

微型机辅助 建模与仿真

MICROCOMPUTER
AIDED MODELING
AND SIMULATION

专 辑 . 2

VOL . 2



《计算机工程与设计》编辑部

前 言

本专辑是根据美国计算机仿真协会主编的“微计算机辅助建模与仿真”这一论文集译成的,编者根据最近两年发展的新情况又对论文集作了适当的增删。本专辑内容主要涉及两个命题,即微计算机在仿真中的应用及模型建立方法学的发展与当前传统仿真技术的结合。

我们正处于信息革命的时代,自从1946年诞生第一台计算机以来,今天世界上已有了近百万台计算机在运行,平均世界上每4000人有一台计算机,这个增长速度已大大超过了十八世纪那一次技术革命中蒸汽机的增长速度,但是如果观察及注意到这十年来微电子及计算机技术引人注目的变化,即由于LSI技术发展而诞生的微计算机技术的异军突起,那么惊人的事实是自从1971年第一台微型计算机诞生,经过不到15年的时间,今天世界上微机台数已超过1000万台,达到了世界上平均每400人可有一台微计算机。因此,可以说由于微计算机的出现,信息革命含意才真正表现出了它的广度和深度,今天微计算机用于一切领域,包括工业、农业、科研、教育、政府、企业、社会甚至于家庭。因此不可避免的微计算机将会影响到仿真领域并给仿真技术的发展及全面推广带来新的力量。这本专辑的论叙只是反映了这个客观的事实。当然,准确地说,这本专辑仅仅是一个序言,而千百万人的实践将会创造这本“专辑”命题真正的高潮。

本专辑的另一命题涉及到近十年来建模方法学的发展与影响。模型研究方法是人类研究自然界最古老最主要的科学工程方法之一,计算机的出现使模型研究方法产生了革命性的变革,现代仿真技术即计算机仿真技术由此而产生。从第一台模拟机开始算起,计算机仿真技术已有近卅年的历史,但是由于传统的仿真技术主要起源于工程领域,而在工程领域中所研究的对象往往具有白盒的性质;建模过程往往是在结构一级而不是在行为一级进行的;信息源主要来自人类的先验的知识;数据仅用于结果的验证;演绎法成为主要的建模方法。因此,在传统仿真系统中,建模的过程往往不被重视或被忽略。但是,人类的视野正在扩大,人类所关心的问题正在变化。我们正处于一个新的时代,正在把更多的注意力转移到社会、经济、环境、生态等对象和系统上。计算机仿真方法越来越多的能用于这类非工程系统的研究、预测和决策。由于非工程系统多数是复杂的大系统,具有“黑盒”的性质;它的信息源主要来自观测的数据,建模过程必须在行为一级并采用归纳的方法来进行。因此,今天的仿真技术或者说广义的仿真技术,已经不能不把建模过程包括在内。今天,越来越多的论著把建模与仿真相结合,正如这本专辑的主题——微计算机辅助建模与仿真一样,突出了建模的方法学,反映了现代仿真技术发展的这一趋势。

编者在阅读本专辑中得到了许多的启示和教益,我们愿意把它推荐给从事系统仿真、计算机应用、系统研究的科学技术界的同行们。希望能对大家有所启示和帮助。

参加本书翻译的译者名字都注于文后,吴连伟、尉立本、郭宝柱、王佑增、张克文等同志为编辑出版此专辑作了主要的、大量的工作。特此表示感谢。

王正中

目 录

序言

一、模型建立

1. 在微机上仿真动态系统的一个通用程序 (3)
2. 三维稀疏的计算机仿真 (11)
3. 使用稀疏技术的函数发生器 (20)
4. 一维超声流的微机数字仿真 (28)
5. 微型计算机在机翼颤振分析中的应用 (33)
6. 博弈仿真 (39)
7. 乘积最优化技术计算最佳时变增益控制器 (45)
8. 控制系统最优非线性元件的计算 (51)
9. 用微处理器进行线性和非线性控制系统仿真分析 (57)

二、仿真工作站及并行仿真系统

1. 科学家和工程师使用的台式工作站 (69)
2. Dsift并行处理器DPP81: 在仿真以及有关领域中的性质和使用 (76)
3. 微机仿真软件 (100)

