

J510

The Journal of S & T Information-Exchange
Organization of Electronic Industry

电子工业科技情报网

电子元件与材料

压电陶瓷材料性能测试方法专辑

特刊

电子元件与材料编辑部

电子元件与材料

(特刊)

压电陶瓷材料性能测试方法专辑

全国铁电压电陶瓷测试专业标准化工作组

《电子元件与材料》编辑部

一九八四年十月

目 录

铁电压电陶瓷材料的性能及其应用与测试 (代序)	王永令 金同寿	(2)
压电陶瓷的材料参数及其测试原理	张沛霖	(4)
关于压电陶瓷材料型号命名方法的说明	冯宝康	(21)
圆片径向伸缩和长条横向长度伸缩压电陶瓷振子的测试	罗绍棠	(23)
压电陶瓷材料纵向压电应变常数 d_{33} 的静态测试方法介绍	张才孝	(33)
压电陶瓷材料居里温度的测试方法	罗绍棠	(38)
柱体纵向长度伸缩压电陶瓷振子的测试	仇德方	(41)
圆片厚度伸缩压电陶瓷振子的测试	王玉海 王四德	(46)
长方片厚度切变压电陶瓷振子的测试	陈 熙 郑碧蔚	(55)
全国铁电压电陶瓷测试专业标准化工作组简介	王玉功	(60)
中华人民共和国国家标准: 压电陶瓷材料性能测试方法——		
常用名词术语 (G B 3389.1—82)		(62)
压电陶瓷材料型号命名方法 (G B 3388—82)		(84)
压电陶瓷材料体积密度测量方法 (G B 2413—81)		(86)
圆片的径向伸缩振动、长条的横向长度伸缩振动 (G B 2414—81)		(88)
纵向压电应变常数 d_{33} 的静态测试 (G B 3389.2—82)		(109)
居里温度 T_c 的测试 (G B 3389.3—82)		(112)
柱体纵向长度伸缩振动模式 (G B 3389.4—82)		(117)
圆片厚度伸缩振动模式 (G B 3389.5—82)		(129)
长方片厚度切变振动模式 (G B 3389.6—82)		(137)

出 版: 电子工业部阻容元件、电子陶瓷、厚薄膜电路专业科技情报网

印 刷: 四 川 省 郫 县 犀 浦 印 刷 厂

发 行: 国 营 宏 明 无 线 电 器 材 厂

铁电压电陶瓷材料的性能及其应用和测试

(代序)

中国科学院上海硅酸盐研究所 王永令
电子工业部第七一五厂 金同寿

铁电陶瓷材料具有介电、压电、热电、电光等物理性质和效应，已在引燃、水声、电声、超声、红外、电光等领域被用作传感、能量转换、开关、存储和显示元件，得到了极为广泛的应用，并且还在被人们更加深入地开拓着新的应用。它作为电能-机械能-热能之间相互转换的介质材料，将成为人们利用和改造大自然所必须使用的功能材料之一。

我国开展铁电、压电陶瓷材料及其性能、测试、应用的研究始于六十年代初，已经研制出了钛酸钡陶瓷、钛酸铅陶瓷、锆钛酸铅陶瓷、铌镁酸铅陶瓷、铌锌酸铅陶瓷、铌酸锂陶瓷、PZT 95/5相变陶瓷、铌酸铅钽钠陶瓷、偏铌酸铅陶瓷、钛酸铋陶瓷和各种类型的复合陶瓷等；已经掌握了几乎所有文献上发表过的压电陶瓷材料的制造技术；其性能也都接近或超过国际水平；已经制定了压电陶瓷材料的一些物理性能参数的测量标准，用动态或静态法测试了压电陶瓷材料的一部分性能参数；已经取得了铁电压电陶瓷材料在从静态到紫外的宽阔的频谱范围内的诸多应用成果，人们还将在对铁电压电陶瓷材料作为电能、机械能、热能之间相互转换的介质的本质有了更深的认识和对它们的性能参数作出正确度量之后拓展铁电压电陶瓷材料的更为广泛的应用。

铁电压电陶瓷的诸多可被应用的性质和效应的物理基础是材料的极化强度(P)随电场、应力和温度等外界因素的改变而发生变化。如果把“声”看作机械振动的结果；把

“光”看作高频电磁波，那末这些材料的性质及其变化与机、电、声、光、热有着密切的联系（见图1）。由图1可见，如果把电场(E)、应力(σ)、温度(T)看作是作用在铁电压电陶瓷材料的“作用因子”，电位

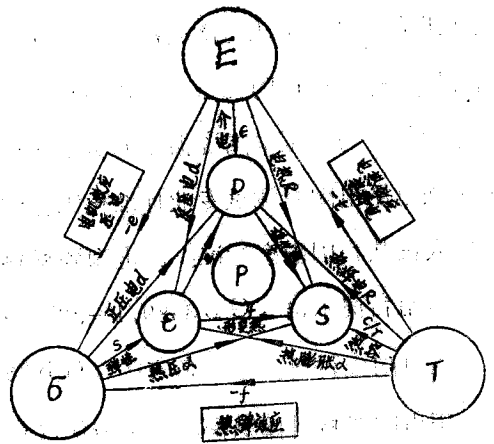


图1

移(D)、应变(ϵ)、焓(S)为“感应因子”，那么，材料的介电常(ϵ)、形变系数(s)和热容(C_p)则为表征材料电学、力学、热学性质的三个基本参数；而压电系数、热弹系数、热释电系数则为表征这些参数间相互耦合关系的参数，材料的电学、力学、热学参数通过这些耦合参数，由其自发极化的变化而相互耦合，呈现出压电效应、热弹效应和热电效应。

随着人们对材料的极化强度随同外界因素而改变的过程中所伴随发生的物理效应的深入了解，人们已经取得了从静态、次声、

水声、超声、微声、红外、可见光、紫外到X射线的宽阔的频谱范围内，通过电能、机械能、热能引起材料极化强度改变而导致这些能量间相互耦合的实际应用（见表1），并还在开辟着诸如铁电铁磁、反常光伏效应、热激电流效应等新的应用。

