

桂林冶金地质学院



第九辑  
地球物理勘探

503  
94  
3128

1983年8月

## 目 录

1. 欧拉法深度估计 ——根据磁测数据借助计算机作深度估计的一种新技术……	(1)
2. 均匀各向异性半空间上直流电法同线电极装置的勘探深度……	(11)
3. 隐伏球体的IP异常 ——良导性块状矿体模型……	(33)
4. 位场资料的约束反演……	(47)
5. 金属矿地球物理的发展……	(64)
6. 板状体磁异常解释的一种新方法 ——合成梯度法……	(70)
7. 电阻率模型实验中的表面极化效应……	(82)
8. 使用希尔伯特变换解释某些二度磁性体……	(96)
9. 利用马奎特算法进行厚岩脉磁异常频率域最小二乘法反演 .....	(115)
10. 包含有一层导电率呈指数变化的多层大地的视电阻率公式 .....	(123)

# EULDPh: 欧拉法深度估计

——根据磁测数据借助计算机作深度估计的一种新技术

D.T. 汤普森

(美国 匹兹堡 海湾研究与开发公司)

## 摘要

本文叙述根据大批磁测数据快速作出深度估计的方法。这种方法所依据的是 Euler 的齐次关系式(因此将这种方法缩写为EULDPh)，与目前通用的估计深度的方法之差别在于，它无须假定基本地质模型。因此，EULDPh 较之于那些与特定模型有关的方法，能够应用于更多的地质情况。为提高本方法的这种灵活性，要加重解释人员的负担。EULDPh 结果的成功解释，部分取决于解释者对等效层概念的直观理解，部分则取决于模型研究方面的经验。文中给出方法的理论基础，计算机算法，及 EULDPh 对于模型和实际数据的一些应用结果。

## 引言

磁测资料的最普遍的应用是估计磁源顶部的深度。对于油气探查，通常是确定沉积层的厚度；对于金属矿产探查，深度估计通常是确定含磁性矿物的矿体的深度。由于磁测资料这方面应用的重要性，正如自 Peters (1949) 的经典论文发表以来，地球物理文献中的一系列文章所表明的那样，人们不断致力于研制更好的方法，以根据磁测资料得到准确的深度估计。

本文叙述一种为了根据磁测数据进行深度估计而研制出的方法，它使用一种与已发表的大部分方法非常不同的概念。这里所报告的基于 Euler 齐次方程的方法(缩写为EULDPh)，除了得出深度估计外，还得出一种“构造指数”。同时应用构造指数和深度估计，能够对于像断层，磁性接触界面，岩脉，喷出岩体等等各种地质构造进行鉴别和估计深度。

EULDPh 属于常常称作“自动”深度估计法的那一类方法。这些方法是为了借助于计算机对大批磁测数字资料作分析而设计的，与利用经验法则、特征曲线、或迭代即反演曲线拟合的那样一些方法不同，那些方法在根据少量的数据对孤立异常作较详细分析时是有效的。所谓的自动解释方法则用于大批数据的快速分析，这类方法通常直接对数字记录的野外资料进行运算。

文献中已报导过几种借助于计算机的自动深度估计方法。O'Brien (1972) 报告了一种实

质上是确定多边形模型角点位置的方法。Koulomzine等(1970)和Naudy(1971)叙述了一种利用垂直棱柱和薄板模型的方法。最成功的方法是通称为Wener褶积的方法。这种方法是由Wener(1953)最初提出来的。他指出，对于一个二度薄岩脉，其简化方程可以写成该岩脉参数的线性式。通过沿磁测剖面选择适当数目的点，可以作出一个线性方程组，此方程组的解便给出该岩脉的位置。Hartman等(1971)利用总磁场强度的垂直和水平微商，把Wener方法推广到包括分析磁性层的各种错断情况。由于这些方法以及美国空探公司(Aere Service)在其它方面的明显进展，Wener方法被一些石油和矿产公司广泛应用于分析磁测资料。

EULDPH其潜在的优点是，它不需假设任何特定地质模型。因此，即使在地质体不能用一些棱柱或厚板来适当表示时，也能应用EULDPH并作出推断。此外，在已发表的自动深度估计方法中，EULDPH是理论上可直接应用于平面网格磁测数据的唯一方法。

在整个以下的讨论中，我要强调，EULDPH不是全自动的方法，即它不是根据给出的磁场产生一个地质模型，试图做到这一点的那些方法要作一些限制性很强的假设，并且只能在一些特殊的地质情况下才用得成功。EULDPH无需作任何关于地质模型的假设，因此，这种方法较之于其它方法可应用于更多的地质情况。为提高方法的这种灵活性，解释人员的负担将要加重。在许多情况下，EULDPH剖面的解释几乎是唯一的；有时候，解释者可能需要借助对测区地质情况的了解，以便在EULDPH所指出的两种或多种可能性之间作出选择。