三、仿真软件

1. 在IBM个人计算机上用SIMAN语言建立计算机系统模型 (105)
2. 一种用于微型计算机仿真的通用交互式控制程序 (112)
3. S/Pascal—基于Pascal的可移植仿真语言 (116)
4. SIM-BY-INT—下一代仿真语言 (123)
5. CP/M系统中使用的ISIM仿真语言 (128)

四、工程系统建模与仿真

1. 地震信号的微型计算机仿真 (141)
2. m-CPS: 用UCSD-Pascal写成的化学过程仿真程序 (144)
3. 一个太阳能制冷系统热特性的微机仿真 (154)
4. 应用于涡轮风扇发动机的并行非线性仿真技术的实时性能 (161)

五、社会、经济系统建模与仿真

1. TRANSYT: 线路调度与效能测定 (169)
2. MICROPLAN: 一个建立在微机上的交通管理策略生成器 (175)
3. 在微机上模拟哥伦比亚河幼鲑在顺流迁徙过程中的存活问题 (182)
4. 用于培养畜牧生产学生的交互式计算机仿真程序包 (189)
5. 在一个16K微型机上仿真核电厂 (193)
6. Dow Jones工业股票平均指数价格周期的一致性 (200)
7. 在微型计算机上仿真: 用于解决生产管理问题的一个经济方法 (206)

六、其他仿真应用

1. 字符字形仿真系统.....(217)
2. 微型机上的电路分析.....(231)
3. 微处理机仿真.....(244)

一、模 型 建 立

在微机上仿真动态系统的一个通用程序

R. Wade Allen

概要

下面要描述的是在家庭计算机上设计的一个动态系统仿真程序。这个程序构造得适应各式各样的线性和非线性的输入和输出关系，并可在建模中应用根据需要增加新的子程序。模型说明简单地从框图和矩阵公式取得。两个应用模型表示了模型的说明和程序的计算输出。

引言

几个通用的动态系统分析程序已经用于各种大型计算机、小型计算机或高档的微型计算机系统上。(例如CSMP, (1); ACSL, (2))。这些程序一般需要使用特别的硬件和软件资源，并且其费用昂贵。开发这个所讨论的程序的目的是使得在资源有限的家庭计算机上获得类似于CSMP的部分功能。这种程序的设计通常要考虑简单性，具有计算的效率以及使用最小的存储量。

开发这个程序的目的是为了给分析与人机系统有关反馈控制模型提供一个实惠的方法。这个程序提供了一个手段，使用于方便地探讨模型结构的变化和检查所使用的实时仿真算法。使用模块化方法，易于扩展可调用的子程序。所包含的通用的差分方程算法可提供一定范围的线性运算，包括积分、滤波和时间延迟。除了可供选用的强制函数的输入以外，还提供了非线性的运算和准线性的运算。

模型说明要求设计得既简单又方便，模型可以键入，与矩阵或方框图公式同时工作。为了使模型响应曲线形象化而提供了屏幕图形显示。目前的程序是在Atari 400计算机上运行的，该机内存32K，使用Atari BASIC语言，使用一台家用TV进行屏幕编辑和彩色显示，这些都是靠Atari BASIC的命令来实现的。

此程序易于修改，因此适于各种应用。本文叙述了总的程序结构并对某些结构特点的合理性作了说明。程序的研制目前正在进行之中，本文仅对目前的工作进行了讨论。两个模型的例子用来表示模型的说明和典型的计算结果。

程序结构

程序通常可分成主程序、各种模块，模块是处理模型操作和I/O。主程序可分成初始化和时间循环模块，如图1所示。初始化程序用于确定维数和初始化下标变量，设置屏幕图形以及读入模型的说明，并打印出模型描述部分和初始部分所希望的信息。

主程序的时间循环部分对每个时间增量计算各个变量如图1所示。在每次时间循环以后打印变量数据或绘图，为了节省内存，在交叉时间变量既不定维也不存贮。变量运用变址通过运算模块，这在后面还要谈到。

运算模块

运算模块在指定输入变量的当前值和过去值的情况下计算新的输出变量值。这些模块分为两层，如图2所示。上面一层为各种运算。例如，线性的，非线性的，输入产生器等等。第二层是在几种运算中提供不同的选择。