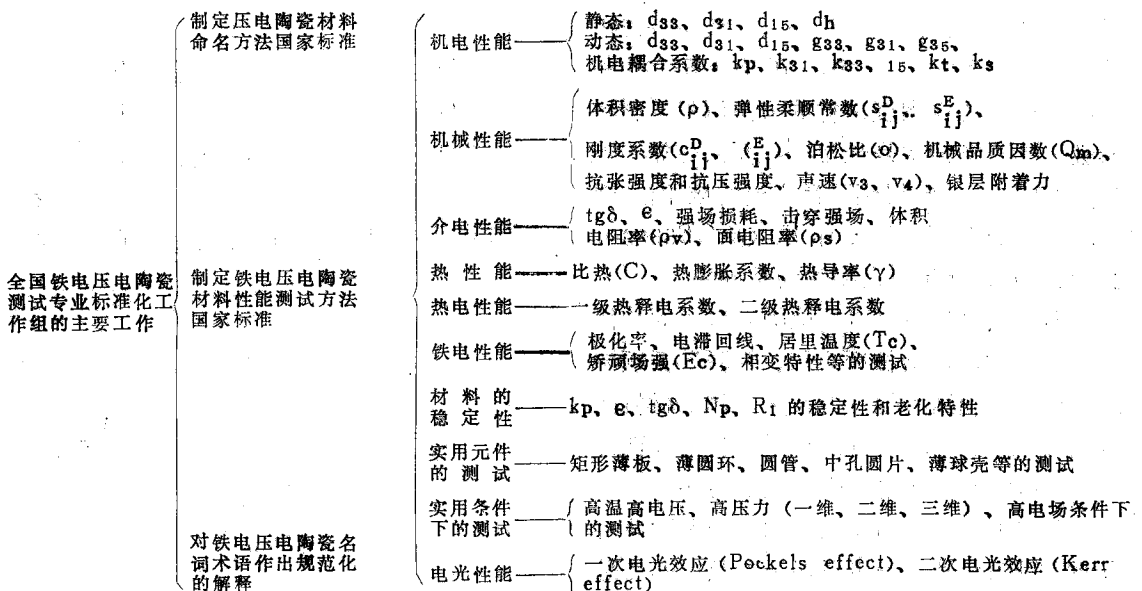
由上表可见，铁电压电陶瓷的应用可分为静态压电效应的应用和动态压电效应的应用两大类；前者是压电效应的直接应用，与其主要关联的是压电系数；后者是换能应用，与其主要关联的是机电耦合系数。所以，压电系数 (d_{31} 、 d_{15} 、 d_{33})、机电耦合系数 (k_{31} 、 k_{15} 、 k_{33} 、 k_p 、 k_t 、 k_s)、材料的居里温度 (T_c)、材料的密度 (ρ) 和其他一些参数是铁电压电陶瓷材料的主要性能参数，确定正确的测试方法来正确度量这些参数对发展铁电压电陶瓷材料及其应用有着重要作用。为此，在国家标准总局的领导下，成立了“全国铁电压电陶瓷测试专业标准化工作组”，它的主要任务见图2示。在从事铁电压电陶瓷材料的研究、生产和性能测试的工厂、机关、院校的大力协助下，经过二年来的努力，已经制订出了一些性能参数测试的方法和名词术语。压电陶瓷材料

表 1

铁电压电陶瓷的实际应用	
静态 频率: $<10^3$ Hz	压电打火机；地震传感器；引爆引燃器；力、位移、速度、加速度测量计；继电器等。
木声、电声 $10^2 \sim 10^5$ Hz	木声发射与接收换能器；探鱼器；电声换能器等。
超 声 $10^5 \sim 10^7$ Hz	超声探伤；超声清洗；超声诊断与治疗；滤波器；振荡器；超声全息摄影；压电变压器等。
微 声 $10^7 \sim 10^{11}$ Hz	声表面波滤波器；振荡器；声光元件等。
红 外 $10^{11} \sim 10^{14}$ Hz	红外探测器；红外摄影；热电器件；热电换能（热机）等。
可见光、紫外 $>10^{14}$ Hz	横向光电存储器件；应变偏置的纵向光电存储器件；纵向电光散射器件；与偏振方向有关的散射器件；线性电光器件；二次方电光器件；细回线散射器件；光开关等。

命名方法等国家标准(GB2413—81、GB2414—81、GB3388—82、GB3389.1~6—82)，这些标准已经国家标准总局批准并颁布执行。

随着压电陶瓷材料应用的日趋广泛，铁



压电陶瓷的材料参数及其测试原理

山东大学

张沛霖

一、引言

众所周知，压电陶瓷是铁电多晶体，它是由许多任意取向的晶粒和少量第二相镶嵌而成的，经人工极化处理后具有压电性。压电陶瓷的材料参数不仅与其组分有关，而且与制造工艺有关，这可能是由于化学组分的不均匀性、成型过程中机械力的差异、焙烧过程中物理的和化学的变化程度的波动、以及极化效果不同等因素造成的。研制和生产出的压电陶瓷材料和元件的特性差异必须通过测量才被反映出来，因此，制订有关压电陶瓷材料性能测试方法的国家标准，对研制和生产压电陶瓷以及开发其实际应用都具有重大的现实意义。

压电陶瓷的弹性常数、压电常数和机电耦合系数的测量方法很多，如静态法⁽¹⁾、准静态法、谐振法⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾、增益—带宽法⁽⁵⁾、迭代法⁽⁶⁾⁽⁷⁾等，还有人研究用机械振动激发压电陶瓷试样的方法测量其材料参数。其中谐振法是最简单而又可靠的方法，在国内、外得到了最广泛的应用。因此，我们的有关国家标准（除GB3389·2—82以外）都是以谐振法为基础的。

谐振法是通过测量压电陶瓷振子的特征频率（例如串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 等），并利用其他一些参数（例如材料密度 ρ 、振子尺寸等）确定振子材料的弹性常数、压电常数和机电耦合系数的方法。

我们测量压电陶瓷振子的振子参数通常有两个目的：其一是测量振子参数；其二是通过振子参数测定材料参数。为了测量某一

材料参数，我们首先必须制备某一振动模式的压电陶瓷振子，测量振子的有关参数，通过计算，得到我们所要测量的材料参数。为此，本文将系统地介绍压电陶瓷振子参数以及它们的测量方法，并进一步讨论压电陶瓷材料参数的测量方法。

二、压电方程

电场中电介质的电行为可以用电场强度 E 和电位移 D 二个电学量来描述。它们之间的关系为

$$D = \epsilon E \quad (1)$$

式中， ϵ 是电介质的介电常数（其单位为法/米）。对于各向异性的电介质，它是联系二个矢量的二阶对称张量，共有9个分量。如果 D 、 E 的分量分别用 D_i 和 E_i （ $i=1, 2, 3$ ）表示，则方程（1）可用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中的下标说明分量所沿坐标的轴向，数字

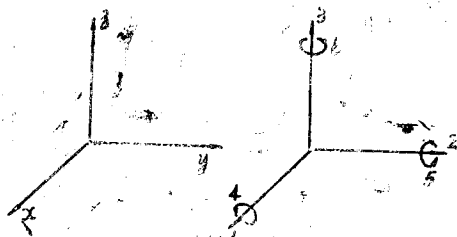


图1

1, 2和3分别与笛卡儿坐标中的x、y和z轴相对应(见图1)。方程(2)常写成

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} E_j \quad (i=1, 2, 3) \quad (3)$$

在无外电场的情况下,电介质的力学行为可以用应力T和应变S二个力学量描述。在弹性限度范围内,它们之间有线性关系,遵守广义的虎克定律,即

$$S = sT \quad (4)$$

式中s为弹性柔顺常数矩阵,它是联系二阶张量T和S的四阶张量。在弹性固体中,应力T和应变S都是对称张量,最多只有6个独立分量。s矩阵也是对称矩阵,在81个分量中,只有36个分量是独立的,它们可被重新组成一个6×6的矩阵,故可把方程(4)写成