正如所有的定向剖面解释方法一样，由EULDPH剖面所估计的深度，必须根据该剖面相对于磁异常的位置作走向影响校正，或加权改正。

## 理 论

在这一节，将建立EULDPH方法的理论基础，回顾与原理有关的前人的工作，并对所用的实际公式给予详细说明。

### Euler方程

考虑三个笛卡儿坐标  $x, y, z$  的任一函数  $f(x, y, z)$ 。取观测面为  $z = 0$  平面， $z$  向下为正。其次按照惯例， $x$  轴指向北， $y$  轴向东。

如果

$$f(tx, ty, tz) = t^n f(x, y, z) \quad (1)$$

则称函数  $f(x, y, z)$  是  $n$  阶齐次的。此外，可以证明，如果  $f(x, y, z)$  是  $n$  阶齐次的，则满足下列方程：

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = n f \quad (2)$$

此偏微分方程通称为 Euler 齐次方程，或简称为 Euler 方程。

假定  $f(x, y, z)$  的一般函数形式为：

$$f(x, y, z) = \frac{G}{r^N} \quad (3)$$

式中  $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ ,  $N = 1, 2, 3, \dots$ ;  $G$  不依赖于  $x, y, z$ 。显然, 方程(3)是  $n = -N$  阶齐次的。许多简单的点磁源具有方程(3)这样的函数式。这些简单磁源与其磁测数据之间的关系将在下面讨论。

### 构造指数

考虑一个相对于观测平面位于点  $(x_0, y_0, z_0)$  的点源(点质量, 磁偶极子等)。其总磁场强度为

$$\Delta T(x, y) = f[(x - x_0), (y - y_0), z_0] \quad (4)$$

对于(4)式这样的函数, 其 Euler 方程可写成

$$(x - x_0) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial \Delta T}{\partial y} - z_0 \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = -N \Delta T(x, y) \quad (5)$$

三个笛卡儿坐标方向的梯度值, 可利用空间域或波数域的一般位场理论计算出来。在某些情况下, 垂向梯度可能已通过观测而获得, 因而可直接用于方程(5)中。方程(5)可用于平面磁测数据的分析。然而, 我们的注意力将集中在将此式应用于剖面, 即分布在一定方向的直线上的数据。在这种情况下,  $x$  坐标是沿剖面的距离量度, 而  $y$  坐标可沿整个剖面规定为零。

如果现在假定方程(5)中横向梯度( $\partial \Delta T / \partial y$ )为零, 则式(5)中左边第二项恒为零。如果磁异常是二度的, 即异常在剖面的横向一直不变, 则情况很显然就是这样。几乎所有现行的剖面处理和解释手段都作二度假定。然而, 为了消去横向梯度项, 我们只须假定磁异常在剖面的横向对称即可。这是一项较之于二度假定条件其限制性较弱的假定, 因而给解释带来一些便利。Slack 等(1967)在他们关于磁场垂向梯度观测结果之应用的讨论中使用了类似的论断。正如他们所指出的, 与二度假定不同, 磁异常横向对称的假定只在观测到垂向梯度时才带来某种便利。于是, 在这种情况下, 对于剖面数据, 方程(5)简化为

$$(x - x_0) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} - z_0 \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = -N \Delta T(x)$$

将此表达式加以整理得到

$$x_0 \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + z_0 \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = x \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + N \Delta T(x) \quad (6)$$

方程(6)中的导数(即梯度)可以实测得到, 或者更通常地由磁测数据计算出来。如果是由观测的总场  $\Delta T$  计算出垂向导数  $\partial \Delta T / \partial z$ , 则必须作二度磁异常的假定。方程(6)中的未知量只是  $x_0, z_0$  和  $N$ 。坐标  $(x_0, z_0)$  表示等效点源对于剖面的深度和位置, 而  $N$  表示对磁异常模拟得最好的那种磁源的类型。不难证明, 各种简单模型有特定的  $N$  值。表(1)列出了一些简单点源模型的构造指数。这种构造指数也是磁异常随场源深度而变化“陡缓”的量度。许多地质体具有特定的衰减速率即构造指数。例如, 一个垂直磁化的窄二度岩脉, 其构造指数  $N = 1$ , 而一个垂直磁化的接触构造其构造指数小于 0.5。构造指数与实际地质现象之间的这种联系, 构成了 EUDPH 的基础。这方面 Slack 等(1967), Thompson(1973) 及 Briner(1973) 已作过讨论, 下面将进一步加以论述。

表 1 简单模型的构造指数

简单模型	N
线极	1.0
点极	2.0
偶极线	2.0
偶极子	3.0

**方法**

沿磁测剖面三个不同的x坐标点，由这些点上的总磁异常值和求得的导数值，可以精确解出方程(6)得出未知数 $x_0$ 、 $z_0$ 和N。这样，就构成含三个未知数的三个线性方程，如果所确定的系数不为零，原则上就可以解这三个线性方程。

由于下面的三个原因，方程(6)直接用于观测数据，其效果并不好：

(1) 大多数磁异常(即使化到地磁极)往往有高构造指数，即它们是偶极性的。然而，较低的构造指数才会有较好的深度估计。

(2) 很难知道磁异常场 $\Delta T$ 的绝对水平。区域场或邻近磁异常的影响几乎总是存在的。

(3) 对于实际的磁异常，很难用一些点源来精确地模拟。

这些因素使方程(6)的精确解极不可靠和不稳定。已经找出了一些方法来克服这三方面的问题，下面来详细叙述。

促使本方法对低构造指数给出深度估计的问题，是通过对一系列特定的构造指数进行分析来解决的。目前，EULDPH使用如表(2)所给的五个构造指数。在标绘出的计算成果图上，观察构造指数的分组或聚集情况，仍有可能确定哪一个构造指数更适合于给定的磁异常。