输入产生器

这个模块产生的输入是循环时间 t 的函数。目前实现两种模式，对于分段线性的输入，用户指定时间点，然后模块把这些点用直线段连接。连续时间函数是借助于计算标准数学函数的值而产生的。

线性传递函数

这些运算是用通用的算法来执行的。如图3所示。输出变量是加权的当前和过去的输出变量值以及当前和过去的输入变量值之和。对于每个输出变量的加权系数是用下面要描述的各种子模块来定义的。这些子模块决定了要执行的线性运算的性质。这个计算方法还存储输出和输入变量的过去值，这些值在下个计算周期要使用。

积分程序属于在(3)中讨论的通用T型积分程序(可调的)，这里有：

$$x_{n+1} = \Delta t \lambda [x_n + (1-r)x_{n-1}]$$

Δt 是循环的时间间隔。如果需要的话，用户可以为每个积分变量指定 λ 和 r 。上面公式允许简单的积分形式。例如，Euler, Trapezoidal(梯形的)和Adams-Bashforth。在最近的一篇文章里，Howe(4)已经指出Adams-Bashforth形式，对于给定的动态误差，通常比其它的积分形式所允许的采样周期要大得多。

一阶和二阶传递函数的系数是根据(3)中所讨论的根的配方法计算的。这个方法保证差分方程动态根是与正被仿真的连续方程的

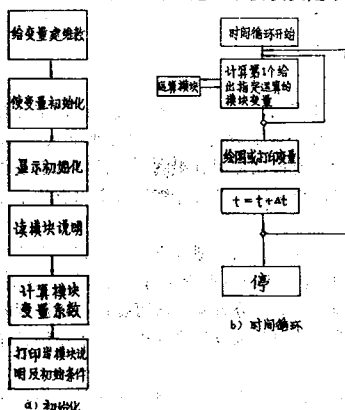


图1 程序总框图

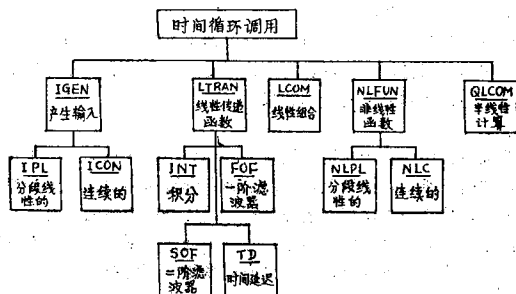


图2 关于计算模块变量的运算模块层次结构

解是相同的。使用在 (5) 中讨论的Pade近似法，一阶和二阶滤波器也能用于近似的纯时间延迟。这种方法可用在延迟时间长于采样速率的情况，也可用在延迟时间不等于采样时间的整数倍的情况。

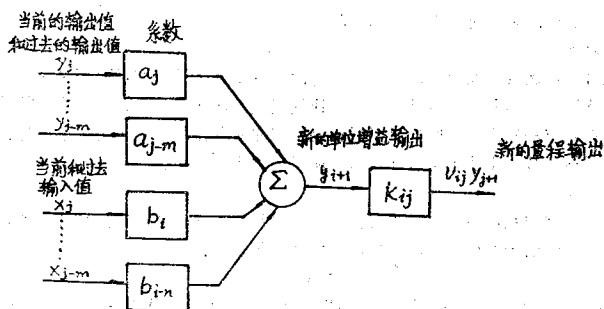


图 3 通用的传递函数算法

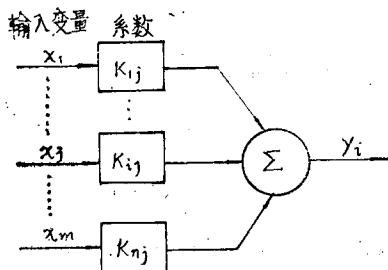


图 4 线性组合法

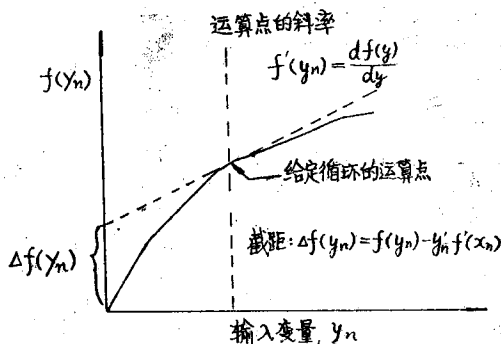


图 5 非线性性运算的非线性计算

线性组合

使用图(4)的算法可以计算反馈控制系统中变量的线性组合。在矩阵公式中,增益 k_i 相当于增益矩阵左侧和右侧的元素。图3的算法可以在一步中直接计算出传递函数过程。本质上允许具有一阶和二阶动态元素的矩阵。