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中 $s_{ij}(i, j=1, 2, \dots, 6)$ 为弹性柔顺常数(其单位为米²/牛),其矩阵为对称矩阵,因此最多只有21个独立分量。方程(5)也可以写成

$$\begin{cases} S_1 = s_{11}^E T_1 + s_{12}^E T_2 + s_{13}^E T_3 + s_{14}^E T_4 + s_{15}^E T_5 + s_{16}^E T_6 + d_{11} E_1 + d_{21} E_2 + d_{31} E_3 \\ S_2 = s_{21}^E T_1 + s_{22}^E T_2 + s_{23}^E T_3 + s_{24}^E T_4 + s_{25}^E T_5 + s_{26}^E T_6 + d_{12} E_1 + d_{22} E_2 + d_{32} E_3 \\ S_3 = s_{31}^E T_1 + s_{32}^E T_2 + s_{33}^E T_3 + s_{34}^E T_4 + s_{35}^E T_5 + s_{36}^E T_6 + d_{13} E_1 + d_{23} E_2 + d_{33} E_3 \\ S_4 = s_{41}^E T_1 + s_{42}^E T_2 + s_{43}^E T_3 + s_{44}^E T_4 + s_{45}^E T_5 + s_{46}^E T_6 + d_{14} E_1 + d_{24} E_2 + d_{34} E_3 \\ S_5 = s_{51}^E T_1 + s_{52}^E T_2 + s_{53}^E T_3 + s_{54}^E T_4 + s_{55}^E T_5 + s_{56}^E T_6 + d_{15} E_1 + d_{25} E_2 + d_{35} E_3 \\ S_6 = s_{61}^E T_1 + s_{62}^E T_2 + s_{63}^E T_3 + s_{64}^E T_4 + s_{65}^E T_5 + s_{66}^E T_6 + d_{16} E_1 + d_{26} E_2 + d_{36} E_3 \\ D_1 = d_{11} T_1 + d_{12} T_2 + d_{13} T_3 + d_{14} T_4 + d_{15} T_5 + d_{16} T_6 + \epsilon_{11}^T E_1 + \epsilon_{12}^T E_2 + \epsilon_{13}^T E_3 \\ D_2 = d_{21} T_1 + d_{22} T_2 + d_{23} T_3 + d_{24} T_4 + d_{25} T_5 + d_{26} T_6 + \epsilon_{21}^T E_1 + \epsilon_{22}^T E_2 + \epsilon_{23}^T E_3 \\ D_3 = d_{31} T_1 + d_{32} T_2 + d_{33} T_3 + d_{34} T_4 + d_{35} T_5 + d_{36} T_6 + \epsilon_{31}^T E_1 + \epsilon_{32}^T E_2 + \epsilon_{33}^T E_3 \end{cases} \quad (9)$$

$$S_i = \sum_{j=1}^6 s_{ij} T_j \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (6)$$

或者

$$T_i = \sum_{j=1}^6 c_{ij} S_j \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (7)$$

这里 c_{ij} 为弹性刚度常数(其单位为牛/米²)。 c_{ij} 矩阵的形式与 s_{ij} 矩阵的相同,它们之间具有互为倒置矩阵的关系,即

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{pmatrix} \quad (8)$$

电介质的压电性涉及到电学和力学之间的相互耦合,因而我们必须进一步探索电学和电学的基本方程之间的联系。为此,我们用二个电学量和二个力学量之间的线性关系(即压电方程)近似地描写这种耦合。

取应力 \$T_\alpha\$ (\$\alpha=1, 2, \dots, 6\$) 和电场强度 \$E_i\$ (\$i=1, 2, 3\$) 为自变量, 应变 \$S_\beta\$ (\$\beta=1, 2, \dots, 6\$) 和电位移 \$D_j\$ (\$j=1, 2, 3\$) 为因变量, 则压电方程如式(9)示⁽¹⁾⁽²⁾

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & s_{14}^E & s_{15}^E & s_{16}^E \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & s_{24}^E & s_{25}^E & s_{26}^E \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & s_{34}^E & s_{35}^E & s_{36}^E \\ s_{41}^E & s_{42}^E & s_{43}^E & s_{44}^E & s_{45}^E & s_{46}^E \\ s_{51}^E & s_{52}^E & s_{53}^E & s_{54}^E & s_{55}^E & s_{56}^E \\ s_{61}^E & s_{62}^E & s_{63}^E & s_{64}^E & s_{65}^E & s_{66}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^T & \epsilon_{12}^T & \epsilon_{13}^T \\ \epsilon_{21}^T & \epsilon_{22}^T & \epsilon_{23}^T \\ \epsilon_{31}^T & \epsilon_{32}^T & \epsilon_{33}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}$$

利用矩阵符号, 我们可把(10)写成

$$S = dT + d^T E \quad (11)$$
 式中 \$d, d^T\$ 分别为短路弹性柔顺常数、压电应变常数, \$\epsilon^T\$ 为自由介电常数的转置矩阵。

由于自变量的不同, 还可以有以下三种矩阵形式的压电方程组⁽²⁰⁾:

$$\begin{cases} S = s^D T + g^D E \\ E = -g^T T + \beta^T D \\ T = c^S E - e^S D \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} D = e^S T + \epsilon^S E \\ T = c^D S - h^D D \\ E = -h^S S + \beta^S D \end{cases} \quad (14)$$

式中 \$s^D\$ 为开路弹性柔顺常数矩阵, \$g\$ 为压电电压常数, \$e\$ 为压电应力常数矩阵, \$h\$ 为压电劲度常数矩阵, \$c^E\$ 为短路弹性刚度常数矩阵, \$c^D\$ 为开路弹性刚度常数矩阵, \$\epsilon^S\$ 为受夹介电常数矩阵, \$\beta^T\$ 为自由介质隔离率矩阵;

式中 \$s_{\alpha\beta}^E\$ 为电场强度 \$E\$ 恒定时的弹性柔顺常数; \$\epsilon_{ij}^T\$ 为应力 \$T\$ 恒定时的介电常数; \$d_{j\alpha}\$ 为压电应变常数。方程组(9)的矩阵表示式为

\$\beta^S\$ 为受夹介质隔离率矩阵; \$g^T, e^T\$ 和 \$h^T\$ 分别为 \$g, e\$ 和 \$h\$ 矩阵的转置矩阵。

三、压电陶瓷的材料参数

压电陶瓷是由铁电陶瓷经极化处理而成的, 其对称元素是一根沿极化方向的无穷重旋转对称轴(即 \$z\$ 轴) 和与此对称轴相平行的无数个平面组所构成的反射面。在垂直于对称轴的平面内, 压电陶瓷各向同性。因此, 与 \$z\$ 轴相垂直的任意方向都可以取作为 \$x\$ 轴(即 1 轴) 方向。在这种对称条件下, 弹性柔顺常数矩阵 \$s\$ 为

$$T S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11} - s_{12}) \end{pmatrix}$$

介电常数矩阵 ϵ 为

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

压电应变常数矩阵 d 为

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

由此可见,压电陶瓷的材料参数矩阵和6mm点群压电晶体的材料参数矩阵的形式完全相同。

1. 弹性常数

弹性常数是反映弹性体的形变与作用力之间关系的参数。表征压电陶瓷的弹性常数有:弹性柔顺常数 s_{ij} ,弹性刚度常数 c_{ij} 和泊松比 σ^P 等。

根据压电方程, s_{ij} 的第一个下标 i 表示应变分量的方向,第二个下标 j 表示应力分量的方向; c_{ij} 的第一个下标 i 表示应力分量的方向,第二个下标 j 表示应变分量的方向。 s_{ij} 的单位是米²/牛顿, c_{ij} 的单位是牛顿/米²。

压电陶瓷有5个独立的 s_{ij} 和 c_{ij} ,它们分别是 s_{11} 、 s_{12} 、 s_{33} 、 s_{55} 和 c_{11} 、 c_{12} 、 c_{13} 、 c_{33} 、 c_{55} 。另外,还有 $s_{44} = s_{55}$ 、 $s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$ 、 $c_{44} = c_{55}$ 和 $c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$ 。

弹性柔顺常数 s_{ij}^E 和 s_{ij}^D 表示两种不同的电学边界条件下每单位应力改变所引起的应变的变化量。弹性刚度常数 c_{ij}^E 和 c_{ij}^D 表示两种不同的电学边界条件下物体产生单位应变所需要的应力。 s_{ij}^E 、 s_{ij}^D 、 c_{ij}^E 和 c_{ij}^D 定义分别是

$$s_{ij}^E = \left(\frac{\partial S_i}{\partial T_j} \right) T_\alpha, E$$

($\alpha \neq j$; $i, j = 1, 2, \dots, 6$)

$$s_{ij}^D = \left(\frac{\partial S_i}{\partial T_j} \right) T_\alpha, D$$

($\alpha \neq j$; $i, j = 1, 2, \dots, 6$)

$$c_{ij}^E = \left(\frac{\partial T_i}{\partial S_j} \right) S_\beta, E$$

($\beta \neq j$; $i, j = 1, 2, \dots, 6$)

$$c_{ij}^D = \left(\frac{\partial T_i}{\partial S_j} \right) S_\beta, D$$

($\beta \neq j$; $i, j = 1, 2, \dots, 6$)