表 2 构造指数和用来表示构造指数的符号

构造指数 N	符 号
0.5	□
1.0	○
1.5	*
2.0	△
3.0	+

从观测数据中正确地消除偏差的问题，是用下面的方法来解决的。假定异常场在方程(6)求值的窗内被一常量B所干扰。观测值为

$$T(x) = \Delta T(x) + B \quad (7)$$

这里，B在作分析的那段剖面x坐标范围内为常数。从方程(7)解出 $\Delta T$ ，代入方程(6)，把各项加以整理得到

$$x_0 \frac{\partial T}{\partial x} + z_0 \frac{\partial T}{\partial z} + NB = x_0 \frac{\partial T}{\partial x} NT \quad (8)$$

由于实际磁异常只用一些简单模型去近似，因此对于上述第三个主要问题，通过建立一

个超定线性方程组来解决。如果在剖面的某一窗内的四个或更多的点上计算方程(8)的值，结果就得出一个超定方程组。目前，用到了由七个点构成的算子。然后利用最小二乘法解含三个未知数 $x_0, z_0, B$ 的那七个方程。

超定方程组的最小二乘解还对参数 $z_0$ 的标准差 $\sigma_z$ 作出估计。这个值被看作是深度估计的“误差线”，它是形成某一准则的基础，该准则决定某一深度估计是否保留。

这种方法的结果包括打印的和绘图的两种资料。参照图(1)很容易描述这一方法。对于某一给定的构造指数(比如说 $N = 0.5$ )，剖面窗口长度和窗口位置选定七个数据点，从而解出 $x_0, z_0, \sigma_z$ ，和 $B$ (参见方程(8))。如果满足接受准则，就在 $(x_0, z_0)$ 坐标点标绘出该指数的符号，而以一垂直的误差线来表示 $\pm \sigma_z$ 的值。容易看出，通过一些窗和五种不同指数与整个磁测剖面的褶积，可以作出多种深度估计。依据接受准则，即只有那些在窗内能充分再现观测数据的估计，才予以接受，并作为结果输出。

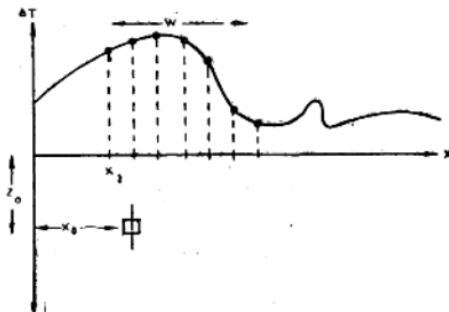


图 1 一个深度估计符号的图解说明

实际采用的接受准则是通过试验来获得的。显然，这种接受准则必然与进行估计的深度有关，因为作较深的深度估计在本质上是把握性较小的。此外，如上所述，大部分地质构造被较高的构造指数较好地模拟，而较低的构造指数通常更直接与地质构造的顶部深度有关。实际的接受容限( $TOL$ )值取决于观测数据的质量，而须由解释者来调整。对于合乎规范的高分辨率的航磁数据，如果满足下列不等式：

$$TOL = 20 \leq \frac{z_0}{N\sigma_z}$$

则某一特定的估计将被接受(对于某一给定的构造指数 $N$ 和窗长度 $W$ )，并标绘成图。

## 解 释

### 一般原理

EULDPH的基本概念是基于等效层的思想。简单地说，等效层的概念就是，一个均匀磁

化的磁常体所产生的磁异常，可以通过适当地在异常体的表面设置磁极分布来准确地加以再现。这样，一个磁性喷出岩体，其上表面就有正的感应磁极分布而下表面则为负的感应磁极分布。在一定距离上，这样一个磁源就具有磁偶极的特性。另一方面，与地壳内的深源相连的磁性侵入岩体，其上表面就有正感应磁极分布，而相应的负感应磁极分布则埋藏得很深，以至对于所测的磁场不发生影响。这样，根据这种很简单的推论，一个侵入岩体就表现为单一的极性。利用简单模型来代表磁源的思想在 Hood(1965), Smellie(1956), Thompson(1973), Briener(1973)以及其它人的文章中都作了表述。

根据位论我们知道，磁场问题的反演解不是单一的。因此，由地下简单磁性模型分布来模拟磁场也不是单一的。EULDPH方法不是试图构造出地下地质情况的磁性模型。它只是通过向解释者提供一系列可能性来帮助他构造出这些模型。EULDPH与其它方法比较，其最大的优点在于，一些简单模型（以构造指数表示）能够分辨和有时能鉴别各种地质情况。换句话说，EULDPH法的运用无需假定地质模型。

