CWSEET 电工理论丛书

电工原理问题分析

上册

陶炯光 陈崇源 张文灿 编

武汉电工理论学会

编　辑：武汉电工理论学会
　　　　编辑出版委员会
印　刷：湖南省华容县印刷厂

电工理论丛书

电工原理问题分析

目　　录

4

一、直 流 电 路

1—1．求下列图示网络的入端电阻R_{ab}。

〔解〕 对(a)图而言

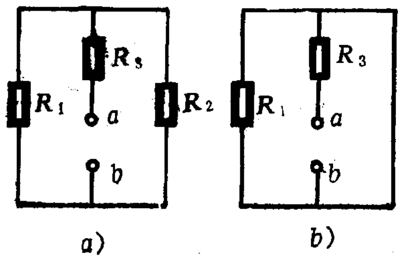
$R_{ab}=R_3+R_1/\!/R_2$

对(b)图而言

$$R_{ab}=R_3$$

对(c)图而言

$R_{ab}=R_{ae}+[(R_{eg}+R_{gd})/\!/R_{cd}+R_{df}+R_{fb}]/\!/R_{bc}$



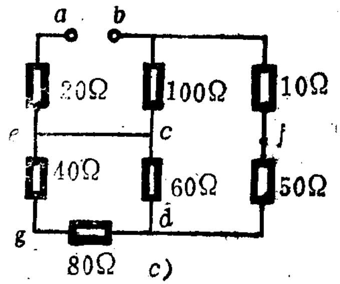


图1—1

从这三个网络入端电阻的求解过程中，说明看清网络中电阻的串并联关系是重要的。它的要点是，在端口处加电压，从端口看进去，若两元件上的电压相等则为“并”；若两元件上的电流相等则为“串”，顺藤摸瓜，跟踪追击，并注意不要被一些短接线所迷惑。

1—2．图1—2所示电路，若电阻R已知，求R_{AB}。

［解］ 仔细观察此电路，八个电阻恰为并联联接，所以 $R_{AB}=\frac{1}{8}R$

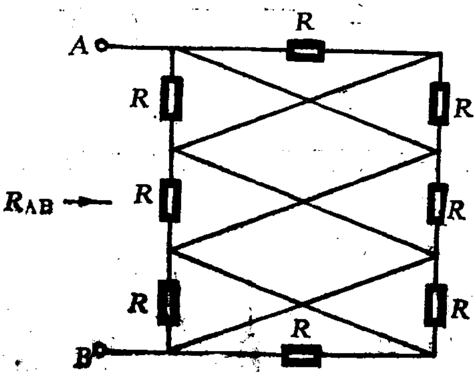


图1—2

从此题可以看出，判断元件的串并联关系是一件细致的工作。如果一下不好判断的话，可以将电路图中的节点和支路进行编号，将那些被短接线短接的节点标上同一个节点号，这样判断它们的串并联关系就要方便得多，同时可以避免因忙乱而出错。

1—3．求下列图示一端口网络的等效电路。

［解］ 此题说明了这样的一些概念：

1．任何一个无耦合的元件与电流源串联，对外电路来说，就等于这个电流源，因为电流源强使该支路电流为电流源所确定的电流。

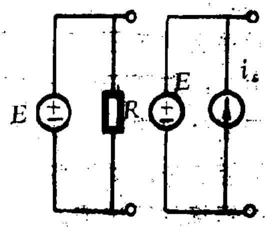


图1—3

2．任何一个无耦合的元件与电压源并联，对外电路来

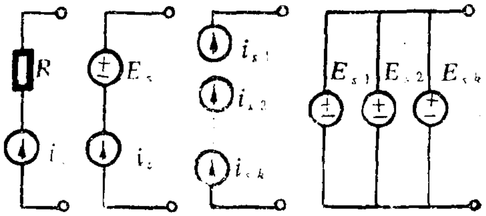


图1—3

说，就等于这个电压源，因为电压源强使该支路电压为电压源所确定的电压。

3．电流源互相串联的条件是所有的电流源必须相等，否则违反KCL。对外电路来说，它就等效于其中任何一个电流源。

4．电压源并联的条件是所有的电压源必须相等，否则违反KVL。对外电路来说，它就等效于其中任何一个电压源。

1—4．求无限长链形网络的入端电阻R_{ab}，已知分路电阻为R_p，串联电阻为R_s。若要使前一个节点的电压u_1与后一个节点的电压u_2之比为n，试问R_p/R_s应为多少？

