{BC}^{\theta\delta}$ 相叠加, 便可立得BC杆B端之修正抗挠刚度, 修正侧角相干系数以及修正竖角相干系数之计算公式如下。

$$S'_{BC} = S_{BC} (1 + C_{BC} C_{EC}^{\theta\theta}) - T_{BC}^{\theta\Delta} C_{EC}^{\theta\theta} - T_{BC}^{\delta\Delta} C_{BC}^{\theta\delta} \quad (16)$$

$$T'_{BC}^{\theta\Delta} = T_{BC}^{\theta\Delta} - T_{CB}^{\theta\Delta} C_{BC}^{\theta\theta} - J_{EC}^{\Delta} C_{BC}^{\theta\Delta} - T_{BC}^{\delta\Delta} C_{BC}^{\theta\delta} \quad (17)$$

$$T'_{BC}^{\theta\delta} = T_{BC}^{\theta\delta} - T_{CB}^{\theta\delta} C_{BC}^{\theta\theta} - T_{BC}^{\delta\Delta} C_{BC}^{\theta\Delta} - J_{BC}^{\delta} C_{BC}^{\theta\delta} \quad (18)$$

3. 当 $\Delta_B = 1$, 则由⑭⑮⑯得:

$$M_{CB} = -T_{CB}^{\theta\theta}, \quad H_{CB} = -J_{CB}^{\Delta} = -J_{BC}^{\Delta}, \quad V_{CB} = -T_{CB}^{\delta\Delta} = -T_{BC}^{\delta\Delta}$$

同上面完全相似的理论 and 导引步骤, 可得结点 B 至 C 之侧移传布系数 $C_{EC}^{\Delta\Delta}$ 和侧移与角变交互传布系数 $C_{EC}^{\Delta\theta}$, 以及侧移与垂变交互传布系数 $C_{EC}^{\Delta\delta}$, 其各计称公式如下:

$$C_{EC}^{\Delta\Delta} = \frac{-(-J_{BC}^{\Delta} + n_c T_{EC}^{\Delta\delta})(\sum S_{C(B)}' - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D_{C(B)}'} + \frac{(-T_{CB}^{\Delta\theta} + m_c T_{EC}^{\Delta\delta})(\sum T_{C(B)}^{\theta\Delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D_{C(B)}'} \quad (19)$$

$$C_{BC}^{\Delta\theta} = \frac{-(-T_{CB}^{\Delta\theta} + m_c T_{BC}^{\Delta\delta})(\sum J_{C(B)}^{\Delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D_{C(B)}'} + \frac{(-J_{BC}^{\Delta} + n_c T_{BC}^{\Delta\delta})(\sum T_{C(B)}^{\theta\Delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D_{C(B)}'} \quad (20)$$

$$C_{BC}^{\Delta\delta} = \frac{T_{EC}^{\Delta\delta}}{\sum J_{C(B)}^{\Delta'}} - m_c C_{EC}^{\Delta\theta} - n_c C_{EC}^{\Delta\Delta} \quad (21)$$

从而可得 BC 杆 B 端之修正抗侧移劲度, 修正侧角相干系数以及修正侧竖相干系数之计称公式, 分别为:

$$J_{BC}^{\Delta'} = J_{BC}^{\Delta} (1 - C_{BC}^{\Delta\Delta}) - T_{CB}^{\Delta\theta} C_{BC}^{\Delta\theta} - T_{BC}^{\Delta\delta} C_{BC}^{\Delta\delta} \quad (22)$$

$$T_{BC}^{\Delta\theta'} = T_{BC}^{\Delta\theta} (1 - C_{BC}^{\Delta\Delta}) + S_{EC} C_{EC} C_{BC}^{\Delta\theta} - T_{BC}^{\Delta\delta} C_{BC}^{\Delta\delta} \quad (23)$$

$$T_{BC}^{\Delta\delta'} = T_{BC}^{\Delta\delta} (1 - C_{BC}^{\Delta\Delta}) - T_{CB}^{\theta\delta} C_{BC}^{\Delta\theta} - J_{BC}^{\delta} C_{BC}^{\Delta\delta} \quad (24)$$