非线性函数

非线性可以用逐段线性和连续函数描述。除了自变量是模型变量而不是时间以外,逐段线性算法和逐段线性输入产生器是一样的。连续函数是四次多项式,多项式系数是由Chebyshev四阶拟合方法确定。同时提供了对称函数和非对称函数。为了适应下面讨论的准线性的运算,非线性函数产生器也可以计算图5所示的斜率和截距。

准线性计算

这些运算允许非线性系统在每步迭代中用一组线性方程近似。它允许使用者在求解过程中跟踪非线性系统的干扰稳定性。例如,非线性一阶方程:

$$\dot{y}(t) + f(y) = x(t) \quad (2)$$

这里 y 是系统输出, x 是系统输入。在指定的运算点 y_n 处,使用泰勒展开,有

$$\begin{aligned} f(y) &= f(y_n) + (y - y_n) \left. \frac{df(y)}{dy} \right|_{y=y_n} \\ &= y f'(y_n) + \Delta f(y_n) \end{aligned} \quad (3)$$

这里, $f'(y_n)$ 和 $\Delta f(y_n)$ 是在图5中定义的。

组合方程2和3,有

$$\dot{y}(t) + y f'(y_n) = x(t) - \Delta f(y_n) \quad (4)$$

其拉普拉斯变换为

$$y(s) = \frac{x(s) - \Delta f(y_n)}{[s + f'(y_n)]} \quad (5)$$

在具有正确定位的极点和 x , $\Delta f(y_n)$ 作为输入时,可以把这个方程转换成一阶的差分方程。

$$y_{n+1} = e^{-\Delta t \cdot f'(y_n)} y_n + [1 - e^{-\Delta t \cdot f'(y_n)}] [x_n - \Delta f(y_n)] \quad (6)$$

为了求解这个方程,我们必须在每步迭代中计算非线性变量 $f'(y_n)$ 和 $\Delta f(y_n)$,然后重新定义一阶差分方程的系数。准线性模块重新定义连续系统的系数。然后调用系数定义子模块来计算差分方程的系数。对于给定的系统结构,准线性的模块方程通常是特定的。

模型说明和例子

模型是用一组指令来定义的。这些指令按适当的顺序去调用一组模块并且定义系统的参数。第一个例子示于图6。这个例子用来研究当采样速率近似于奈奎斯特采样频率时,二阶系统差分方程的性质。在表1中的源程序列出了模型的定义。

图6的模型描述了一个二阶系统,其自然频率为2弧度/秒(每周期3.1秒),阻尼系数为0.3,它给出一个具有轻微振荡的响应。图7说明不同采样时间下,模型对阶跃输入的响应。在这里可以看到,即使在每周只有三次迭代的采样速率下($\Delta t = 1.0$ 秒),系统的响应也能在采样区间里很好地描述出来。对于具有高频滤波器和执行机构滞后的控制系统,相位滞后效应能够使用这种方法在低于自然频率的采样速率下很好地模拟。在一个复杂的模型中,通

过一个纯积分器的实现，这将会产生减小自由度以及采样速率的组合影响。

第二个模型的例子是在图 8 中说明的，这个例子的目的是要研究积分类型对非线性动态系统的影响。表 2 给出模型说明的源程序。在线性范围内，这个系统具有如同图 6 系统相同的特性，但也包含有速度饱和。图 9 中绘出了三种积分程序下模型的阶跃响应。所有的三个解在第一个超调时，就达到速度饱和。同预料的一样梯形积分器具有最大的滞后。欧拉积分和梯形积分的滞后使各自的解答脱离速度饱和段，它们比二阶 AB(Adams-Bashforth) 的解答更滞后。在用梯形积分求解的情况下，滞后相当大，以致于在出现负尖峰时，系统已进入速度饱和。Adams-Bashforth 积分的优越性在前面的线性系统 (4) 中已有所阐述。这个例子表明对于非线性系统，它具有某些明显的差异。