### 一些典型磁性构造

图(2)表示一些二度磁性模型及其磁异常曲线。这些模型的异常场是化极后计算出的（不过这并非EULDPH方法的一个限制），选来说明EULDPH方法确定异常体的类型及其深度的能力。

图(2a)表示一个侵入到无磁性岩石中的磁性岩脉。这种符号形迹会使人倾向于取较高的构造指数，因为构造指数为1.5和2.0的符号更集中些。然而，0.5构造指数显然是最好的深度估计量，它与这样一个直观认识是一致的，即感应磁极分布在异常体的上表面。此岩脉的宽度/深度(W/D)为2.0。当岩脉的W/D改变时，EULDPH图形也将改变。对于大的W/D，方法结果所反应出的岩脉好像成了两个磁性接触界面。对于非常窄的岩脉( $W/D < 0.5$ )，其磁异常（化到磁极）可以很好地用一条线极( $N = 1$ )来显示。这些结果与 Slack 等人(1967) 和 Thompson(1973) 所作的讨论完全一致。根据经验，对于侵入岩类的地质体，最好的深度估计是采用0.5的构造指数。

图(2b)表示一个深度/断距为5.0的基岩断层的磁异常及其EULDPH结果。在这种情况下，1.0的构造指数能最好地再现磁异常，这一构造指数符号的高度集中表明了这一点。断层构造的特征是，它的磁场衰减速率比侵入体的要小，高构造指数符号分散而无规律。在此例中，能作出最好的深度估计的也显然是1.0的构造指数。

图(2c)表示一个垂直延深的磁性接触界面。正如 Briener(1973) 所预计的，磁性接触界面的衰减速率非常小，因此很少用高构造指数来描述。这一点根据图(2c)中完全没有1.5, 2.0和2.5这样一些构造指数便得到证明。典型的磁性接触界面的特征是，0.5构造指数模拟磁异常最合适，该构造指数的比较集中表明了这一点。已得出一条经验法则来估计磁性接触界面顶部的深度：从0.5指数确定的深度减去0.5和1.0指数集之间的距离即为所求的深度。磁性接触界面的EULDPH图形是相当清晰的，因此这一经验法则可用来获得对磁性接触界面的深度估计。

图(2)的三个例子并非是要给出可能出现的全部EULDPH结果。实际上，各种构造对EULDPH方法的影响随地质体的几何形状及磁化倾角而略有变化。

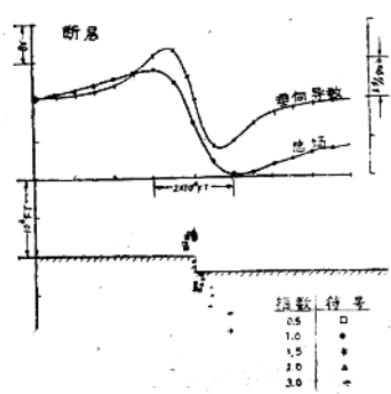
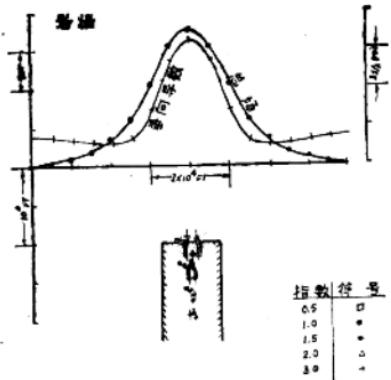
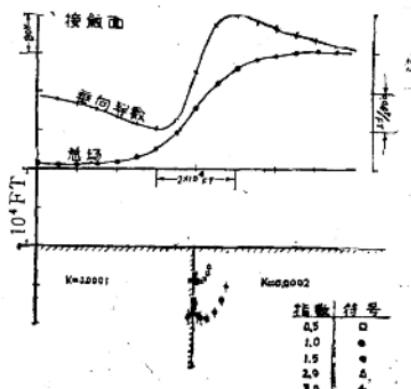


图 2 (a)二度岩脉的EULDPH结果  
(c)二度断层的EULDPH结果



(b)二度接触界面的EULDPH结果

EULDPH 可用于任意倾斜磁化的磁测数据。然而，对于化到地磁极的数据，深度估计通常要更准确。前述Thompson(1973)的论文表明，当磁化倾角减小，简单模型对于异常体的深度估计则往往偏大。因此，如果EULDPH用于磁纬度较低处的数据和化极后的数据，则一般可以预计，用化极数据估计的深度稍浅些而更为准确。任何不符合此规律的现象的出现，均将表明未能实现化磁，即磁性构造不是二度的，或者存在剩磁。