4. 当 $\delta_B = 1$ 则由 (19) (20) (21) 得:

$$M_{CB} = -T_{CB}^{\theta\delta}, \quad H_{CB} = -T_{BC}^{\Delta\delta} = -T_{CB}^{\delta\Delta}, \quad V_{CB} = -J_{CB}^{\delta} = -J_{BC}^{\delta}$$

与上面完全相似的理论 and 导引步骤, 可得结点 B 至 C 之垂变传布系数 $C_{EC}^{\delta\delta}$ 和垂变与角变交互传布系数 $C_{EC}^{\delta\theta}$, 以及垂变与侧

移至互传拂系数 $C_{BC}^{\delta\Delta}$ ，其计标公式如下：

$$C_{BC}^{\delta\Delta} = \frac{-(-T_{EC}^{\delta\Delta} + n_c J_{BC}^{\delta}) (\sum S_{C(E)}' - m_c \sum T_{C(E)}^{\delta\theta'})}{D_{C(E)}'} + \frac{(-T_{CE}^{\theta\delta} + m_c J_{BC}^{\delta}) (\sum T_{C(E)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(E)}^{\delta\theta'})}{D_{C(E)}'} \quad (25)$$

$$C_{BC}^{\delta\theta} = \frac{-(-T_{CE}^{\theta\delta} + m_c J_{BC}^{\delta}) (\sum J_{C(E)}^{\Delta'} - n_c \sum T_{C(E)}^{\delta\theta'})}{D_{C(E)}'} + \frac{(-T_{EC}^{\delta\Delta} + n_c J_{BC}^{\delta}) (\sum T_{C(E)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(E)}^{\delta\theta'})}{D_{C(E)}'} \quad (26)$$

$$C_{BC}^{\delta\delta} = \frac{J_{BC}^{\delta}}{\sum J_{C(E)}^{\delta'}} - m_c C_{BC}^{\delta\theta} - n_c C_{BC}^{\delta\Delta} \quad (27)$$

从而可得，BC杆B端之修正抗竖移劲度，修正竖角相干系数，以及修正竖侧相干系数之计标公式，分别为：

$$J_{BC}^{\delta'} = J_{EC}^{\delta} (1 - C_{BC}^{\delta\delta}) - T_{CB}^{\theta\delta} C_{BC}^{\delta\theta} - T_{BC}^{\Delta\delta} C_{BC}^{\delta\Delta} \quad (28)$$

$$T_{BC}^{\delta\theta'} = T_{BC}^{\delta\theta} (1 - C_{BC}^{\delta\delta}) + S_{BC} C_{BC} C_{BC}^{\delta\theta} - T_{BC}^{\Delta\theta} C_{BC}^{\delta\Delta} \quad (29)$$

$$T_{BC}^{\delta\Delta'} = T_{BC}^{\delta\Delta} (1 - C_{BC}^{\delta\delta}) - T_{CB}^{\theta\Delta} C_{BC}^{\delta\theta} - J_{BC}^{\Delta} C_{BC}^{\delta\Delta} \quad (30)$$

应当指出，公式⑦与公式②，公式⑨与公式⑩，公式⑪与公式⑬，虽然公式的表现形式不同，但计标结果必相等，计标时可供相互校核用。所以以上九个公式实际上只有六个是独立的。

五、不平衡力矩、侧力及垂力之传拂

如图三所示，在结点C上有一不平衡力矩 M_C^U ，不平衡侧力 H_C^U 及不平衡垂力 V_C^U 。假设由结点C向左传拂至BC杆B端之传拂力矩为 M_{BC}^P ，传拂侧力为 H_{BC}^P ，以及传拂垂力为 V_{BC}^P ，等于BC