结论

上面所叙述的程序还正在开发中，迄今的经验已表明，这个程序具有很好的适应性，模型的说明是方便和灵活的。将来希望用于对宇宙飞行的动力学以及包括飞行器控制的人机系统的建模。程序的功能将要增加以适合各种各样建模结构。

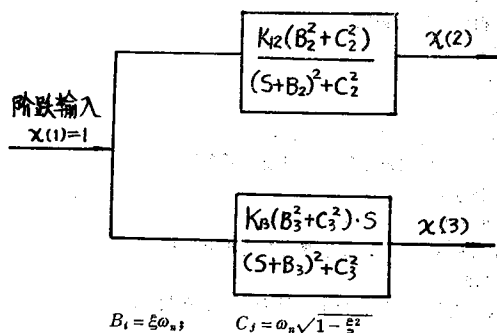


图 6 二阶系统线性模块的例子
阻尼 $\xi = 0.3$ 自然频率 $\omega_n = 2$ 弧度/秒

表1 关于图6模块的代码说明

产生输入

$L(1) = 4; J(1) = 0$

(调用输入模型(L)和对变量1的选择(J))

注释 给定二阶单位增益滤波器输出

$L(2) = 2; J(2) = 4$

(调用传递函数模(L)和关于变量2的二阶滤波器的选择)

$H(2) = 1; k(1,2) = 1$

(指定传递函数输入(H)和计算变量2的增益(k))

$B(2) = 0.6; C(2) = 1.908$

(指定二阶滤波器的衰减和自然频率)

$B(2) = \xi \omega_n$

$$C(2) = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

注释 二阶滤波器输出的推导

$$L(3) = 2; J(3) = 5$$

(选择推导)

$$H(3) = 1; k(1, 3) = 1$$

$$B(3) = 0.6; C(3) = 1.908$$

注释 I/O

$$I1 = 1; I2 = 2; I3 = 3$$

(指定输出变量)

$$kp(I1) = 10; kp(I2) = 10; kp(I3) = 10$$

(屏幕绘图变量比例尺)

$$LPRINT I1, I2, I3$$

(指定行打印变量)

表2 关于图8模块代码的说明

注释 阶跃输入

$$L(0) = 4; J(0) = 0$$

注释 反馈的总数

$$L(1) = 1; k(0, 1) = 1; k(3, 1) = -0.3; k(4, 1) = -1$$

(调用线性组合(L)和求和增益, 以便生成变量1)

注释 积分系统误差

$$L(2) = 2; J(2) = 1$$

(调用传递函数模型(L), 关于变量2的积分选择(J))

$$H(2) = 1; k(1, 2) = 1$$

(指定传递函数输入(H)和为了计算变量2的增益(k))

$$LM(2) = 1; GM(2) = 1$$

(指定 $\lambda(LM)$ 和 $r(GM)$, 用T积分算法来计算变量2)

注释 速度饱和

$$L(3) = 3; J(3) = 1; H(3) = 2$$

(调用非线性模块(L), 硬限制选择(J), 以此计算变量3, 给定输入变量(H)2)

$$k(2, 3) = 4; LIM = 0.2$$

(指定斜率(k); 和硬限幅器的限制(LIM))

注释 积分系统的速率

$$L(4) = 2; J(2) = 1 \text{ (调用积分)}$$

$$H(4) = 3; k(3, 4) = 1$$

(指定传递函数输入(H), 和为了计算变量4增益K)

$$LM(4) = 1; GM(4) = 1$$

(指定T积分 λ 和 r)

注释 I/O

$I1=2, I2=3, I3=4$

(指定输出变量)

$kp(I1)=10; kp(I2)=10; kp(I3)=10$

(绘图变量在屏幕的比例尺)

LPRINT I1,I2,I3

(指定行打印变量)