2. 压电常数

压电方程(11)、(12)、(13)和(14)中压电应变常数(d_{ij})、压电电压常数(g_{ij})、压电应力常数(e_{ij})、压电劲度常数(h_{ij})的定义分别是

$$d_{ij} = \left(\frac{\partial D_i}{\partial T_j} \right) E, T_n = \left(\frac{\partial S_j}{\partial E_i} \right) T, E_m$$

($i, m = 1, 2, 3, m \neq i$; $n, j = 1, 2, \dots, 6, n \neq j$)

$$g_{ij} = \left(-\frac{\partial E_i}{\partial T_j} \right) D, T_n = \left(\frac{\partial S_j}{\partial D_i} \right) T, D_m$$

($i, m = 1, 2, 3, m \neq i$; $n, j = 1, 2, \dots, 6, n \neq j$)

$$e_{ij} = \left(\frac{\partial D_i}{\partial S_j} \right) E, S_n = \left(-\frac{\partial T_j}{\partial E_i} \right) S, E_m$$

($i, m = 1, 2, 3, m \neq i$; $n, j = 1, 2, \dots, 6, n \neq j$)

$$h_{ij} = \left(-\frac{\partial E_i}{\partial S_j} \right) D, S_n = \left(-\frac{\partial T_j}{\partial D_i} \right) S, D_m$$

($i, m = 1, 2, 3, m \neq i$; $n, j = 1, 2, \dots, 6, n \neq j$)

d_{ij} 、 g_{ij} 、 e_{ij} 和 h_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, 6$)的第一个下标 i 表示电学量(即电场强度或电位移分量)的方向,第二个下标 j 表示力学量(即应力或应变分量)的方向。由压电常数的定义可以看出,每一种压电常数都反映压电关系的一个侧面,适用于某一特定条件。例如,压电应变常数 d_{ij} 是量度自由晶体在单位电场作用下所产生的应变,或者是电学短路条件下晶体在单位应力作用下所产生的电位移;压电电压常数 g_{ij} 则量度开路条件下晶体在单位应力作用下所产生的开路电压,或者是每单位电位移的改变所引起的自由晶体的应变变化,等等。压电

应变常数 d_{ij} 的单位是库仑/牛顿或米/伏；压电电压常数 g_{ij} 的单位是米²/库仑或伏·米/牛顿；压电应力常数 e_{ij} 的单位是库仑/米²或牛顿/伏·米；压电劲度常数 h_{ij} 的单位是牛顿/库仑或伏/牛顿。

压电陶瓷有三个独立的压电应变常数，它们是 d_{31} 、 d_{33} 和 d_{15} 。另外，根据对称关系，还有 $d_{32} = d_{31}$ 、 $d_{24} = d_{15}$ 。压电陶瓷的其他三种压电常数的独立分量的个数和形式与 d 常数的相同。

3. 介电常数和介质隔离率

介电常数 ϵ_{ij} 是表征电介质中的电位移 D 随电场强度 E 变化的参数，其单位是法拉/米。它的定义是

$$\epsilon_{ij} = \frac{\partial D_i}{\partial E_j} = \frac{\partial D_j}{\partial E_i} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

对于压电陶瓷说来，介电常数 ϵ_{ij} 的数值与力学边界条件有关。应力 T 恒定时的介电常数称为自由介电常数，加上标 T 表示。应变恒定时的介电常数称为受夹介电常数，加上标 S 表示。

压电陶瓷独立的介电常数有 ϵ_{11} 和 ϵ_{33} ，另外还有 $\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$ 。

介质隔离率 β_{ij} 是表征电介质中的电场强度 E 随电位移 D 变化的参数，其单位是米/法拉。它的定义是

$$\beta_{ij} = \frac{\partial E_i}{\partial D_j} = \frac{\partial E_j}{\partial D_i} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

压电陶瓷独立的介质隔离率有 β_{11} 和 β_{33} ，另外还有 $\beta_{11} = \beta_{33}$ 。介质隔离率 β_{ij}^T 与力学边界条件有关，有自由介质隔离率 β_{ij}^T 和受夹介质隔离率 β_{ij}^S 。压电陶瓷的介电常数和介质隔离率之间有如下的关系： $\beta_{11}^T = 1/$

$$\epsilon_{11}^T, \quad \beta_{33}^T = 1/\epsilon_{33}^T, \quad \beta_{11}^S = 1/\epsilon_{11}^S \text{ 以及 } \beta_{33}^S = 1/\epsilon_{33}^S.$$

4. 机电耦合系数

机电耦合系数 k 是表示压电体中机械能和电能相互耦合程度的一个参数，其定义为

$$k^2 = \frac{\text{电能通过逆压电效应转换成的机械能}}{\text{输入的总电能}}$$

或

$$k^2 = \frac{\text{机械能通过正压电效应转换成的电能}}{\text{输入的总机械能}}$$

当压电体受到某一外加应力或外加电场作用时，设某一体积元的弹性能密度为 W_1 ，介电能密度为 W_2 ，弹性—介电相互作用能（又称压电能）密度为 W_{12} ，则其机电耦合系数的定义为

$$k = \frac{W_{12}}{\sqrt{W_1 W_2}} \quad (15)$$

即机电耦合系数 k 是弹性—介电相互作用能密度与弹性能密度和介电能密度的几何平均值之比。

压电陶瓷有五个常用的机电耦合系数，即 k_{31} 、 k_p 、 k_{33} 、 k_t 和 k_{15} 。它们分别是长条的横向长度伸缩模式振动、薄片片径向伸缩模式振动、柱体的纵向长度伸缩模式振动、板的厚度伸缩模式振动和长方片的厚度切变模式振动的机电耦合系数。前二种属于横效应振动，后者属于纵效应振动。

机电耦合系数 k 与弹性常数、压电常数以及介电常数有关（例如 $k_{31} = d_{31} / \sqrt{\epsilon_{11}^S \epsilon_{33}^T}$ ， $k_{33} = d_{33} / \sqrt{\epsilon_{33}^S \epsilon_{33}^T}$ ）。我们利用这些关系，通过解压电振子振动的波动方程，就可以得出机电耦合系数与压电振子相应模式振动的串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p 之间的函数关系。于是，通过测量 f_s 和 f_p ，我们就可测定振子材料相应的机电耦合系数。

四、压电振子等效电路

由机电类比方法，通过机电耦合原理，把单一振动模式的压电振子在谐振频率附近的等效力学参数变换为一个相应的电路来表示，该电路就是压电振子等效电路。最简单的常用等效电路如图2所示。它是由 L_1 、 C_1 、 R_1 串联支路（即力学支路）和 C_0 并联支路构成的。其中 L_1 为动态电感， C_1 为动