杆B端为固定端，而结点C之右方所有结点D, E……皆为弹性约束时，在力矩 M_c^u ，侧力 H_c^u 及垂力 V_c^u 作用下，使BC杆B端所产生之力矩、侧力及垂力。其计算公式推导如下：

设在不均衡力矩 M_c^u ，不均衡侧力 H_c^u 及不均衡垂力 V_c^u 作用下，结点C产生的角变，侧移及垂变分别为 θ_c ， Δ_c 和 δ_c 。

从公式(1)(2)及(7)可得：

$$\theta_c = \frac{-(M_c^u - m_c V_c^u)(\sum J_{c(B)}^A - n_c \sum T_{c(B)}^{\Delta A'}) + (H_c^u - n_c V_c^u)(\sum T_{c(B)}^{\Delta \theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta \theta'})}{D'_{c(B)}} \quad (51)$$

$$\Delta_c = \frac{-(H_c^u - n_c V_c^u)(\sum S'_{c(B)} - m_c \sum T_{c(B)}^{\delta \theta'}) + (M_c^u - m_c V_c^u)(\sum T_{c(B)}^{\Delta \theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta \theta'})}{D'_{c(B)}} \quad (52)$$

$$\delta_c = -\frac{V_c^u}{\sum J_{c(B)}^{\delta}} - m_c \theta_c - n_c \Delta_c \quad (53)$$

$$\text{又由(1)式得传递力矩：} M_{BC}^P = \theta_c S_{BC} C_{BC} - \Delta_c T_{BC}^{\Delta \theta} - \delta_c T_{BC}^{\delta \theta} \quad (54)$$

$$\text{又由(2)式得传递侧力：} H_{BC}^P = -\theta_c T_{CB}^{\Delta \theta} - \Delta_c J_{BC}^{\Delta} - \delta_c T_{BC}^{\delta \theta} \quad (55)$$

$$\text{又由(3)式得传递垂力：} V_{BC}^P = -\theta_c T_{CB}^{\theta \delta} - \Delta_c T_{BC}^{\Delta \delta} - \delta_c J_{BC}^{\delta} \quad (56)$$

a) 将(54)(55)(56)代入(4)式得：

$$M_{BC}^P = \frac{-(M_c^u - m_c V_c^u)(\sum J_{c(B)}^A - n_c \sum T_{c(B)}^{\Delta A'}) + (H_c^u - n_c V_c^u)(\sum T_{c(B)}^{\Delta \theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta \theta'})}{D'_{c(B)}} \times$$

$$S_{BC} C_{BC} + \left[\frac{-(H_c^u - n_c V_c^u)(\sum S'_{c(B)} - m_c \sum T_{c(B)}^{\delta \theta'})}{D'_{c(B)}} + \frac{(M_c^u - m_c V_c^u)(\sum T_{c(B)}^{\Delta \theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta \theta'})}{D'_{c(B)}} \right] \times T_{BC}^{\Delta \theta} + \frac{T_{BC}^{\theta \delta} V_c^u}{\sum J_{c(B)}^{\delta}} +$$

$$\frac{-(M_c^u - m_c V_c^u)(\sum J_{c(B)}^A - n_c \sum T_{c(B)}^{\Delta A'}) + (H_c^u - n_c V_c^u)(\sum T_{c(B)}^{\Delta \theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta \theta'})}{D'_{c(B)}} \times$$

$$m_c T_{BC}^{\theta\delta} + \left[\frac{-(H_c^u - n_c V_c^u)(\sum S'_{c(B)} - m_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta})}{D'_{c(B)}} + \frac{(M_c^u - m_c V_c^u)(\sum T_{c(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{c(B)}} \right] n_c T_{BC}^{\theta\delta}$$