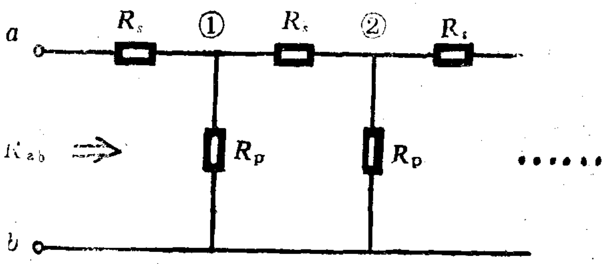


图1—4

〔解〕 由于是无限长链形网络，所以首端去掉一链后，它仍然是无限长链形网络，其入端电阻也应该是R_{ab}。则有

$$R_{ab}=R_s+R_p/\!/R_s$$

即 $R_{ab}^2-R_sR_{ab}-R_sR_p=0$

解之得

$$R_{ab}=\frac{R_s\pm\sqrt{R_s^2+4R_sR_p}}{2}$$

因为R_s，R_p为正电阻，所以$R_{ab}>0$

故

$$R_{ab}=\frac{R_s+\sqrt{R_s^2+4R_sR_p}}{2}$$

若欲使 $\dfrac{u_1}{u_2}=n$

则 $\dfrac{u_1}{u_2}=\dfrac{R_{ab}}{R_{ab}-R_s}=n$

$\therefore$ $R_{ab}=\dfrac{n}{n-1}R_s$

即 $\dfrac{R_s}{2}\left[1+\sqrt{1+4\dfrac{R_p}{R_s}}\right]=\dfrac{n}{n-1}R_s$

解之得 $\dfrac{R_p}{R_s}=\dfrac{n}{(n-1)^2}$

上式说明，若欲使前一节点的电压是后一节点电压的n倍，则R_p与R_s的比值应满足上面所列的关系式。

1—5．两根长直平行导线，在等距离处用相同材料的横向导线连接，构成一个具有相同正方形的无限梯形网络，正方形每条边的电阻为r，试求入端电阻$R_{pp'}$。若电流从网络的每一根横向导线的两端流入和流出，从P端算起，每段中的电流依次为i_n、i_{n+1}、i_{n+2}……试证明：