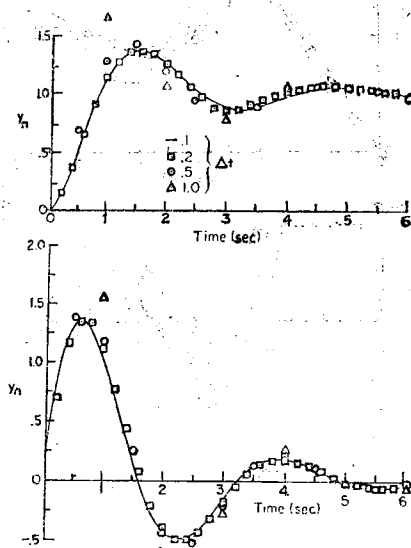


图 7 二阶微分方程的阶跃响应曲线

阻尼系数 $\zeta=0.3$ 自然频率 $\omega_n=2\text{rad/sec}$

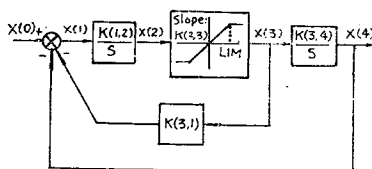


图 8 具有速度饱和的二阶系统的非线性模型

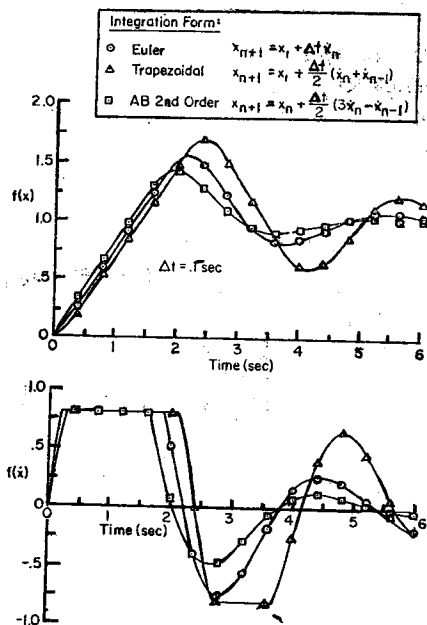


图 9 关于图8具有速度饱和的非线性二阶系统阶跃响应

(梁慧敏 译)

三维网格的计算机仿真

J. P. Ziebarth* 和 Z. U. A. Warsi

摘要

本文涉及到任意形状物体之间三维曲线座标产生的一组二阶椭圆的不分部积分方程。从给定内外表面的数据开始,产生一系列彼此连接的表面,用这种方法得到一个十分光滑的三维座标网,还讨论了在两个给定表面之间产生数值网格的许多情况。

引言

通过认真选择数学模型的计算机仿真来产生网格在许多工程和物理分支中已经愈来愈成为有用的工具。虽然研究网格产生大多数是针对计算流体动力学问题,但这种技术也能应用到所有复杂的领域。用计算机仿真产生网格后主要是建立一个为解决物理座标(笛卡尔座标)的可构成的数学模型,该物理座标是作为已知座标的特定边界条件下曲线座标的函数。

围绕任意形状物体的二维和三维座标的产生,有两个主要方法:(1)代数方法;(2)解部分微分方程的方法(较可取的是椭圆的偏微分方程),目前多采用第二种方法。关于代数方法的更多的材料可看参考资料(1)Thompson, Warsi和Mastin的文章。

椭圆网格产生系统的优点是它可以提供一个较好的方法以实现参考资料(2)中所写。最终的网格自然地较光滑而且不致产生网格线重叠的危险。因为椭圆方程边界斜率不连续的性质没有延伸到这个领域。用椭圆方程产生的网格容易适应常用的边界轮廓,而且它们增加一些能力,如网格线加密、平滑和正交。

本文提出的研究工作是产生两个任意形状物体之间的三维网格,这个方法开始是建立一个表面的高斯方程,在此设计中假定给出内外表面的初始值,研究的内部体为不同大小的椭圆,弹形体,二个相交球体,或一个翼-体组合体。在所有情况中外表面或是一个球体或是一个椭圆。在内外边界表面之间产生一系列的表面,在这种方式中每个表面只有两个座标变化。方程(4)以随后产生的表面之间自动连结的方法解出,其结果是在闭合区域中充分可微分的三维座标系统,在产生的表面中座标的收敛和表示靠近内部体处收敛结果。

在内部体为翼-体组合体情况中,要解一组偏微分方程(方程(6))。不管物体上开始给出的座标系统怎样,方程式变换到使一个座标轴与翼和物体的相交轨迹适合。新的座标系考虑到使翼和物体具有光滑的连接。现在在内部体上这种座标系情况,解出方程式翼后得出和外边界表面之间的三维座标系统。