将上式展开，并合并整理得

$$\begin{aligned} M_{BC}^P = & \frac{1}{D'_{c(B)}} M_c^u \left[(-S_{BC} C_{BC} - m_c T_{BC}^{\theta\delta})(\sum J_{c(B)}^{\Delta} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'}) + (-T_{BC}^{\Delta\theta} + \right. \\ & \left. n_c T_{BC}^{\theta\delta})(\sum T_{c(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'}) \right] + \frac{1}{D'_{c(B)}} H_c^u \left[(S_{BC} C_{BC} + m_c T_{BC}^{\theta\delta}) \right. \\ & \left. (\sum T_{c(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'}) + (T_{BC}^{\Delta\theta} - n_c T_{BC}^{\theta\delta})(\sum S'_{c(B)} - m_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'}) \right] \\ & + V_c^u \left\{ \frac{T_{BC}^{\theta\delta}}{\sum J_{c(B)}^{\delta\theta'}} + m_c \left[\frac{(S_{BC} C_{BC} + m_c T_{BC}^{\theta\delta})(\sum J_{c(B)}^{\Delta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{c(B)}} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{(T_{BC}^{\Delta\theta} - n_c T_{BC}^{\theta\delta})(\sum T_{c(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{c(B)}} \right] + n_c \times \right. \\ & \left. \left[\frac{(-T_{BC}^{\Delta\theta} + n_c T_{BC}^{\theta\delta})(\sum S'_{c(B)} - m_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{c(B)}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{(S_{BC} C_{BC} + m_c T_{BC}^{\theta\delta})(\sum T_{c(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{c(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{c(B)}} \right] \right\} \end{aligned}$$

将⑬⑭⑮式代入上式则得：

$$M_{BC}^P = M_c^u C_{BC}^{\theta\theta} + H_c^u C_{BC}^{\Delta} + V_c^u C_{BC}^{\theta\delta} \quad (34)$$

6.2 將 (1) (2) (3) 式代入 (4) 式中得

$$\begin{aligned}
 H_{BC}^P = & \left[\frac{-(H_C^U - m_C V_C^U)(\sum J_{C(B)}^{\Delta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(H_C^U - m_C V_C^U)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] T_{CB}^{\Delta\theta} - \\
 & \left[\frac{-(H_C^U - m_C V_C^U)(\sum S'_{C(B)} - m_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{CB}} + \right. \\
 & \left. \frac{(m_C^U - m_C V_C^U)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] J_{BC}^{\Delta} + \frac{V_C^U T_{BC}^{\delta\Delta}}{\sum J_{C(B)}^{\delta\theta'}} + m_C T_{BC}^{\delta\Delta} \times \\
 & - \frac{(m_C^U - m_C V_C^U)(\sum J_{C(B)}^{\Delta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'}) + (H_C^U - m_C V_C^U)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \\
 & n_C T_{BC}^{\delta\Delta} \left[\frac{-(H_C^U - m_C V_C^U)(\sum S'_{C(B)} - m_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(m_C^U - m_C V_C^U)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right]
 \end{aligned}$$

將上式展開整理合併得

$$\begin{aligned}
 H_{BC}^P = H_C^U & \left[\frac{(-J_{BC}^{\Delta} + n_C T_{BC}^{\delta\Delta})(\sum S'_{C(B)} - m_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(-T_{CB}^{\Delta\theta} + m_C T_{BC}^{\delta\Delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] + \\
 & m_C^U \left[\frac{(-T_{CB}^{\Delta\theta} + m_C T_{BC}^{\delta\Delta})(\sum J_{C(B)}^{\Delta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(-J_{BC}^{\Delta} + n_C T_{BC}^{\delta\Delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_C \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] +
 \end{aligned}$$

$$V_C^u \left\{ \frac{T_{BC}^{\Delta\theta}}{\sum J_{C(B)}^{\delta'}} - m_c \left[\frac{(-T_{CB}^{\Delta\theta} + m_c T_{BC}^{\Delta\theta})(\sum J_{C(B)}^{\Delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\Delta})}{D'_{C(B)}} + \right. \right. \\ \left. \frac{(-J_{BC}^{\Delta} + n_c T_{BC}^{\delta\Delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] + \\ \left. - n_c \left[\frac{(-J_{BC}^{\Delta} + n_c T_{BC}^{\delta\Delta})(\sum S'_{C(B)} - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{(-T_{CB}^{\Delta\theta} + m_c T_{BC}^{\delta\Delta})(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] \right\}$$