$$i_n-4i_{n+1}+i_{n+2}=0 \qquad (n\geqslant 1)$$

〔解〕 此题相当于$R_s=2r$，$R_p=r$的两个半无限长梯形网络在端口处并接在一起，并且在端口处还并接上一条电阻

为r的支路。由题1—4所得的结论，可知该半无限长梯形网络的入端电阻

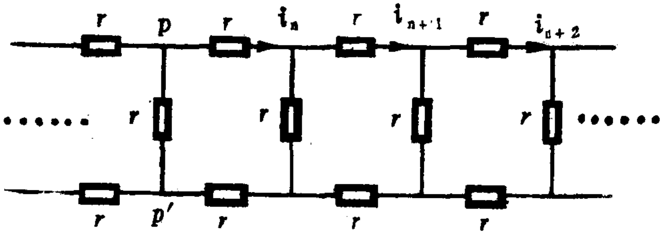


图1—5

$$R_{ab}=\frac{R_s+\sqrt{R_s^2+4R_sR_p}}{2}=(1+\sqrt{3})r$$

所以对端口PP'而言

$$R_{PP'}=R_{ab}/\!/R_{ab}/\!/R_p=\frac{1}{\sqrt{3}}r$$

设流入第n个节点的电流为i_n，流入第$n+1$个节点的电流为i_{n+1}，则

$$i_{n+1}=i_n\frac{r}{r+(1+\sqrt{3})r}=\frac{i_n}{2+\sqrt{3}}$$

$$=(2-\sqrt{3})i_n$$

同理，流入第$n+2$个节点的电流

$$i_{n+2}=(2-\sqrt{3})i_{n+1}=(2-\sqrt{3})^2i_n$$

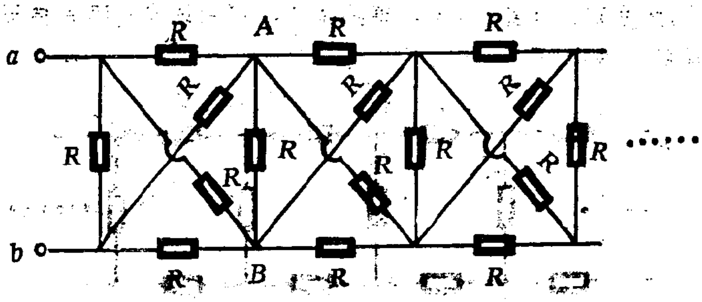
$$=(7-4\sqrt{3})i_n$$

$$\therefore\quad i_n-4i_{n+1}+i_{n+2}$$

$$=i_n-4(2-\sqrt{3})i_n+(7-4\sqrt{3})i_n$$

$$=0$$

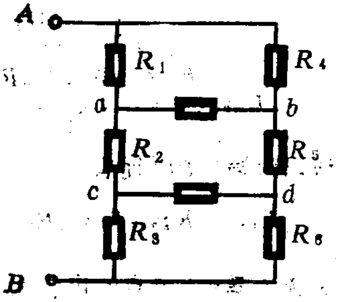
1—6．求图1—6(*a*)、(*b*)、(*c*)所示网络的入端电阻R_{ab}，图(*b*)与图(*c*)中$R_1:R_2:R_3=R_4:R_5:R_6$。



a)

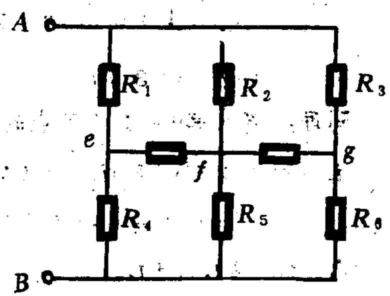
[解] 根据直流电桥平衡的原理，图1—6(a)中A、B两点是等电位点，故可以将AB两点短接，也可以将A B两端所形成的支路从电路中断开，求得

$$R_{ab}=\frac{1}{2}R$$



b)

而图1—6 (b) 及1—6 (c)中，可以分析出a与b及c与d；e、f与g是等电位点，可以分别将这些等电位点短接，或者将这些等电位点间的支路断开，然后再计算入端电阻。



c)

图1—6

在这里要提请读者注意的是，对(b)图和(c)图而言，只有当$R_1:R_2:R_3=R_4:R_5:R_6$时，才有节点a与b及c与d，以及节点e、f与g

均是等电位点的结论，如果没有上述的条件则都不是等电位点。由此可以看出，对电路的等电位点的判断，不可粗枝大叶想当然地判定。当情况不明时可以采用试探法，将电路中可能是等电位点之间的支路统统都断开，然后分析一下支路断开后这些点之间的电压是否为零，若为零则这些点是等电位点，否则就不是。

1—7．图1—7电路有10个节点，互相均接有1欧电阻，当任意两节点间加10伏电压时，求输入电流。

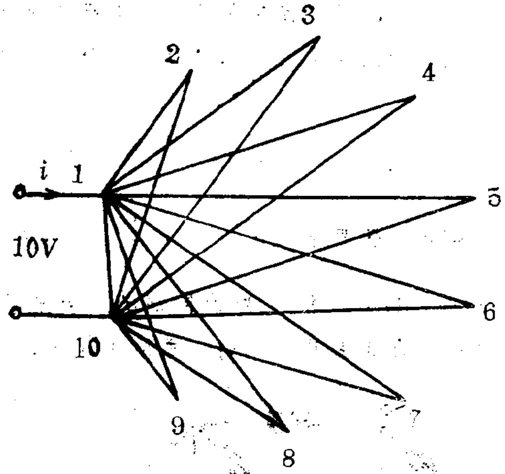


图1—7

〔解〕 m星形变换到m多边形，只有当$m=3$（即Y、△）时才能在两个方向唯一地变换。当$m>3$时，因为多角形的边数比星数多，所以不能在两个方向唯一地变换。因此，本题不采用从m多边形变到m星形的办法。