#### 西非的一个实例

图 (3) 表示取自西非近海区的一条高分辨率航磁剖面。该剖面包括从南部的海洋地壳

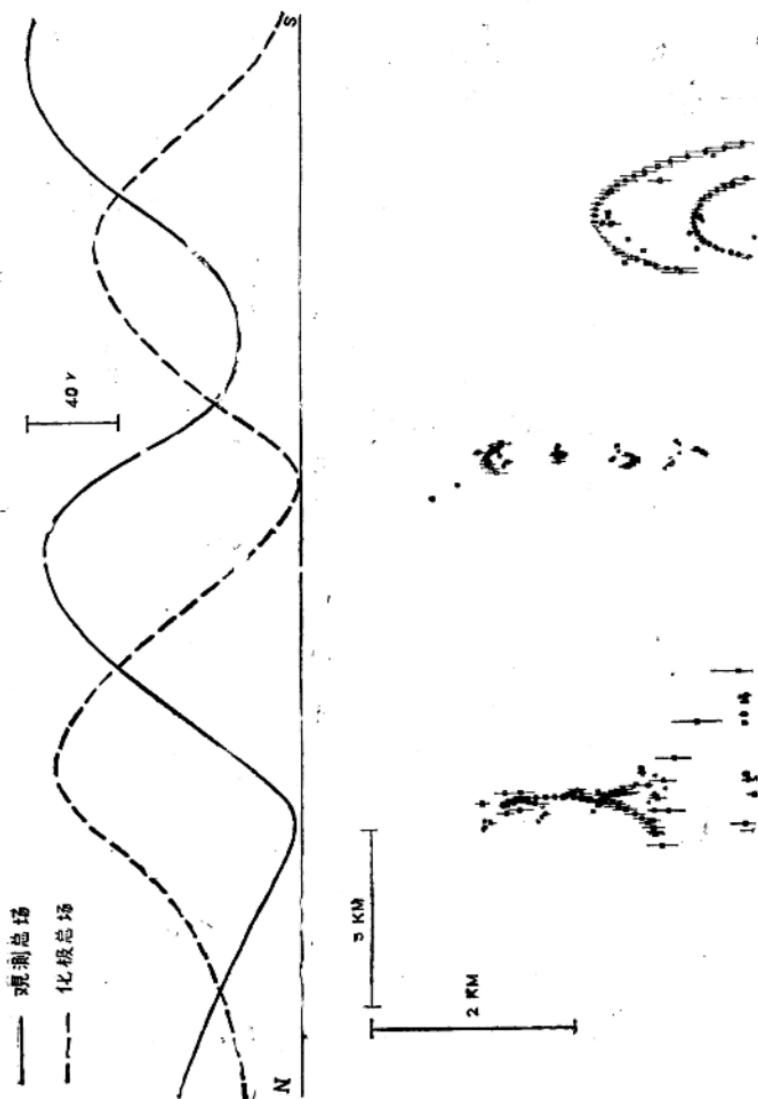


图3 西部的一个航磁观测剖面及其EULDPH结果

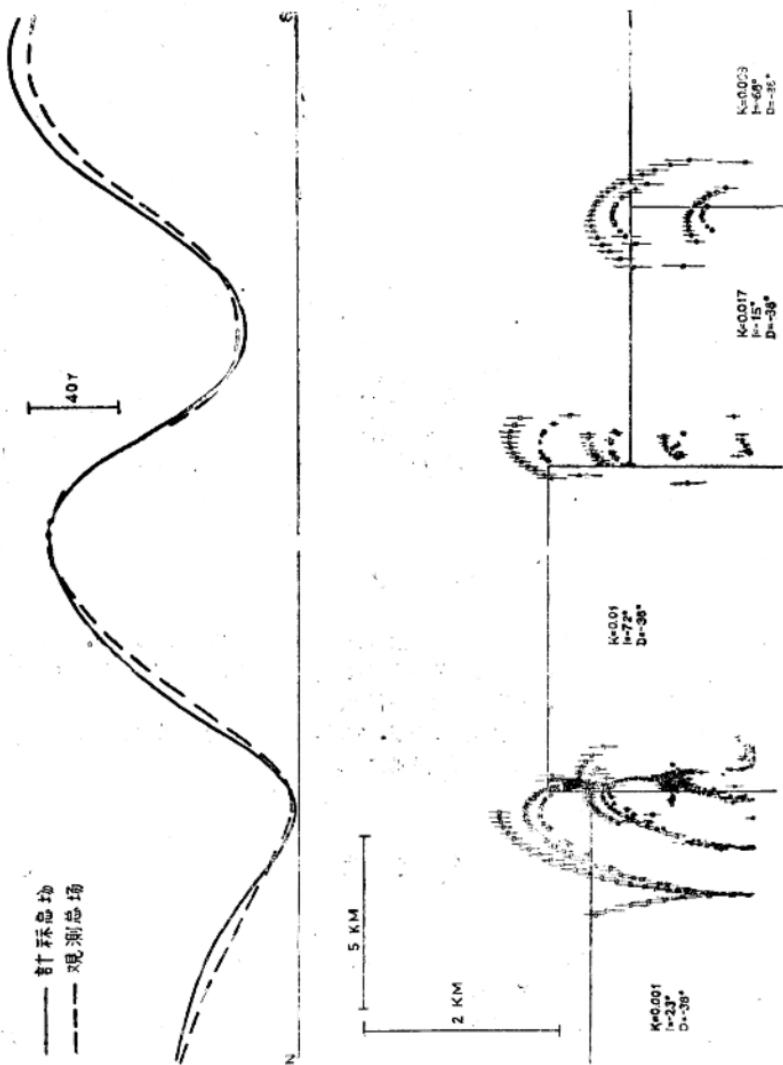


图4 根据图(3)作出的磁性模型的总磁场及EULDPH结果

到北部的大陆地壳这样一个过渡地带。为清晰起见，北部的低值磁异常没有表示在图(3)上。该纬度处的磁倾角为 $-23^{\circ}$ 。图上示出的EULDPH“印刷符号”是用观测数据得出的。根据磁异常的平面特征，从解释的角度来看，该磁源显然可当作二度体。