将 (19) (20) (21) 各式代入上式即得

$$H_{BC}^P = H_C^u C_{BC}^{\Delta\Delta} + M_C^u C_{BC}^{\Delta\theta} + V_C^u C_{BC}^{\delta\delta} \quad (22)$$

C). 将 (21) (22) (23) 代入 (20) 式得:

$$V_{BC}^P = \left[\frac{(M_C^u - m_c V_C^u)(\sum J_{C(B)}^{\Delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\Delta}) + (H_C^u - n_c V_C^u)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \times \right. \\ \left. T_{CB}^{\delta\delta} - \frac{(H_C^u - n_c V_C^u)(\sum S'_{C(B)} - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'}) + (M_C^u - m_c V_C^u)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \times \right. \\ \left. T_{BC}^{\Delta\delta} + \frac{V_C^u J_{BC}^{\delta}}{\sum J_{C(B)}^{\delta'}} - m_c J_{BC}^{\delta} \left[\frac{-(M_C^u - m_c V_C^u)(\sum J_{C(B)}^{\Delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\Delta})}{D'_{C(B)}} + \right. \right. \\ \left. \frac{(H_C^u - n_c V_C^u)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] - n_c J_{BC}^{\delta} \\ \left. \frac{-(H_C^u - n_c V_C^u)(\sum S'_{C(B)} - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'}) + (M_C^u - m_c V_C^u)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right]$$

将上式展开，并合并和整理后可得：

$$\begin{aligned}
 V_{BC}^P = V_C^U & \left\{ \frac{J_{BC}^\delta}{\sum J_{C(B)}^\delta} - m_c \left[\frac{-(-T_{CB}^{\theta\delta} + m_c J_{BC}^\delta)(\sum J_{C(B)}^{\delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \right. \\
 & \left. \frac{(-T_{BC}^{\Delta\delta} - n_c J_{BC}^\delta)(\sum T_{C(B)}^{\theta\Delta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta})}{D'_{C(B)}} \right] - n_c \times \\
 & \left. \frac{-(-T_{BC}^{\Delta\delta} + n_c J_{BC}^\delta)(\sum S'_{C(B)} - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(-T_{CB}^{\theta\delta} + m_c J_{BC}^\delta)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right\} + \\
 & M_C^U \cdot \left[\frac{-(-T_{CB}^{\theta\delta} + m_c J_{BC}^\delta)(\sum J_{C(B)}^{\Delta} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\Delta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(-T_{CB}^{\theta\delta} + m_c J_{BC}^\delta)(\sum T_{C(B)}^{\theta\theta'} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right] + \\
 & H_C^U \cdot \left[\frac{-(-T_{BC}^{\Delta\delta} + J_{BC}^\delta)(\sum S'_{C(B)} - m_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} + \right. \\
 & \left. \frac{(-T_{CB}^{\theta\delta} + m_c J_{BC}^\delta)(\sum T_{C(B)}^{\Delta\theta} - n_c \sum T_{C(B)}^{\delta\theta'})}{D'_{C(B)}} \right]
 \end{aligned}$$

将 (26) (27) (28) 各式代入上式即得：

$$V_{BC}^P = V_C^U C_{BC}^{\delta\delta} + M_C^U C_{BC}^{\delta\theta} + H_C^U C_{BC}^{\delta\Delta}$$

(29)