现在构造一个每边均为1欧，共10个节点的电路如图1—7所示。注意到每条边均代表1欧的电阻，而电压是加在节点1、10上，所以从图中显然可以看出节点2、3、4、

5、6、7、8、9均为等电位点（若以节点10为参考的零电位，则其电位为5伏）。

因为节点2、3……9均为等电位点，所以这些节点之间再互相联以1欧电阻（此时的电路就成了本题所给出的电路），这些等电位点之间的支路中不会有电流。也就是说，在节点2、3……9间互相联接电阻与互相不联接电阻是一样的，它不会改变各节点的电位值及各支路的电流，因而也不会改变节点1、10间的入端电阻。

通过以上分析，我们确信图1—7就等效地代替了题目所给出的电路。而图1—7中节点1、10间的入端电阻很容易求得为

$$R_{1、10}=\frac{1}{5}\text{欧}$$

所以本题的结果是输入电流 $i=\dfrac{10}{0.2}=50$安

1—8．求图1—8(*a*)所示网络的入端电阻$R_{ac'}$图中每一个元件的电阻都是R，ab有一短接线相连。

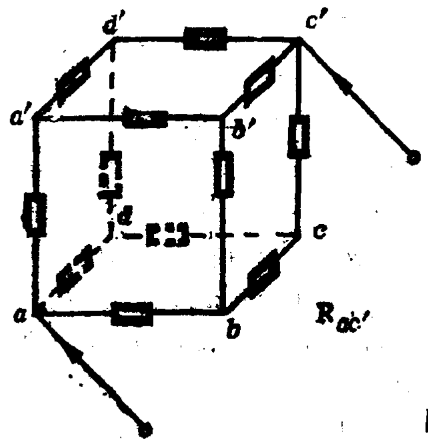


图1—8 *a*)

〔解〕 如果将电路图沿着对角线db'压扁得到图1—8(b)所示的网络，此网络对端口ac'而言是平衡对称网络。所谓平衡对称网络，系指该网络可以由垂直于端口的平衡对称面将该网络平分成上下两半完全对称一样的网络，而端口在平衡对称面的两侧，图中的OO直线为平衡对称面与网络平面相交的迹线。对于平衡对称网络有如下特点，网络中与平衡对称面相交的交点为等电位点，如图中的交点L、M、N均为等电位点，可以短接。所以

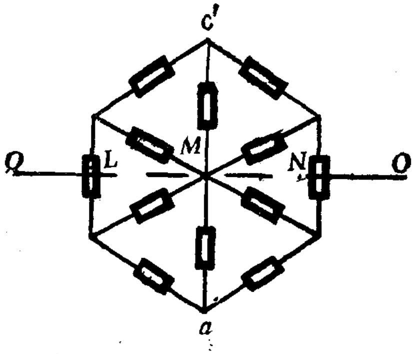


图1—8 b)