态电容, R_r 为动态电阻, 它们与压电振子的力学参数和机电转换系数有关; C_0 为与频率有关的并联电容⁽⁸⁾。

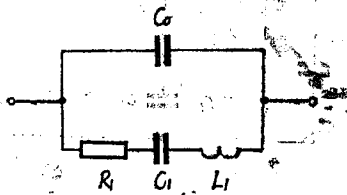


图2 压电振子等效电路

根据图2的等效电路, 可以证明, 在谐振频率附近, 随着频率的变化, 等效电路串联支路的导纳 Y_1 的矢量终端在电导—电纳复平面上的轨迹是一个圆。若并联支路的导纳 $Y_0 (= jC_0\omega)$ 在谐振频率附近的变化 ($jC_0\Delta\omega$) 很小, 则可把 Y_0 近似地看作一常数 ($jC_0\omega_s$)。因此, 把 Y_1 的矢量终端在复平面上的轨迹圆沿电纳轴平移 $C_0\omega_s$, 即可得到压电振子的导纳 $Y (= Y_0 + Y_1)$ 的矢量终端的轨迹圆, 通常称之为导纳圆, 如图

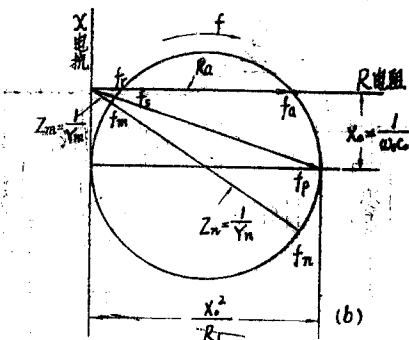
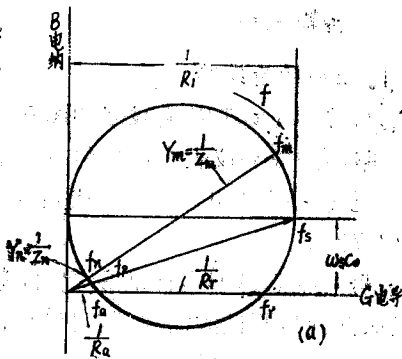


图3 压电振子的导纳圆和阻抗圆

3(a)所示。同样, 在谐振频率附近, 我们可以得到如图3(b)所示的阻抗圆。从图3(a)或图3(b)可以确定压电振子的六个特征频率: 串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 、谐振频率 f_r 、反谐振频率 f_a 、最大导纳频率 f_m 和最小导纳频率 f_n 。

利用图2所示的压电振子等效电路, 我们可导出压电振子的阻抗与频率的关系⁽⁹⁾

$$Z = \frac{1}{\omega C_0} \cdot \frac{(\omega^2 - \omega_s^2) - j\omega C_0 R_1}{\left[1 - \frac{(\omega^2 - \omega_s^2)}{(\omega_p^2 - \omega_s^2)} + j\omega C_0 R_1 \right]}$$

$$= \frac{1}{\omega C_0} \cdot \frac{\Omega - j\delta}{1 - \Omega + j\delta} \quad (16)$$

式中

$$\Omega = \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega_p^2 - \omega_s^2} = \frac{f^2 - f_s^2}{f_p^2 - f_s^2}$$

$$\delta = \omega C_0 R_1 = 2\pi f C_0 R_1$$

这里 Ω 和 δ 分别为归一化频率因子和归一化阻尼因子, 它们都是无量纲的物理量。

利用式(16)可以解出压电振子的 f_s 、 f_p 、 f_r 、 f_a 、 f_m 和 f_n 六个特征频率。在一级近似的条件下, 我们可以认为

$$f_m \approx f_r = f_s; \quad f_n \approx f_a = f_p。$$

在一般情况下, $f_m < f_s < f_r$; $f_n > f_p > f_a$ 。频率差为 $(f_n - f_m) > (f_p - f_s) > (f_a - f_r)$ 。

对于高耦合、高机械品质因数和高电学品质因数的压电陶瓷说来, 上面三个频率差几乎相等。但是在有大的机械损耗时, 我们不能直接用 $(f_n - f_m)$ 来计算机电耦合系数。用实测频率差 $(f_n - f_m)$ 来表示 $(f_p - f_s)$ 的更严密的近似公式为

$$\Delta f = (f_p - f_s) \approx (f_n - f_m) / \sqrt{1 + 4/M^2} \quad (17)$$

式中 M 为压电振子的优值, 定义为

增大(或减小)。因此,纵效应振动模式的有

$$M = \frac{1}{2\pi f_s R_1 C_0} \quad (18)$$

$$\approx \frac{1}{2\pi f_m (C_0 + C_1) |Z_m|}$$

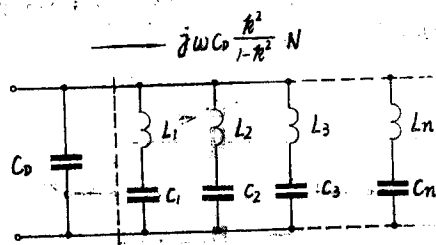
式中 $|Z_m|$ 是振子阻抗最小值的绝对值。

在串联谐振频率 f_s 时, 阻抗 $2\pi f_s L_1$ 和 $(-2\pi f_s C_1)^{-1}$ 大小相等, 符号相反, 因而串联支路的总阻抗决定于动态电阻 R_1 。因为 R_1 通常很小, 故压电振子的工作状态似乎处于电学短路状态, 所以串联谐振频率 f_s 是压电振子在零场 ($E=0$) 条件下的一个驻波频率⁽¹⁰⁾。因此, 与串联谐振频率 f_s 相联系的弹性常数一定是短路弹性常数, 即 s_{ij}^E 或者 c_{ij}^E 。

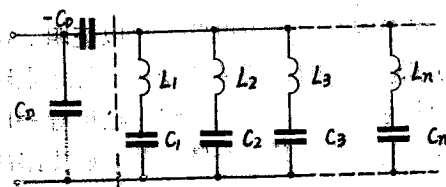
(21) 在并联谐振频率 f_p 时, $L_1 C_1 R_1$ 串联支路的阻抗和 C_0 的阻抗大小相等, 符号相反。由于方向相反的电流流向这二个支路, 因而流经压电振子的总电流等于零, 故其阻抗达到最大。因此, 在并联谐振时, 压电振子上的电荷保持不变, 故并联谐振频率 f_p 是压电振子在开路条件下的一个驻波频率。因此, 与并联谐振频率 f_p 相联系的弹性常数一定是开路弹性常数, 即 s_{ij}^D 或者 s_{ij}^D 。

振子只在单一振动模式的谐振频率附近才与图 2 所示的电路等效。对于高机电耦合的压电振子说来, 因串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p 之间的频率间隔比较大, 要求等效电路参数在较宽的频率范围内保持为一常数, 这常常是有困难的。在这种情况下, 图 2 的等效电路就不再适用, 因而阻抗公式 (16) 也不再成立。对于横效应振动(非刚度模)和纵效应振动(刚度模), 这时可以分别采用图 4 (a) 和图 4 (b) 所示的等效电路。

横效应振动时, 激发电场垂直于弹性波的传播方向, 因而振动不受压电振子电学边界条件约束。在纵效应振动时, 决定弹性波传播速度的弹性刚度(或柔顺)常数因受压电效应的反作用, 在介质内存在一些极化场而



a) 横效应振动



b) 纵效应振动

图 4 包含高次振动的压电振子的等效电路

效弹性常数与压电常数有关。

五、压电陶瓷材料性能测试所用的传输线路

1. π 型传输线路

我们常用的 π 型传输线路如图 5 所示。传输线路中的成品仪表有: 信号发生器、频率计、无感电阻箱和电子管毫伏表(或其他检测仪表)。

信号发生器必须具有足够宽的频率范围, 以保证满足测试的需要。信号发生器的输出电平要稳定, 在测量所需的频率范围内, 其输出电平没有明显的变化。输出信号的波

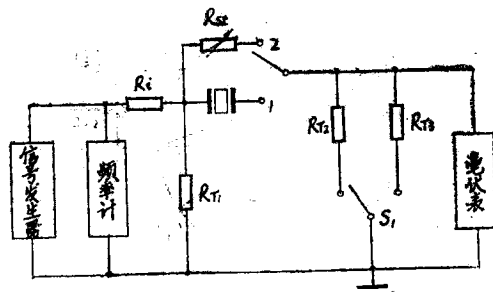


图 5 π 型传输线路

形为正弦波,其谐波成分应比主信号低30dB以上。同时,输出信号的频率要具有很高的瞬时稳定度,它应该优于测量谐振频率所要求的精确度。否则,信号频率的不稳定将会使检测仪表的输出峰变得不尖锐,从而增大测量误差。