图(3)上也画出了化到地磁极的数据。由于黑白打印的局限性，不可能区分出化极数据的EULDPH印刷符号(现代化算法用红色标绘出化极数据作出的估计)。指出了下面这一点就足够了：化极数据作出的估计所显示的图形，与根据观测数据得出的EULDPH印刷符号非常类似，但总是较深。由于从整个测区上已知磁异常是二度的，而化极数据作出的估计却比较深，因此，这意味着可能存在剩余磁化。

由一组垂直棱柱构制了一个磁性模型，这些棱柱的边界和深度由图(3)所示的EULDPH印刷符号来控制。在该剖面的中部，一系列估计中好的一组是1.0的构造指数，这意味着可能存在与这组估计有关的值得注意的构造，而剖面南端的那组估计则使人联想到有一磁接性触界面。模型块经剩磁校正后，便得到一个如图(4)所示的令人满意的模型。

图(4)所示的EULDPH结果，是利用磁化倾角为 $-23^{\circ}$ 的模型所计算的磁场数据得出来的。正如图(3)一样，该模型磁场化极后的EULDPH结果一般该用红色来显示。图(4)中所构制出的模型表明，在北部为无磁性的大陆地壳，南部为几个磁性较强的地方——对应于一组正常和反转磁化的地块。图(4)所示的磁化倾角，是每个地块的感磁与剩磁的矢量和的结果。

## 结 论

EULDPH在理论和实效两方面都表现出与现行通用的方法有显著的不同。正如使用所有磁性体深度估计方法一样，必须由在使用上经过训练的解释人员来应用EULDPH方法。一条值得重视的经验是，方法的使用必须得当。

EULDPH方法其最重要的技术限制在于，它对邻近异常的干扰很敏感。当存在邻近异常干扰时，不正确的印刷符号往往出现虚假的聚集。

## 参 考 文 献

(略)

译自 Geophysics Vol.47, No.1, 1982

译者 罗春元

校者 邵孟林

# 均匀各向异性半空间上直流电 法同线电极装置的勘探深度

B.B.Bhattacharya 和 M.K.S.en

## 摘要

勘探深度的定义首先是由Evjen(1938)提出来的。〔后来Roy和Apparao(1971)也用来研究直流电法各种电极装置对均匀各向同性大地的勘探深度〕。我们则用来研究均匀各向异性半空间各种同线电极装置的勘探深度。已经证明，放在均匀各向同性大地上的电极装置的归一化勘探深度特性(NDIC)的表达式，作某些简单变换后，即可获得均匀各向异性大地上相同装置的归一化勘探深度的表达式。各向异性所不同的特点在于均匀各向异性半空间上的同线电极装置的勘探深度与各向异性系数成反比关系，而且还与装置长度和地层面的倾角有关。水平的各向异性的层状地层的各向异性系数的影响最显著，而直立的各向异性的层状地层与各向异性系数无关——这与“各向异性反常”的概念完全一致。放在倾斜地层上的各种同线电极装置勘探深度的值介于在水平的和垂直的层状地层所获得的勘探深度值之间。

## 引言

在用人工场源的直流电法勘探中，在测量电极间测得的电压是整个大地不同深度物质的影响的总和。显然，不同深度的地层对测得的总信号所起的作用并不相等。Evjen(1938)引入了勘探深度的概念，并把它定义为“一水平薄层对地表测得的总信号影响最大的那个深度。”其后，Roy和Apparao(1971)及Roy(1972)用这一定义研究了均匀各向同性介质上用点电源的各种电极装置的勘探深度。

Roy和Apparao(1971)用静电等效性的概念，计算了地下某一特定地层的影响，他们用比例因子 $1/2\pi$ 计算了介质(电介质)的每一单元体积的偶极矩，根据需要获得介质全部作用的正确值作事后的修正。然而，是Koefoed(1972)利用如 $1/2\pi$ 的比例因子进行修正使之具有数学物理基础。

Roy和Apparao(1971)和Roy(1974)还把这种研究推广到用于二层和三层大地模型，Apparao和Gangadhar Rao(1974)利用线电流源研究了均匀各向同性半空间的勘探深度，Edward(1977)证明，归一化勘探深度特征(NDIC)具有确实的有效性和实际的应用，然而，他使用“有效深度”这一术语，并把它定义为“在该深度总信号的一半来源于上面的地层，另一半来源于下面的地层。”

Roy和Apparao(1971)和Roy(1972)指出，放置在均匀各向同性半空间上同线电极装置

的NDIC是装置长度L（最外端的两个作用电极之间的距离）和地层埋深Z的函数，即 $NDIC = f(L, Z)$ 而且电极装置不同，此函数也不同。NDIC为最大时的Z值是该装置的勘探深度。他们的研究结果还表明，二极的电极排列的勘探深度最大，但垂向分辨能力稍低。