数学模型

这里讨论的基本的数学方法的研究可以在 Warsi (3), (4) 文章得出。在 Ziebarth 51 和

* 密西西比州立大学航空系
密西西比州, MS 39762

Tiarn(6)的文章中可得到计算机仿真的细节。下面我们将简略地指出所建立模型的基本结构。

如前言中所述,现在的模型起始是建立在面的高斯方程。高斯方程基本上是一组与表面Christoffel符号的二阶导数相连的一致性关系式,在表面中计算二次基频形式的系数和单位线。空间三个笛卡尔座标用 $\underline{x} = (x, y, z)$ 表示,曲线座标用 $\underline{x}^v$ ($v = 1, 2, 3$)。表面的 $\underline{x}^v = \text{常数}$,高斯方程为

$$\underline{r}_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}^{\gamma} \underline{r}_{\gamma} + b_{\alpha\beta} \underline{n}^{(\gamma)} \quad (1)$$

这是重复的,重复上下指数意味着求和;

$$\underline{r}_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}}, \quad \underline{r}_{\gamma} = \frac{\partial \underline{r}}{\partial x^{\gamma}}$$

在方程式(1)中, $T_{\alpha\beta}^{\gamma}$ 是表面的Christoffel符号,定义为

$$T_{\alpha\beta}^{\gamma} = 1/2 g^{\gamma\delta} \left(\frac{\partial g_{\alpha\delta}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\beta\delta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\delta}} \right)$$

这里 $g_{\alpha\beta}$ 是一次基频形态的系数,二次基频形态系数 $b_{\alpha\beta}$ 定义为:

$$b_{\alpha\beta} = \underline{r}^{(\gamma)} \cdot \underline{r}_{\alpha\beta},$$

这里 $\underline{x}^v = \text{常数}$ 的表面上单位线 $\underline{n}^{(v)}$ 是

$$\underline{n}^{(v)} = (\underline{r}_{\alpha} \times \underline{r}_{\beta}) / |\underline{r}_{\alpha} \times \underline{r}_{\beta}|,$$

必须指出的是希腊字母指数的范围只有两个值。当 $v=3$ 时,指数范围是从1到2。从方程式(1)可以写出 $\alpha=1, \beta=1, \alpha=1, \beta=2$ 及 $\alpha=2, \beta=2$ 时的方程式。将方程式分别乘以 g_{22}, g_{12} 和 g_{11} ,并且把它们加在一起,我们得到

$$D\underline{r} + [(\Delta_2 \xi) \underline{r}_{\xi} + (\Delta_2 \eta) \underline{r}_{\eta}] G_3 = nR, \quad (2)$$

此处这些方程是代表 $\xi = \text{常数}$ 的表面,在该表面上 ξ 和 η 是当前的座标,方程(2)中变化的下标代表偏导数。

$$D = g_{22} \partial_{\xi} \xi - 2g_{12} \partial_{\xi} \eta + g_{11} \partial_{\eta} \eta,$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{\sqrt{G_3}} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{\sqrt{G_3}} (g_{22} \partial_{\xi} \xi - g_{12} \partial_{\eta} \eta) + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\sqrt{G_3}} (g_{11} \partial_{\eta} \eta - g_{12} \partial_{\xi} \xi) \right],$$

$$G_3 = g_{11} g_{22} - (g_{12})^2,$$

$$n = (X, Y, Z),$$

$$\tilde{R} = (k_1 + k_2) G_3,$$

这里的 $k_1 + k_2$ 是任意点上表面的二次平均曲率,量 $\Delta_2 \xi$ 和 $\Delta_2 \eta$ 是面的拉普拉斯算子或Beltrami-ans。

现在依靠以下设置可以产生一组方程式

$$\Delta \xi = P g_{22} / G_3, \quad (3)$$

$$\Delta \eta = Q g_{11} / G_3,$$

P, Q 是任意定义的函数,该函数希望对表面中的座标分配产生影响。用方程式(3)代替(2)得出新生椭球表面座标的偏微分方程。

$$D\underline{r} + P g_{22} \underline{r}_{\xi} + Q g_{11} \underline{r}_{\eta} = nR. \quad (4)$$