$$R_{ac'}=2\times[(1/\!/0.5+1)/\!/(1/\!/0.5+1)/\!/1]R$$
$$=0.8R$$

1—9．求图1—9所示网络的入端电阻R_{ab}，图中每一个电阻的值都是1欧。

〔解〕 根据平衡对称网络的概念，E、O'、O为等电位点，可以短接。所以

$$R_{ab}=2\times[1+1/\!/1/\!/0.5]/\!/1=\frac{10}{9}\text{欧}$$

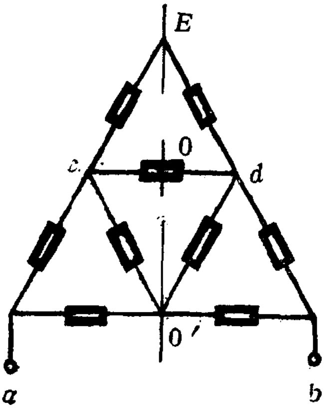
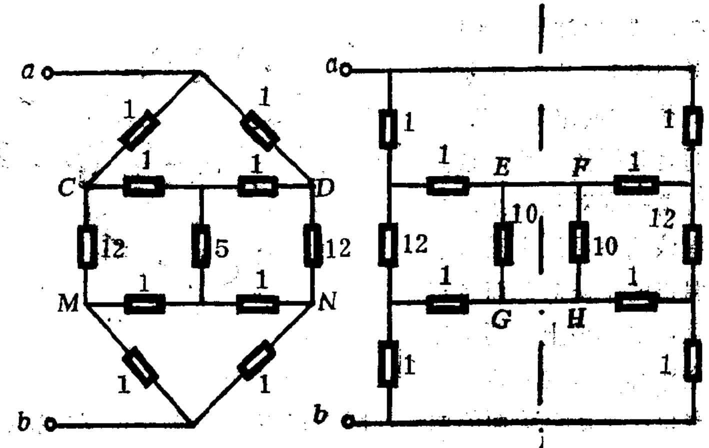


图1—9

1—10．求图1—10(a)所示网络的入端电阻R_{ab}。



a)　　　　　　　　b)

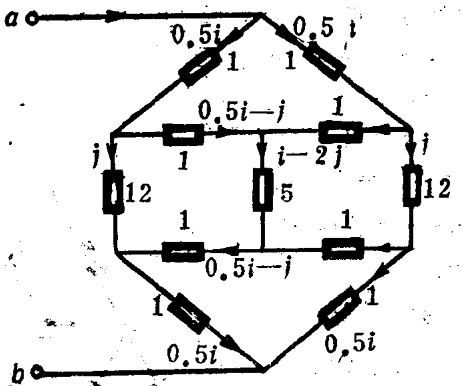


图1—10 c)

〔解〕 此题如果按平衡对称网络的概念来求解，占不到很大的便宜。若将中间5欧的支路看成是两个10欧支路的并联，则过端头a、b的平面（称为中分面）可将该网络劈成左右两个完全相等的部分。这样的网络称为传递对称网络，因

为从该网络端口的左侧和右侧看进去是完全一样的，即将该网络沿着过a、b端头的轴线旋转180°后，网络的图形完全一样。传递对称网络有这样的一个特点，与中分面相交的支路电流为0，如图1—10(b)中的EF支路及GH支路，所以

$$R_{ab}=\frac{1}{2}\left[1+12/\!/(1+10+1)+1\right]=4\text{欧}$$

此外，平衡对称网络还有这样的特点，与中分面对称的点是等电位点，如图1—10(a)中的C与D及M与N，所以

$$R_{ab}=0.5+6/\!/(0.5+5+0.5)+0.5=4\text{欧}$$

此题还可以用电流分布系数法求解。根据网络结构的特点，令各支路电流分布如图1—10(c)所示。则由网孔回路方程有

$$12j=\frac{1}{2}i-j+5(i-2j)+\frac{1}{2}i-j$$

即　$12j=6i-12j$　　$\therefore\quad j=\frac{1}{4}i$

由此端口电压　$u=\frac{1}{2}i+\frac{1}{4}i\times 12+\frac{1}{2}i=4i$

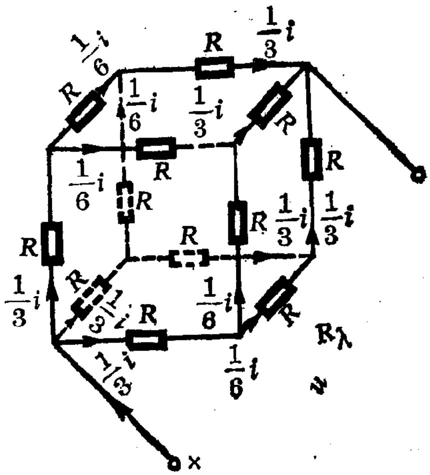
$\therefore\quad R_{ab}=\frac{u}{i}=4\text{欧}$