前不久，发表了许多文章，谈到存在地球物理的各向异性时能应用于地面和钻孔测量（Kunz和Moran, 1958; Chetaev, 1962, 1966a, b; Zaikovskii等, 1965; O'Brien和Morison 1967; Sinha和Bhattacharya, 1967; Sinha, 1968; Al'tgauzen, 1969; Zhuravlev, 1969; Asten, 1974; Tsang等1974; Moran和Gianzero, 1979）。

我们主要是讨论放在均匀各向同性大地上各种同线电极装置的勘探深度。

### 均匀各向同性半空间

这里所研究的电极装置示于图1，对所有装置而言，L是装置长度，即最外端的两个电极之间距离，放在半无限均匀各向同性介质上各种装置的NDICs表示如下（据Roy和Apparao, 1971）：

#### 温纳装置

$$NDIC = \frac{8LZ \cdot dz}{3} \left[ \frac{1}{(L^2/9 + 4z^2)^{3/2}} - \frac{1}{(4L^2/9 + 4z^2)^{3/2}} \right] \quad (1)$$

#### 施伦贝尔热装置 ( $MN = 0.1L$ )

$$NDIC = 9.9 \cdot LZ \cdot dz \left\{ \frac{1}{(0.45L)^2 + 4z^2}^{3/2} - \frac{1}{(0.55L)^2 + 4z^2}^{3/2} \right\} \quad (2)$$

#### 二级装置

$$NDIC = \frac{4LZ}{(L^2 + 4z^2)^{3/2}} dz \quad (3)$$

#### 轴向偶极装置 ( $L = 1, L_2 = L_3 = 0.2$ ) [在附录A有公式推导，方程(A-1)]

$$NDIC = -0.66Z \cdot dz \left[ \frac{2}{(0.64 + 4z^2)^{3/2}} - \frac{1}{(0.36 + 4z^2)^{3/2}} - \frac{1}{(1 + 4z^2)^{3/2}} \right] \quad (4)$$

#### 单极—偶极装置 ( $L = 1, MN = 0.1$ ) [在附录B有公式推导，方程(B-1)]

$$NDIC = 36Z \cdot dz \left[ \frac{1}{(0.81 + 4z^2)^{3/2}} - \frac{1}{(1 + 4z^2)^{3/2}} \right] \quad (5)$$

其中， $dz$ 是在埋深为Z处的水平薄层的厚度。

方程(1) — (5)表明，均匀各向同性某个地层的归一化影响是装置长度和地层埋深Z的函数，即 $NDIC = f(L, Z)$ ，而且电极装置不同，NDIC不同。

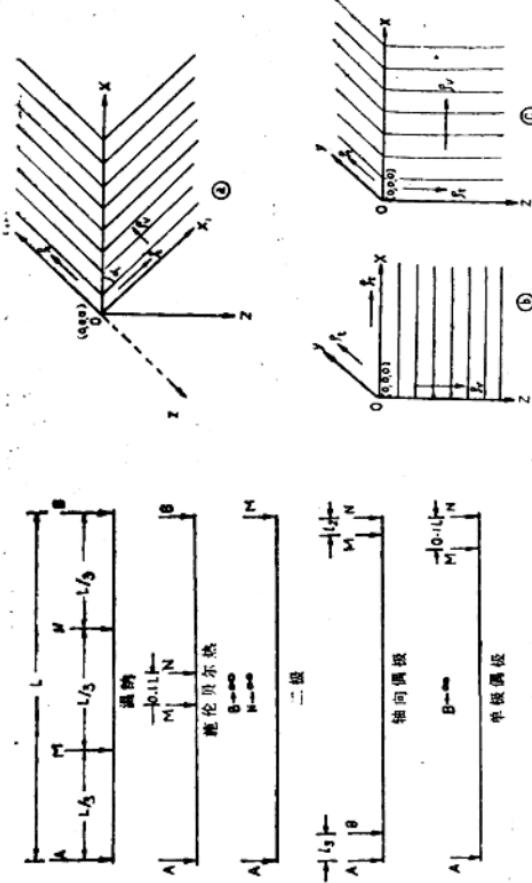


图 1 同轴的电极装置

2 四种向异性半空间。[(a)倾斜地层; x,y,z—  
地层面; xy—空气与大地分界面; □—一层倾角  
(b)水平层 (c)直立层]产生的向异性电阻率。