频率计的工作范围要宽于待测信号频率范围,其输入阻抗应远大于信号发生器的输出阻抗,输入电容小,性能稳定,能满足所需要的测量精确度(例如误差不大于±1Hz)。

图5所示的π型传输线路是定电压传输线路,即在整个测量过程中,要求被测振子两端所加的电压保持不变。为了保证传输网络能满足这个要求,我们通常选择 $R_i \gg R_{T1}$,在测量最大导纳频率 f_m 时,取 $R_{T2} = R_{T1}$,而且 R_{T2} 小于被测振子的动态电阻(R_i)。

当信号发生器的内阻 $r_g \approx R_i + R_{T1}$,开关 S_1 置向 R_{T2} , S_2 置向位置“1”,而且 $R_{T1} = R_{T2}$, $R_{T2} \ll R_i$ 时,电子管毫伏表所检测到的信号电压为

$$V_R = \frac{R_{T2}(Z + R_{T2})}{Z + 2R_{T2}} \cdot \frac{R_{T2}(Z + R_{T2})}{(Z + 2R_{T2}) + R_i} \cdot \frac{V_0}{Z + R_{T2}} \cdot R_{T2}$$

$$= \frac{R_{T2}^2 V_0}{(R_i + R_{T2})(Z + R_{T2}) + R_i R_{T2}}$$

$$\approx \frac{R_{T2}^2}{R_i + R_{T2}} \cdot \frac{V_0}{Z} = \frac{R_{T2}^2}{R_i + R_{T2}} Y V_0$$

(19)

式中 V_0 为信号发生器的输出电压; Z 为被测振子的阻抗; Y 为被测振子的导纳。式(19)表明,检测电压近似地与被测振子的导纳成正比,而与它的阻抗成反比。

当改变信号发生器的频率 f 时,被测振子的阻抗随频率的变化而变化。当被测振子的导纳达到最大(阻抗最小)时,通过压电

振子的传输电流达到最大,此时,由电子管毫伏表检测到的电压 V_R 也相应地达到最大。反之,当被测振子的导纳降到最小(阻抗最大)时,通过压电振子的传输电流最小,电子管毫伏表检测到的电压 V_R 也相应地降到最小。因此,根据毫伏表的指示,我们可用频率计测出包括被测振子在内的传输网络的最大传输频率 f_{mT} 和最小传输频率 f_{nT} 。

电阻 R_{T2} 与被测振子串联,它与电子管毫伏表(或其他电压检测仪表)并联,两者构成一个检流计。

为了减小 R_{T2} 对流过被测振子的传输电流的影响,要求 $R_{T2} \ll R_i$ (因为 R_{T2} 增大时,将明显地影响谐振曲线的尖锐度,使得谐振指示不灵敏,从而增大测量误差。另外, R_{T2} 较大时,测试过程中振子两端的信号电压的变动也较大)。

从另一方面来看,压电振子的导纳(或阻抗)是通过 R_{T2} 两端电压降的大小来反映的,为了使检测仪表能灵敏地反映被测振子的导纳变化,则 R_{T2} 又应该取得大一些。因此,我们通常必须采用折衷方案,一般选取 R_{T2} 小于被测振子的动态电阻 R_i 。为了减小测量误差, R_{T2} 的值取 $0.1R_i \sim 0.5R_i$ 较为合适。压电振子的最小阻抗与其振劫模式、尺寸以及材料有关,因此在测量不同压电振子的最大导纳频率 f_m 时,我们有时需要对 R_{T2} 的值进行适当的调整⁽¹⁰⁾。

在测量振子的最小导纳频率 f_n 时,振子在 f_n 附近的阻抗很大,如果 R_{T2} 仍用上面所述的取值范围,则 R_{T2} 两端的电压降很小,真空管毫伏表的指示灵敏度就很低。为了提高测试灵敏度,要求与毫伏表并联的端接电阻比较大,这时将开关 S_1 置向 R_{T3} ,一般取 $R_{T3} = 1k\Omega \sim 2k\Omega$ 。

横向长度伸缩振动、径向伸缩振动等低频模式振动压电振子的动态电阻 R_i 通常是利用替代法测量的。即当传输网络达到最大传输时,将开关 S_2 置向位置“2”,调节无感电阻箱,使检测仪表的指示恢复到传输网络

最大传输时的指示。此时，由电阻箱的阻值 R_{st} 可确定被测振子的动态电阻 R_1 。当传输网络的终端优值 $M_T = 1/(2\pi f s C_T R_{T2}) = X_T/R_{T2} \gg 1$ 时， $R_1 \approx R_{st}$ 。在一级近似范围内，我们通常认为 $R_1 = R_{st}$ 。

2. 混合型传输线路

如前所述，为了保持测试过程中振子两端的电压降基本不变， π 型传输线路的端接电阻 R_{T2} 应该小于所测振子的动态电阻 R_1 。但是，对于高机电耦合的压电陶瓷振子说来，往往难以满足这一要求。在这种情况下，我们可采用图6所示的混合型传输线路⁽⁴⁾⁽⁹⁾⁽¹¹⁾。

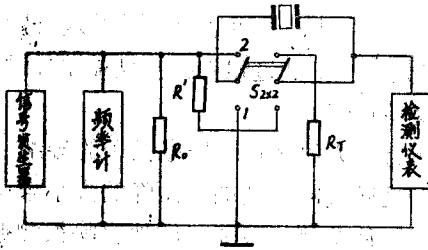


图6 混合型传输线路

从图6可见，传输线路在开关(S)掷向“1”位时是定电流传输线路；开关掷向“2”位时是定电压传输线路。其中 R_0 是为了使传输网络与信号发生器的输出阻抗相匹配。当开关掷向“1”位时，检测仪表所指示的电压为

$$V = \frac{Z}{R' + Z} V_0 \quad (20)$$

式中 V_0 为信号发生器的输出电压， Z 为被测振子的阻抗。

当 $R' \gg Z$ 时，

$$V = \frac{Z}{R' + Z} V_0 \approx \frac{ZV_0}{R'} = \frac{V_0}{R'Y} \quad (21)$$

式中 $Y = 1/Z$ ，是被测振子的导纳。我们从式(21)可以看出，检测电压 V 与被测振子的阻抗成正比，而与它的导纳成反比。这种情况与 π 型传输网络的结果相反。换句话

说，检测电压最小时的信号频率为传输网络的最大传输频率 f_{mT} ，它近似等于被测振子的最大导纳频率 f_m ；检测电压最大时的信号频率为传输网络的最小传输频率 f_{nT} ，它近似等于被测振子的最小导纳频率 f_n 。