1—11　求图示网络的入端电阻。

〔解〕　根据电路的结构特点，求得各支路电流的分布如图1—11所示。由此得

$$u=\frac{1}{8}iR+\frac{1}{6}iR+\frac{1}{3}iR$$

$$=\frac{5}{6}iR$$



$\therefore \quad R_\lambda = \frac{u}{i} = \frac{5}{6}R$

图1—11

1—12．求图示无限网络的入端电阻，图中每个电阻为R。

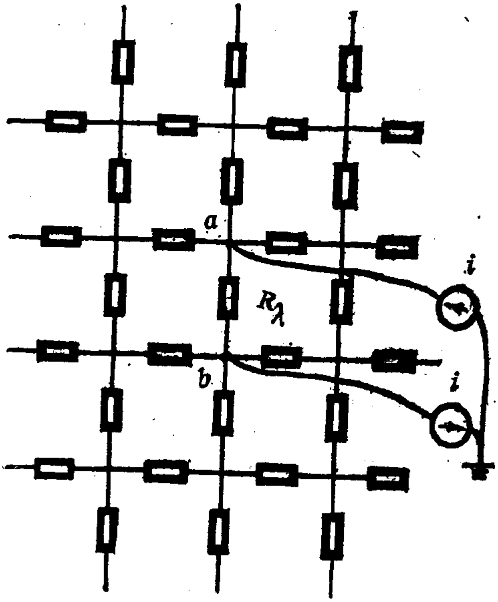


图1—12

a)

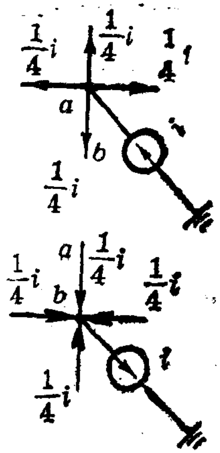


图1—12 b)

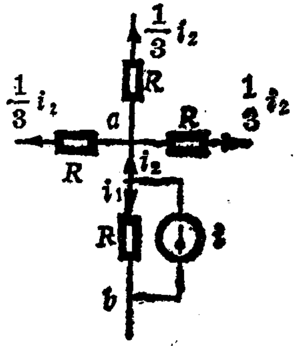


图1—12 c)

〔解〕 由于是无限网络，所以无穷远点是一点，如果我们把这张平面网络投影到球面上去，则无穷远点就对应着球面的一个极点。假若我们在端口处的两个端头与无穷远点间接入两个电流大小相等方向相反的电流源如图1—12（a)所示，然后再运用叠加原理，则根据网络结构的特点和电流分布系数的概念，

$$有\ i_1' = \frac{1}{4}i;\quad i_1'' = \frac{1}{4}i \quad 如图1—12(b)。$$

$$\therefore\quad i_1 = i_1' + i_1'' = \frac{1}{2}i \qquad u_{ab} = i_1R = \frac{1}{2}iR$$

$$R_{ab} = \frac{u_{ab}}{i} = \frac{1}{2}R$$

又解，我们在端口处并一电流源i，该电流源的电流有一部分流入与电流源并联的支路R上，设为i_1；另一部分电流设为i_2，这部分电流从节点a处沿着三条支路流出，根据该无

穷网络的结构特点，这三条支路上的电流相等均为$\frac{1}{3}i_2$，并依次类推，如图1—12(c)所示。由此有下列两个方程式

$$\begin{cases} i_1+i_2=i & \cdots\cdots(1) \\ i_1R=2\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^K i_2R & \cdots\cdots(2) \end{cases}$$

由（2）求得

$$i_1=\frac{2\times\frac{1}{3}i_2}{1-\frac{1}{3}}=i_2$$

$$\therefore \quad i_1=\frac{1}{2}i \qquad u_{ab}=i_1R=\frac{1}{2}iR$$

$$R_{ab}=\frac{u_{ab}}{i}=\frac{1}{2}R$$

1—13. 如图1—13(a)所示电路，每一条支路上的电阻均为1欧，求R_{AB}。

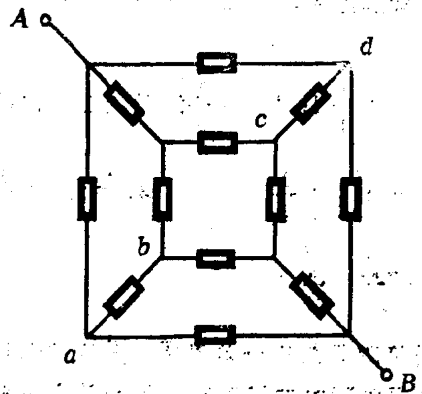


图1—13　a)