## 均匀各向异性半空间

如前面所述, Roy 和 Apparao(1971) 和 Roy(1972) 的著作主要讨论的是均匀大地。然而, Roy 和 Apparao(1971) 曾指出, 倘若存在边值问题的理论解, 那么就“可以用这种方法去计算大地(均匀的, 非均匀的, 各向同性的或各向异性的)任一部分对信号的影响。”事实上, Roy 和 Apparao(1971) 和 Roy(1974) 通过对二度和三度地层模型的勘探深度的研究, 把他们的工作推广到非均匀大地。Roy 文章导出的勘探深度概念, 已被用来确定均匀各向异性大地的每一单元体积对总信号(即在地表面测到的电位差)的影响, 为了估算各向异性对勘探深度的影响值, 我们用电阻率为  $\rho_m$  的合适的均匀介质代替各向异性介质。Kunz 和 Moran(1958) 和 Asten(1974) 利用这种等效性分别研究了钻孔电阻率测量和充电法结果的各向异性影响。Asten(1974) 用笛卡尔坐标系首先导出了均匀各向同性半空间  $Z > 0$  的位函数  $V(x, y, z)$ , 由此得出: (1) 电流密度的散度处处为零; (2) 地表面上 ( $Z = 0$ ) 电流密度的法向分量等于零。如果采用一种坐标系统使条件(1) 满足, 那么各向同性的位函数转变为各向异性的位函数。Asten(1974) 进一步证明, 条件(2) 也满足。

进一步假定, 用强度为  $+\rho_m I / 2\pi$  和  $-\rho_m I / 2\pi$  的点电荷分别代替置于电介质半空间的自由表面上强度为  $+I$  和  $-I$  的点电流。因为“实际大地中的稳定电流状态和其电介质中的静电状态具有相同特性”, 如果我们测量静电电位替代测量信号, 那么这样做是容许的。

众所周知的事实是, 成层地层是产生各向异性的原因。各向异性岩层的层面倾角变化范围可以由  $0^\circ$  到  $90^\circ$ , 让我们首先研究层面与水平面成任意角  $\alpha$  的最一般的倾斜地层情况, 其横向电阻率和纵向电阻率分别为  $\rho_a$  和  $\rho_t$ , 而且  $\rho_m = \sqrt{\rho_a \rho_t}$  是均方根电阻率,  $\lambda = \sqrt{\rho_a / \rho_t}$  是各向异性系数。

### 倾斜层理

设测量平面( $xy$  平面)与地层面(图 2)不一致, 如果  $x_1, y_1$  是与水平面成  $\alpha$  角的地层面, 那么, 在点  $(x_1, y_1, z_1)$  处的电位由下式给定

$$V = \frac{\rho_m I}{2\pi} \cdot \frac{1}{(x_1^2 + y_1^2 + \lambda^2 z_1^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (6)$$

把  $x_1 z_1$  平面绕  $y_1$  轴旋转一个角度  $\alpha$ , 便得到下面的变换式:

$$x_1 = x \cos \alpha + z \sin \alpha,$$

$$y_1 = y$$

$$\text{而 } z_1 = -x \sin \alpha + z \cos \alpha$$

那么, 方程(6)可简化为

$$V = \frac{\rho_m I}{2\pi} \left[ \frac{1}{(Ax^2 + y^2 + BZ^2 + 2cxz)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (7)$$

其中,

$$A = \cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha$$

$$B = \sin^2 \alpha + \lambda^2 \cos^2 \alpha \quad (8)$$

$$C = \sin \alpha \cos \alpha (1 - \lambda^2),$$

由方程(8)，可得到下列的关系：

$$A + B = \lambda^2 + 1 \quad (9)$$

和

$$AB - C^2 = \lambda^2$$

现在

$$Ax^2 + Bz^2 + 2cxz = A \left[ \left( x + \frac{C}{A} z \right)^2 + z^2 \left( \frac{AB - C^2}{A^2} \right) \right] = X^2 + Z^2$$

其中

$$\left( x + \frac{C}{A} z \right) \cdot \sqrt{A} = X \quad (10)$$

和

$$\sqrt{\frac{AB - C^2}{A}} \cdot z = Z \quad (11)$$

在方程(11)中利用方程(8)和(9)，便得

$$Z = \frac{\lambda}{(\cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}} \cdot z \quad (12)$$

在方程(7)中利用方程(10)和(11)，便得

$$V = \frac{\rho_m I}{2\pi} \cdot \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (13)$$

方程(13)是位于电阻率为 $\rho_m$ 的半无限均匀各向同性介质上电流强度为I的点电源在点(x, y, z)产生的电位表达式。

因此，把方程(12)代入放在均匀各向同性介质上的各种电极装置的NDIC<sub>s</sub>[方程式(1—5)]表达式，就可以获得层面倾斜的均匀各向异性介质上的各种电极装置的NDIC<sub>s</sub>的表达式。

对于均匀各向同性介质，NDIC = f(L, Z)，所以，对于层面倾斜的均匀各向异性介质，NDIC = ϕ(L, Z) = ϕ(L, α, λ, z)。因此，在这种情况下，勘探深度与装置长度L、地层面的倾角α、地层各向异性系数λ和地层埋深Z有关。这种情况下的各种电极装置的NDIC表达式由以下方程给出。

### 温纳装置

$$\begin{aligned} NDIC &= \frac{8L\lambda^2 Z}{3(\cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha)} \cdot dz \left\{ \frac{1}{\left[ \frac{L^2}{9} + \frac{4\lambda^2 z^2}{(\cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha)} \right]^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\left[ \frac{4L^2}{9} + \frac{4\lambda^2 Z^2}{(\cos^2 \alpha + \lambda^2 \sin^2 \alpha)} \right]^{3/2}} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$