假定 R_a 为压电陶瓷振子的反谐振电阻，如果我们取电阻 $R' \gg R_a$ ，则就能使信号发生器的输出电流在整个测试过程中基本上保持不变。在这样的条件下，我们利用定电流传输线路既可测量压电陶瓷振子的最大导纳频率 f_m ，又可测量它的最小导纳频率 f_n 。从理论上说来，利用定电流传输线路可以得到与图5所示的定电压传输线路相同的结果⁽¹¹⁾。但是当 R' 很大时，在测量 f_m 时检测仪表所检测到的电压非常小，因而对所采用的检测仪表和周围的屏蔽条件都有较高的要求，否则我们就无法进行测量。为此，我们可用定电流传输线路来测量压电陶瓷振子的最大导纳频率 f_m ，而用定电压传输线路来测量振子的最小导纳频率 f_n 。压电陶瓷材料性能测试方法国家标准（如GB2414-81等）就推荐采用这一方案。因此，我们只需要使定电流传输线路中的电阻 R' 远大于振子在串联谐振频率 f_s 附近的阻抗 Z ，即 $R' \gg |Z_m|$ 就可以了。有关的国家标准规定： $R' = 200\Omega \sim 1\text{ k}\Omega$ 。

图6所示的混合型传输线路比图5所示的 π 型传输线路灵敏，易于作快速测量。因此，在测量压电陶瓷振子的频率特性时，很多工厂采用这种传输线路。

用定电流传输线路测量 f_m 时，由于压电陶瓷振子阻抗的频率特性，信号中的高次谐波电压几乎全部降在被测振子的两端，与振子两端的基波主信号叠加在一起，从而增大了检测仪表的指示。当我们用无感电阻箱代替被测振子时，会因为无感电阻没有振子的这种特性而使高次谐波大部分降在电阻 R' 两端，给动态电阻 R_1 的测量带来较大误差。实验证明，利用定电流传输线路测量压电陶瓷振子的动态电阻 R_1 时，对信号发生器的

输出波形有较高的要求(谐波电平比基波主信号电平低 50dB左右),使用一般的信号发生器时,还需要利用 LC 低通滤波器。对于图 5 所示的 π 型传输线路,只要求信号发生器输出信号的谐波电平比基波主信号电平低 30dB。

我们可以根据需要,利用传输线路近似地测量压电陶瓷振子基音模式以及泛音模式的串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p 。当然,我们也可利用导纳电桥等仪器来测量振子的基音模式以及泛音模式的谐振频率 f_r 和反谐振频率 f_a ,它们近似地相应于 f_s 和 f_p 。到此为止,我们就认为串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p 的测量问题已经解决,我们下面将讨论它们与相应的弹性常数、压电常数和机电耦合系数的关系,从而解决这些常数的测定方法。

六、压电陶瓷材料性能的动态测试

通过测量压电振子的串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p ,以及其他一些参数(例如振子的电容、尺寸和材料密度),利用振子参数和材料参数之间的关系,可以确定所测振子材料的弹性常数、压电常数等参数。

图 7 给出了测量压电陶瓷的自由介电常数 ϵ^T 、短路弹性柔顺常数 s^E 和压电应变常数

d 的顺序。只要我们测得了这些常数,再利用材料参数之间的关系,就可以确定压电陶瓷材料的所有其他参数。但是,往往由于压电陶瓷振子材料性质不一致等原因,用图 7 的测量顺序也不一定能得到一组完整而严格的压电陶瓷材料参数。

1. 机电耦合系数的测定

压电陶瓷常用的机电耦合系数有 k_{31} 、 k_p 、 k_{33} 、 k_{15} 和 k_t 。只要我们测得了相应模式振动的串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p ,我们就可以通过它们与相应机电耦合系数 k 的关系,确定振子材料有关振动模式的机电耦合系数。

对于长条横向长度伸缩振动有

$$k_{31}^2 = \left\{ \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\Delta f}{f_s} \left[1 + \left(\frac{4 - \pi^2}{4} \right) \frac{\Delta f}{f_s} + \left(\frac{\pi^2 - 4}{4} \right) \left(\frac{\pi^2}{4} \right) \left(\frac{\Delta f}{f_s} \right)^2 + \dots \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\approx \left\{ \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{\Delta f}{f_s} \left[1 + \left(\frac{4 - \pi^2}{4} \right) \frac{\Delta f}{f_s} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

式中 $\Delta f = (f_p - f_s)$, f_s 和 f_p 分别为基音模式的串联谐振频率和并联谐振频率。

对于圆片径向伸缩振动模式有

$$k_p^2 \approx \frac{\Delta f}{f_s} \left[\frac{\eta_1^2 - (1 - \sigma^E)}{1 + \sigma^E} \right] \times \left[1 - \frac{\Delta f}{f_s} \left(\frac{\eta_1^2 - 1 + \sigma^E}{1 + \sigma^E} \right) \right]$$

$$\approx \frac{\Delta f}{f_s} \cdot \frac{\eta_1^2 - (1 - \sigma^E)}{1 + \sigma^E} \quad (23)$$

式中 $\Delta f = (f_p - f_s)$, σ^E 为泊松比, η_1 为方程 $(1 - \sigma^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根,这里 $J_1(\eta)$ 和 $J_0(\eta)$ 分别为第一类一阶和零阶贝塞尔函数。

k_{33} 、 k_{15} 和 k_t 与相应模式振动的串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p 都有如下相同形式的关系:

$$k^2 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_s}{f_p} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Delta f}{f_p} \quad (24)$$

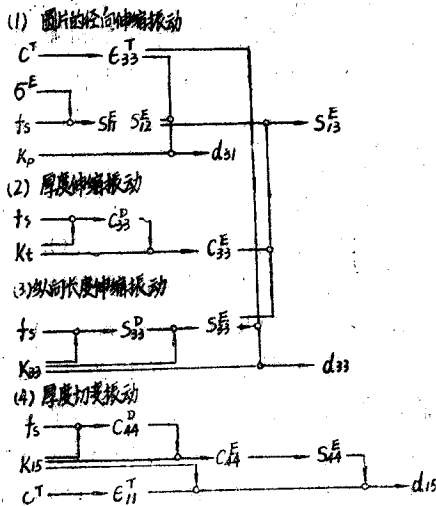


图 7 测量一组完整独立常数的顺序

式中 $\Delta f = (f_p - f_s)$, f_s 和 f_p 是相应基音模式的串联谐振频率和并联谐振频率。

利用式(22)、(23)和(24)计算机电耦合系数比较麻烦。对于 k_{s1} 、 k_p 和 k_{s3} , 它们与相应相对带宽 $\Delta f/f_s$ (或 $\Delta f/f_p$)的数值关系已列成表(参阅GB2414-81的附录4和附录3, 以及GB3389.4-82的附录), 我们只要测得了振子的相对带宽 $\Delta f/f_s$ (或 $\Delta f/f_p$), 就可由相应的数值表查得振子材料的机电耦合系数。

厚度伸缩振动和厚度切变振动往往伴有其他寄生振动, 从而使厚度模式振动的频响曲线会出现若干个峰, 使精确测量串联谐振频率变得困难。在测量并联谐振频率时, 由于振子的阻抗很大, 更易受其他模式振动的影响, 测量更加困难。因此, 我们希望有一种只需测量串联谐振频率就能测定 k_{1s} 或 k_t 的方法, 尾上等人提出的泛音法就是这样一种方法。

众所周知, 当机电耦合系数 k_{1s} 和 k_t 变大时, 高次厚度(包括切变和伸缩)模式振动的串联谐振频率不再是基音频率的整数倍, 我们根据它们与整数倍的偏离情况可测定振子材料的机电耦合系数 k_{1s} 或 k_t 。