参考图1, 给出内外形体表面为 $\eta = \eta_B$ 及 $\eta = \eta_a$ 。在该表面上 $r = (x, y, z)$ 的值是已知的。因为在这些表面上座标 ξ 和 ζ 已经选定, 在内外表面上对 r_ξ 求导。它们表示为 $(r_\xi)_B$ 和 $(r_\xi)_a$ 是已知的。通过方程式(4)将产生的一个面与其他的相联, 我们规定

$$r_\xi = f_1(\eta)(r_\xi)_B + f_2(\eta)(r_\xi)_a \quad (5)$$

其中 $f_1(\eta)$ 和 $f_2(\eta)$ 是相应的重量, 它们是

$$f_1(\eta_B) = 1, f_1(\eta_a) = 0, f_2(\eta_B) = 0, f_2(\eta_a) = 1.$$

方程组(4)基本上完成了建立一个表面座标的一个一致性的数学模型, 方程(5)提供处理从一个产生的表面到另一个的方法。

表面座标

方程式(4)也可以用一种简单的前向方法来产生基于表面本身确定的轮廓所规定的表面座标。方程式(7)提供了一种新的基于一个已有坐标系的数据的座标系方法, 例如从一个 Craiden (8) 的极座标系到一个表面的 B -型座标系, 该表面可能是一个确定的翼-体组合体所需要的。

这些方程如下所示

$$au_\xi\xi - 2bu_\xi\zeta + cu_\xi\zeta + Pu_\xi + Qu_\xi = J_2^2 \Delta_2 u, \quad (6a)$$

$$av_\xi\xi - 2bv_\xi\zeta + cv_\xi\zeta + Pv_\xi + Qv_\xi = J_2^2 \Delta_2 v,$$

这里 u, v 是被转变成新的座标 (ξ, ζ) 的表面的参数座标, 系数 a, b 等是:

$$a = (g_{11}v_\xi^2 + 2g_{13}u_\xi v_\xi + g_{33}u_\xi^2) / \bar{G}_2,$$

$$b = \{g_{11}v_\xi v_\zeta + g_{13}(u_\xi v_\xi + u_\xi v_\zeta) + g_{33}u_\xi u_\zeta\} / \bar{G}_2,$$

$$c = (g_{11}v_\zeta^2 + 2g_{13}u_\zeta v_\zeta + g_{33}u_\zeta^2) / \bar{G}_2,$$

$$J_2 = \sqrt{\bar{G}_2} = u_\xi v_\zeta - u_\zeta v_\xi, \quad (6b)$$

$\Delta_2 u, \Delta_2 v$ 是前面定义的 Beltramians, 上面的一横代表 u, v 系统中的矩阵系数, 即:

$$g_{11} = x_\xi^2 + y_\xi^2 + z_\xi^2 \text{ 等}.$$

方程(6a)和(6b)已在参考文献(5)(6)中被编成程序, 在(5)中这些方程用来提供这些座标, 如内部的 O -型座标与机身与翼相交线的轮廓一致。与方程式(6a)和(6b)相似的方程式已由 Garon, Gamarero 和 Whitney, Thoms 导出。后面的参考文献中介绍了这个很长的推导过程。

三维方程的数值解

产生两个任意形状物体之间的三维座标系统的偏微分方程系统(方程(4))已经采用 P-SOR 解出, 开始必须用某些方法规定两个边界表面的座标, 本课(文)题中, 对于简单形状采用解析描述或 Craiden [8] 提出的计算机子程序来确定这些目标。虽然外部边界表面的选择是任意的, 但是二个边界表面上的点必须是一一对应的, 这些点的选择要使内外表面上的点所构成的线彼此不交叉。

不考虑在内外边界表面之间选择合适点的方法([5]中讨论此问题), 已经发现了一个

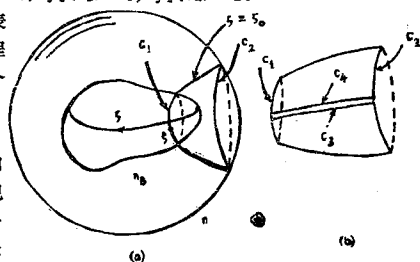


图 1 (a) 只给表面的拓朴结构
(b) 被产生的表面