在电学短路条件下, 厚度模式振动的基音频率和泛音频率都满足频率方程⁽¹⁸⁾

$$\operatorname{tg} X = \frac{X}{k^2} \quad (25)$$

式中 k 为相应振动模式的机电耦合系数; $X = \omega t/2v^D$ 为归一化频率, 其中 t 为压电陶瓷振子的厚度, ω 为角频率, v^D 为电位移 D 恒定时弹性波的相速度。与压电陶瓷振子的厚度伸缩振动模式相对应的 v^D 分别为

$$v_t^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}}, \quad v_s^D = \sqrt{\frac{c_{55}^D}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\rho s_{55}^D}} \quad (26)$$

式中 ρ 为振子材料材料密度。

从方程(25)可以看出, 与厚度振动模式的串联谐振频率相联系的归一化频率 X

只与机电耦合系数 k 有关。因此, 压电陶瓷振子的泛音频率与基音频率之比, 即泛音比也只与相应的机电耦合系数 k 有关。尾上等人把 f_{s3}/f_{s1} 、 f_{s5}/f_{s1} 、 f_{s7}/f_{s1} 与 k 的数值关系制成表, 只要我们测得了基音频率 f_{s1} 和一个泛音频率 f_{si} ($i=3, 5, 7$), 算出 f_{si}/f_{s1} , 通过查表即可得到所要测量的压电陶瓷材料的机电耦合系数。国家标准GB3389.5-82和GB3389.6-82就是推荐采用这种方法来测量材料的 k_t 和 k_{1s} 的。

2. 弹性常数的测定

如果我们测得了试样的某一特定模式振动的串联谐振频率 f_s (或并联谐振频率 f_p)、决定着频率的试样尺寸(h)以及试样材料密度(ρ), 则这一振动模式的振子材料的有弹性常数 q 与这些参数间有如下的关系⁽²⁾⁽⁹⁾:

$$q = \frac{4\rho N}{F^2} \quad (27)$$

式中 N 为频率常数; F 为随振动模式而不同的常数因子。

频率常数与振子材料的性质以及振动模式有关, 它是一个与弹性波的相速度相联系的物理量。对于某一特定的振动模式来说, 频率常数 N 只与振子的材料性质有关, 而与振子的尺寸无关, 因此它是一个材料常数。对于同一种压电材料来说, 不同模式振动的频率常数不同, 这就意味着不同的模式有不同的有效弹性常数。我们不仅能利用频率常数确定相应的弹性常数和压电常数, 而且它也是确定压电振子尺寸的重要参数。

我们应该注意, 利用横效应振动(非刚度模)测量有关的弹性常数时, 式(27)中的频率常数 N 是振子的串联谐振频率(f_s)与决定频率的振子尺寸(h)的乘积, 即 $N = f_s \cdot h$, 这时振子的阻抗很小, 基本上处于电学短路状态, 因此它所对应的有效弹性常数一定是短路弹性常数; 在利用纵效应振动(刚度模)测量有关的弹性常数时, 式(27)中的 $N = f_p \cdot h$, 即并联谐振频率(f_p)与决定频率

的振子尺寸(h)的乘积, 这时振子的阻抗很大, 基本上处于电学开路状态, 因此它所对应的有效弹性常数一定是开路弹性常数。对于我们测量材料常数所采用的一维振动模式, 有 $N = v^E/2$ 或 $v^D/2$ 的形式, 其中 v^E 和 v^D 为声速。因此, 我们可以通过测量声速来测量有关的弹性常数, 反之, 测得频率常数 N 也就可以得到有关的声速。下面我们就针对测量压电陶瓷材料参数所用的五种振动模式来讨论式(27)。

(1) 长条横向长度伸缩振动模式

这时 $F = 1$, $N = f_s \cdot l$, $q = 1/s_{11}^E$, 因此

$$s_{11}^E = \frac{1}{4\rho f_s^2 l^2} \quad (28)$$

式中 f_s 是基音频率, l 是长条片的长度。

(2) 柱体纵向长度伸缩振动模式

这时 $F = 1$, $N = f_p \cdot l$, $q = 1/s_{33}^D$, 因此

$$s_{33}^D = \frac{1}{4\rho f_p^2 l^2} \quad (29)$$

式中 f_p 是基音模式的并联谐振频率, l 是柱体的长度。

(3) 圆片径向伸缩振动模式

这时 F 与泊松比 σ^E 有关⁽²⁾, $N = f_s \cdot d$, 我们可以得到

$$s_{11}^E = \frac{\eta_1^2}{\pi^2 d^2 f_{s_0}^2 [1 - (\sigma^E)^2]} \rho \quad (30)$$

式中 f_{s_0} 是径向伸缩振动模式的基音频率, d 是圆片直径; η_1 为频率方程 $(1 - \rho^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根, 其值与泊松比 σ^E 有关。

压电陶瓷的泊松比 $\sigma^E (= -s_{12}^E/s_{11}^E)$ 与径向振动的基音频率 f_{s_0} 和一次泛音频率 f_{s_1} 有关, 由 f_{s_0} 和 f_{s_1} 就可以确定材料的泊松比 σ^E ⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾。

(4) 薄片厚度伸缩振动模式

这时 $F = i$, $N = f_{pi} \cdot t$, $q = c_{33}^D$, 因此

$$c_{33}^D = 4\rho \left(\frac{f_{pi} \cdot t}{i} \right)^2 \quad (31)$$

式中 f_{pi} 为薄片第 i 次厚度伸缩模式振动的并联谐振频率; t 为薄片的厚度。

如果测量 f_{pi} 有困难, 则可测量 f_{si} , 利用泛音法确定振子材料厚度伸缩振动机电耦合系数 k_t , 然而利用 k_t 与相对带宽 $\Delta f/f_{p1}$ ($= \frac{f_{p1} - f_{s1}}{f_{p1}}$) 的关系(可利用 $k_{33} \sim \Delta f/f_p$ 的数值关系表, 参阅GB3389·4—82), 求出基音模式的并联谐振频率 f_{p1} , 从而确定开路弹性刚度常数 c_{33}^D 。

(5) 长方片厚度切变振动模式

这时 $F = i$, $N = f_{pi} \cdot t$, $q = 1/s_{55}^D$, 因此

$$s_{55}^D = \frac{1}{4\rho} \left(\frac{i}{f_{pi} \cdot t} \right)^2 \quad (32)$$

式中 f_{pi} 为长方片第 i 次厚度切变模式振动的并联谐振频率; t 为片的厚度。

如果测量并联谐振频率 f_{pi} 有困难, 则可以测量 f_{si} ($i = 1, 3, 5, 7$), 由泛音法确定机电耦合系数 k_{15} , 而后通过 k_{15} 与相对带宽 $\Delta f/f_{p1}$ [$= (f_{p1} - f_{s1})/f_{p1}$] 的关系来确定 f_{p1} 。于是, 我们就可以利用式(32)来确定开路弹性柔顺常数 s_{55}^D 。

当我们测得了弹性常数 s_{11}^E 、 σ^E 、 s_{33}^D 和 c_{33}^D 之后, 再利用机电耦合系数 k_{31} 、 k_{33} 、 k_{15} 和 k_t , 由关系式

$$\left. \begin{aligned} s_{11}^D &= s_{11}^E (1 - k_{31}^2) \\ s_{33}^E &= \frac{s_{33}^D}{1 - k_{33}^2} \\ s_{55}^E &= \frac{s_{55}^D}{1 - k_{15}^2} \\ c_{33}^E &= c_{33}^D (1 - k_t^2) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

就可确定弹性常数 s_{11}^D 、 s_{33}^E 、 s_{55}^E 和 c_{33}^E 。

对于其他弹性柔顺常数, 我们可以利用下面的关系式确定: