

# 感 应 加 热

感应器及系统设计

第五机械工业部第六设计院  
西安变压器电炉厂

# 说 明

感应加热在工业生产中日益广泛地得到应用。在我国，近年来感应加热技术的应用也发展很快。为了加速实现科学技术现代化，可以预料，感应加热这一先进技术必将在更多的部门得到推广。

遵照毛主席“洋为中用”的教导，我们翻译了这本书，为发展我国的电热工业服务。可供从事电热工业的工人、工程技术人员参考之用。

本书由五机部六院于肇智同志翻译，该院赵善钧同志、西安变压器电炉厂罗诚阳同志校对；五机部六院赵毓良同志、西安变压器电炉厂包英杰、张冠英、陈春华同志进行了技术校核工作。

由于我们水平有限，错误和缺点在所难免，恳请读者批评指正，顺致谢意。

五机部第六设计院 情报翻译科  
西安变压器电炉厂 技术情报组

1978年2月

# 原 序

感应加热作为一种非常有效的生产工艺，已经成功地应用了多年。现在可以认为，它已经从各种科学技术理论，变成了实际工程应用问题。所以，虽然本书也简单的谈到了电磁原理和热流理论，但是，它们也只是作为实际设计所需要的基本公式的依据来叙述的。

在现存文献里，感应加热原理已有介绍，但是，对于感应器和系统的全面阐述则很少。本书的主要目的，在于概略地介绍一下，在一些典型应用中，感应器、供电系统和标准发生设备的设计程序。经济问题与技术问题一样，也很重要。设计者应当看到，符合理想要求的设备，并不常常都能符合可能采用感应加热用户的预算要求。

所有感应加热用户，都想得到满意的高质量设备，对这些用户来说，设备的一次投资和维修费用与质量一样，也是同等重要的。

其他加热型式，特别是电阻、气体和燃油工业炉，常用来与感应加热作比较。感应加热只应当用于其优点能充分发挥的场合。这些优点很多，如加热速度快，功率密度高，时间和温度控制精确，以及作业环境清洁。感应加热用于汽车生产，几乎具有天赋的优点。将这些都考虑进去，一般来说，成本就比其他方法为低。

本书将介绍一些典型的工艺，包括低频穿透加热，精密表面淬火，高频金属局部联接和退火，以及高速锡焊。我们将按照在这些范围内的典型应用，介绍感应器及其系统的设计。

这些方法和资料，是西屋电气公司工业电子分部，英国奇异电气公司高频加热实验室，和英国雷蒂风有限公司工业电子实验室，从实际工作中提供的。

# 目 录

<b>第一章 感应加热理论</b> .....	( 1 )
1—1 基本变压器方程.....	( 3 )
1—2 实心圆柱体的微分方程.....	( 5 )
1—3 实心圆柱体的总磁通和功率.....	( 12 )
1—4 宽矩形平板中的感应功率和磁通.....	( 15 )
1—5 空心圆柱体和其他各种形状物体的感应功率.....	( 17 )
1—6 小结及公式的运用.....	( 25 )
<b>第二章 加热效应和冶金效应</b> .....	( 26 )
2—1 感应加热中的热传导.....	( 26 )
2—2 汇流排上温度的分布.....	( 29 )
2—3 钢的冶金学.....	( 32 )
2—4 比热的影响.....	( 34 )
2—5 热的辐射及对流.....	( 35 )
2—6 穿透感应加热的温度分布.....	( 38 )
2—7 电流透入深度的影响.....	( 40 )
2—8 感应表面淬火和加热的温度分布.....	( 45 )
2—9 淬火与淬火剂.....	( 49 )
2—10 表面加热和穿透加热中温度分布图和硬度分布图举例.....	( 53 )
2—11 典型的感应淬火锅.....	( 56 )
<b>第三章 感应加热的应用</b> .....	( 58 )
3—1 分类.....	( 58 )
3—2 穿透加热.....	( 59 )
3—3 典型应用.....	( 60 )
3—4 联接局部加热.....	( 66 )
3—5 表面淬火加热.....	( 75 )
3—6 熔化炉.....	( 84 )
3—7 其他应用.....	( 87 )
3—8 感应加热供电系统的选择.....	( 90 )
<b>第四章 感应器设计</b> .....	( 93 )
4—1 感应器设计的一般原则和方法.....	( 93 )
4—2 设计技术规范.....	( 95 )
4—3 技术规范举例.....	( 103 )

4—4	感应器近似设计法	(110)
4—5	感应器等效电路设计法	(117)
4—6	模型相似法	(123)
4—7	感应器的机械结构	(123)
<b>第五章</b>	<b>高频系统</b>	(132)
5—1	高频发生器的原理	(132)
5—2	工业高频加热振荡管	(140)
5—3	丙类振荡器设计	(146)
5—4	发生器振荡管电源	(152)
5—5	发生器控制电路	(155)
5—6	功率控制系统	(156)
5—7	负载匹配输出电路	(161)
5—8	外部控制系统	(167)
5—9	高频发生器电路测量	(171)
5—10	杂散场辐射	(174)
<b>第六章</b>	<b>中频加热系统</b>	(177)
6—1	电机——发电机系统的原理	(177)
6—2	发电机的工作特性	(182)
6—3	负载匹配和调谐	(184)
6—4	控制系统	(188)
6—5	中频测量	(189)
6—6	输出、控制和工件装卸台	(191)
6—7	完整的系统	(195)
<b>第七章</b>	<b>工频加热系统</b>	(200)
7—1	优点和局限性	(200)
7—2	负载匹配	(201)
7—3	控制及开关装置	(202)
7—4	工频测量	(205)
7—5	工件加热器和工件装载设备	(205)
7—6	完整的系统	(206)
<b>第八章</b>	<b>辅助设备和控制设备</b>	(212)
8—1	传输线：理论	(212)
8—2	实际的传输线	(216)
8—3	高频转换开关	(222)
8—4	新的感应加热电源	(223)
8—5	磁倍频器	(225)
8—6	晶体管逆变器	(226)

附录 A	Ber, Bei, Ker, Kei, 函数表 .....	( 230 )
附录 B	曲线图: 积分电阻系数——温度曲线, 电阻系数——温度 曲线及每磅小时磅——温度曲线 .....	( 232 )
附录 C	换算表, 换算系数 .....	( 234 )
附录 D	高频加热区域精炼 .....	( 239 )
参考文献	.....	( 241 )

# 第一章 感应加热理论

感应加热是一种相当新的工艺，它之所以获得应用，主要是由于它独特的性能。当迅速变化的电流流过金属工件时，便产生集肤效应，它使电流集中于工件表层，在金属表层上产生一个选择性很高的热源。法拉第发现了集肤效应的这个优点，发现了电磁感应这个值得注意的现象。他也是感应加热的奠基者。感应加热不要求外部热源，而是利用受热工件自身作为热源；这个方法也不要求工件与能源即感应线圈接触。其他的性能，包括可以根据频率选择不同的加热深度，根据线圈耦合设计而得到精确的局部加热，以及很高的功率密集度，或者说很高的功率密度。

适于感应加热的热处理过程应充分利用这些特性，并按下列步骤设计出完整的设备。

首先，工艺要求必须与感应加热的基本特性相符。本章将叙述工件中的电磁效应、合成电流的分布和吸收的功率。下一章将叙述感应电流产生的加热效应和温度效应，以及在不同的频率，不同的金属和工件形状下，温度的分布状况。根据这些知识，使用者和设计者，即可根据技术条件的要求决定其取舍。

第二，感应加热的具体型式，必须按是否符合技术条件的要求而确定，还应广泛掌握应用和发展情况。第三章将介绍现代工业中，感应加热主要的应用趋势，每种应用型式均举出实例和生产说明。

第三，感应加热的适宜性和最好的使用方法确定之后，便可设计出感应器和供电系统。第四章详细叙述了典型应用中感应器的设计方法。其余几章则分别介绍三种主要频率（工频、中频和高频）中，每一种频率的完整供电系统设计和各种辅助设备。有些冶金问题于第二章中讨论。

感应加热中的许多问题，与工程上的一些基本感性知识很相似，一般都是来源于实践经验。也可以这样说，如果没有对于感应器形状、电源频率和受热金属热工性能的正确理解，就不可能设计出感应加热器或系统。

感应加热的作用，在不可见的磁场影响下，与火焰淬火是一样的。例如，由高频发生器产生的较高频率（200,000赫以上），一般能产生剧烈、快速和局部性的热源，相当于小而集中的高温气体火焰的作用。反之，中频（1000赫及10,000赫）的加热效果，比较分散和缓慢，热量穿透较深，与比较大的和开阔的气体火焰相似。

第一个方程（1—1），以数学方式描述了这种作用。这个方程说明了线圈附近的金属表面的电流穿透深度 $\delta$ 与电源频率 $f$ 的关系。因为频率上升，电流深度便下降，所以，电流位于靠近线圈的局部地方。感应器设计的任何一种频率，均与此相似。单匝线圈可以使电流集中于一个小的面积上；加热大面积通常需用多匝线圈。

方程（1—1）和（1—67）还有另外一个明显的特点，即指出了加热金属物理

性能与电流深度 $\delta$ 之间的关系。这些物理性能中，最重要的就是导磁率 $\mu$ ，和电阻系数 $\rho$ 。显然，钢的感应加热比有色金属快而且好，主要的原因在于，大多数钢为磁性，导磁率高。几乎所有有色金属均为非磁性，导磁率 $\mu$ 为一。所以，从(1—1)式可看出，钢的电流深度应当小，实际情况也是这样。同样，由(1—67)式可看出，钢的功率输入将比有色金属高。

感应器设计的一个基本特点，就是要求出线圈匝数 $N_c$ 和电流 $I_c$ 的乘积，即“安—匝”。只有在最强的磁场下，或最大的安—匝 $I_c N_c$ 下，给于工件的功率才能达到最大；由(1—5)式即可看出这一点。由于线圈匝数常为工件几何面积所限制，显然，感应器电流愈大，给于金属的功率也就愈大。大多数高频发生器，是电流恒定的装置，所以这个数值是相当稳定的，除非使用降压变压器才能提高电流，或者如第五章所述，在感应器上并联电容器，可以提高其电流。电机发电机组可以看成是电压恒定的装置，所以，感应器电流主要决定于设计，或者决定于采用的降压变压器。

当考虑工件输入功率时，各种损耗必须计算进去。如果，要求处理的时间长，或者温度高，则热损失就大，附加功率必须估计进去。图2—9指出，辐射损失随温度升高急剧上升。可以在感应器内衬以隔热材料，如石棉或陶瓷，以减少这种热损失。实际上，这类损失主要发生于用中频或工频(60赫)进行的穿透加热和熔炼。大多数其他加热形式，如淬火和钎焊，辐射和对流损失的产生也是很快的。有一种损失——由电流引起的感应器自身的电阻损失——在任何感应器中，都不可避免。几乎所有感应器均为水冷铜绕组，使用的功率和电流愈大，损耗也愈大。(4—28)式指出了影响感应器电阻，也就是影响铜耗的各种因素。电阻随每吋匝数 $N_c/l_c$ 、匝数 $N_c$ 、感应器直径 $d_c$ 、频率 $f$ ，和感应器材料的电阻系数 $\rho$ 的升高而升高。这就是说，在给定的长度上，匝数少，缠绕的直径小，用低电阻材料(如铜)，以及在低频率下工作，感应器的功率损耗将最小。但是由于高频的输入功率较大，所以，设计者须在最有效的形式，受热材料的形状，要求功率等等因素之间，折中地予以考虑。一般来说，在频率较高，直径较大的情况下，感应器效率较高(给于金属的功率计算在内)。图2—16给出了某些感应器相应的效率。

各种不同形式供电系统的效率和成本，变化颇大，不过，根据经验，负载中有效功率与供给的功率之比，可以取为50—60%。设备每瓦的成本随频率而升高，因而高功率的高频装置一般是很贵的。

总之，采用感应加热时应考虑这样几点：

1. 按工艺要求选择合适的频率。
2. 设计出热流分布最好，效率最高的感应器。
3. 设计出损耗最小的系统。

本书大部分设计公式均以实心圆柱体为基础，因为这个几何形状便于理论分析，而且在感应加热实践中，是非常广泛的、常见的形状。当然空心圆柱体和矩形板以及表面邻近加热的某些应用问题也要阐述。所有公式推导，都采用厘米—克—秒制，因为将它换算为呎—磅—秒制的实用单位比较容易。所有设计方法均采用这些实用单



位。

### 1-1 基本变压器方程

理想的感应器、工件和电流分布如图 1-1 所示。

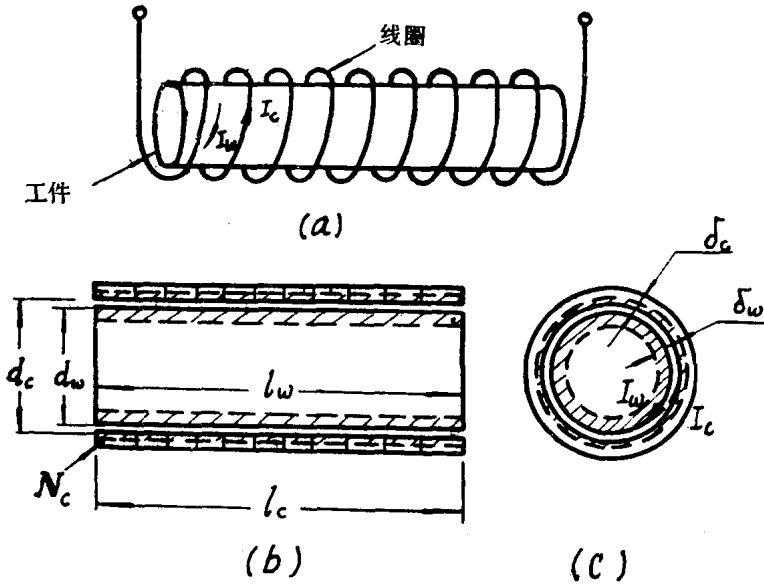


图1-1 理想工件中的电流深度

使用符号如下：

$I_c$ = 感应器电流	安培
$I_w$ = 工件电流	安培
$\delta_c$ = 感应器的等效电流深度	厘米
$\delta_w$ = 工件的等效电流深度	厘米
$d_w$ = 工件外径	厘米
$d_c$ = 感应器内径	厘米
$l_w$ = 工件长度	厘米
$E_c$ = 感应器端电压	伏
$R_w$ = 工件电阻	欧姆
$f = I_c$ 和 $I_w$ 的频率	赫
$\rho_w$ = 工件的电阻系数	微欧-厘米
$\rho_c$ = 线圈电阻系数	微欧-厘米
$\mu_w$ = 工件导磁率	
$N_c$ = 感应器匝数	
$P_w$ = 工件功率	瓦
$P_c$ = 线圈功率损耗	瓦
$R_c$ = 线圈电阻	欧

大多数感应加热问题，在于给定工件功率（由生产率和要求温度得出），求出感应器的安培一匝，和每匝的电压，由此便可求出与供给功率相匹配的感应器匝数、电压和电流。根据包括所有损耗以及工件功率在内的感应器总功率，便可提出对供电电源的完整的技术要求。

本节只是介绍，由于电阻所产生的功率消耗，而不计由于电抗而产生的无功的伏一安值（乏）。这些在主要过程中是属第二位的，因为它们在以  $I^2R$  计算损耗的加热效应中，没有什么作用，不过在任何变压器电路上，不可避免的会产生无功电抗，所以，本章后部分和第四章将要予以叙述。

假设磁通完全成直线轴向地通过工件和感应器绕组的各匝，端部效应、磁通变化和漏磁通均忽略不计。在工件和线圈中，实际电流的分布是一个复杂的函数，近似于数值下降的指数函数，下面将详细说明，这里只用一个等效深度来表示。现今：

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho}{\mu f}} \quad \text{厘米} \quad (1-1)$$

这是直流电流的等效深度，在这个深度上，电流密度相当于表面值的36.7%，此式将在后面章节中推导。

根据这些假设和图 1-1，线圈和工件之间安一匝的关系为：

$$I_c N_c = I_w \quad \text{安一匝} \quad (1-2)$$

工件相当于一个短路的变压器的次级，匝数为一。

很明显，工件电阻是在断面为  $\delta w l_w$ 、长为  $\pi d_w$ （近似）的路径上通以等效电流时的电阻，因此其数值为：

$$R_w = \frac{\rho_w \pi d_w \times 10^{-6}}{\delta w l_w} \quad \text{欧姆} \quad (1-3)$$

根据 (1-2) 式和 (1-3) 式，就可求得工件的感应功率为：

$$P_w = I_w^2 R_w \times 10^{-8} \quad \text{瓩}$$

$$P_w = \frac{I_c^2 N_c^2 \rho_w \pi d_w \times 10^{-6} \cdot 10^{-8}}{\delta w l_w} \quad (1-4)$$

因此，

$$P_w = \frac{I_c^2 N_c^2 \rho_w \pi d_w \times 10^{-6}}{\delta w l_w} \quad \text{瓩} \quad (1-5)$$

此式的假设条件是，线圈和工件中的电流透入深度较它们的直径为小。

由下式得线圈的损耗为：

$$P_c = I_c^2 R_c \times 10^{-8} \quad \text{瓩} \quad (1-6)$$

其有效电阻为：

$$R_c = \frac{\rho_c \pi d_c N_c^2 \times 10^{-6}}{\delta c l_c} \quad \text{欧姆} \quad (1-7)$$

这是按与(1-3)式相同的方法求出的，但是在线圈超过一匝，因子  $N_c^2$  升高的情况

下，电阻将随着长度 $\pi d_c N_c$ 增加而加大，同时，也随着断面 $\frac{\delta c l_c}{N_c}$ 减少而加大。将

(1-7) 式代入 (1-6)，得：

$$P_c = \frac{I_c^2 N_c^2 \rho_c \pi d_c \times 10^{-9}}{\delta c l_c} \quad \text{瓩} \quad (1-8)$$

所以，从 (1-5) 式可求出线圈的安一匝，将其代入 (1-8) 式，即可求出感应器绕组的损耗，这样就可求得工件功率给定时，感应器须要的总功率，即：

$$P_{ct} = P_c + P_w \quad \text{瓩} \quad (1-9)$$

这些就是感应加热的基本方程，它给出了线圈的安一匝和加热工件所必需的总功率，其他所有的影响都是“损耗”（电阻或电抗），它们要求附加功率或电压，下面将要论及。虽然这些公式都是近似的，但是用它能求出大多数感应加热应用中所需要的功率，还常常用它们来检查比较精确的公式。

### 1-2 实心圆柱体的微分方程

感应加热的外部能源，是磁场强度的磁化力。因此，这个场强在整个工件上的分布，是非常重要的。工件中感应电流，直接与交变电流产生的磁场强度有关。所以，工件中磁场强度的分布，直接决定着工件中热量和温度梯度的分布。

在图 1-2 中假设，工件周围的瞬时场强，不决定于与工件的距离，并且不受工件存在的影响。

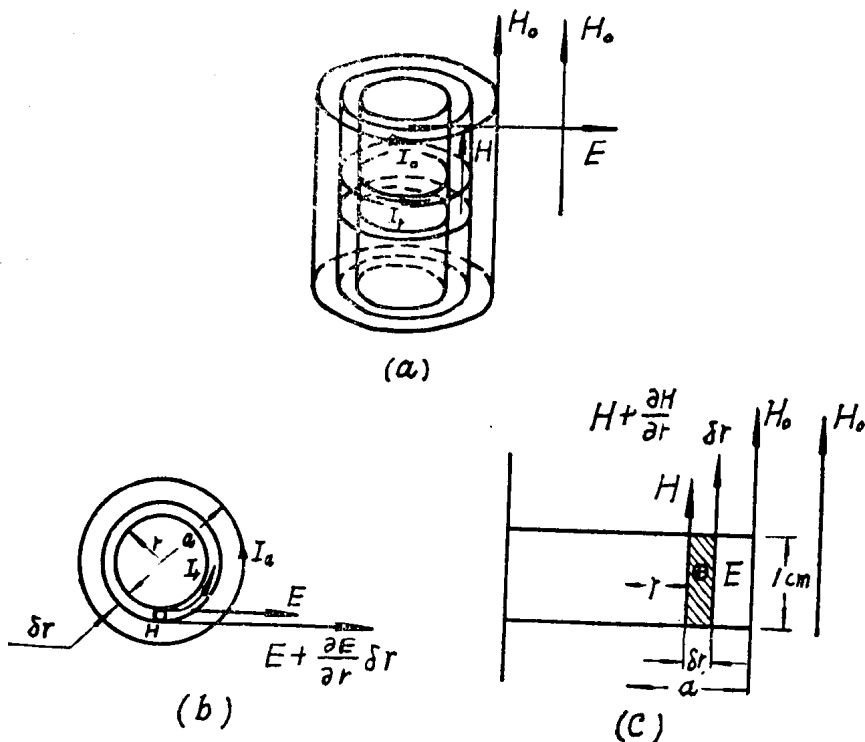


图1-2 实心圆柱体内电场与磁场强度

所有矢量值均用大写粗字表示，如  $\Phi$ ，且均为瞬时值。推导时，除特殊情况外，均采用电磁单位。

### 符号表

$a$ = 工件半径	厘米
$d_w$ = 工件直径	厘米
$r$ = 工件内壳半径	厘米 ( $r < a$ )
$H_0$ = 围绕工件的磁场强度	奥斯特
$E$ = 在工件内 $r$ 处的电场强度	绝对伏/厘米
$\rho$ = 工件电阻系数 (设为常数)	绝对欧姆*·厘米
$\mu$ = 工件导磁率 (设为常数)	高斯/奥斯特
$\mu_0$ = 自由空间导磁率 ( $\mu_0 = 1$ )	高斯/奥斯特
$\Phi_r$ = 在 $r$ 处内壳的磁通	马克斯韦
$A_r$ = $r$ 处壳体的断面积	厘米 <sup>2</sup>
$A_w$ = 半径为 $a$ 的工件断面积	厘米 <sup>2</sup>
$\delta_r$ = 在 $r$ 处壳体的壁厚 ( $\delta_r \ll r$ )**	厘米
$i_r$ = 壳体半径为 $r$ 的电流密度	绝对安培/厘米 <sup>2</sup>
$i_a$ = 表面电流密度	绝对安培/厘米 <sup>2</sup>
$R_r$ = 在 $r$ 处 $i_r$ 的电阻	绝对欧姆
$l_w$ = 工件长度	厘米

所以，在  $r$  处由于磁场强度  $H$  的变化，产生感应电动势，令为  $E2\pi r$ ，其电流  $i$  将为：

$$i = \frac{E2\pi r}{R_r}$$

流过  $i_r$  的壳体单位长度的电阻  $R_r$  为：

$$R_r = \frac{\rho 2\pi r}{\delta_r} \quad (1-10)$$

所以，

$$i = \frac{E2\pi r}{\rho 2\pi r / \delta_r} = \frac{E\delta_r}{\rho} \quad (1-11)$$

通过图 1—2c 中阴影面积  $\delta_r l$  的电流密度为：

$$i_r = \frac{E}{\rho} \quad (1-12)$$

电流通过任何封闭回路时，其磁场强度的线积分由下式求得。

$$i = \frac{1}{4\pi} \oint H ds \quad (1-13)$$

译注：\* 绝对欧姆为CGS电磁制欧姆，1绝对欧姆=10<sup>-9</sup>欧姆。绝对欧姆又称毫微欧姆。

\*\* 原文有误。

按 (1-2c) 图中阴影面积进行积分得:

$$I = \frac{1}{4\pi} \left[ H - \left( H + \frac{\partial H}{\partial r} \delta r \right) \right] = -\frac{1}{4\pi} \delta H \quad (1-14)$$

电流密度为 
$$I_r = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial H}{\partial r} \quad (1-15)$$

(1-12) 式与 (1-15) 式相等, 故:

$$\frac{\partial H}{\partial r} = -\frac{4\pi E}{\rho} \quad (1-16)$$

同样, 任何封闭磁通回路电场强度的积分为:

$$\oint E ds = -\frac{d\phi}{dt} \quad (1-17)$$

设  $\phi_r$  是圆环中的总磁通, 则:

$$\phi_r = \mu H A_r \quad (1-17a)$$

设  $i$  为正弦函数, 则:

$$\frac{d\phi}{dt} = \mu A_r \frac{dH}{dt} = j\omega\mu H 2\pi r \delta r \quad (1-18)$$

(1-17) 式可写为:

$$\left( E + \frac{\partial E}{\partial r} \delta r \right) 2\pi(r + \delta r) - E 2\pi r = -j\omega\mu 2\pi r \delta r H \quad (1-19)$$

因为  $\phi_r$  是内边  $r + \delta r$  和  $r$  之间磁通之差, 所以在 (1-19) 式中, 以两个电动势的差值将其联系起来。因此:

$$2\pi E \delta r + 2\pi r \frac{\partial E}{\partial r} \delta r + 2\pi \frac{\partial E}{\partial r} \delta r^2 = -j\omega\mu 2\pi r H \delta r \quad (1-19a)$$

$\delta r^2$  非常小, 可以忽略不计。

$$\frac{\partial E}{\partial r} + \frac{E}{r} = -j\omega\mu H \quad (1-20)$$

将 (1-16) 代入 (1-20), 并变换为微分式:

$$\frac{d^2 H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} - \frac{j\omega\mu 4\pi}{\rho} H = 0 \quad (1-21)$$

令 
$$K^2 = \frac{4\pi\omega\mu}{\rho} = \frac{8\pi^2 f\mu}{\rho} \quad (1-22)$$

故 (1-21) 式变为:

$$\frac{d^2 H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} - K^2 H = 0 \quad (1-23)$$

这就是磁场强度  $H$  分布的基本方程, 由此式可求出工件内任意点上的  $H$  值, 以及电流密度  $I_r$ 。解此方程须用贝塞尔函数[1]。(1-23) 式的标准解式是:

$$H = A I_0(Kr\sqrt{j}) + B K_0(Kr\sqrt{j}) \quad (1-23a)$$

式中  $Kr$  为小数值时,

$$I_0(Kr\sqrt{j}) = 1 + \frac{j(Kr)^2}{2^2} - \frac{\left(\frac{Kr}{2}\right)^4}{2!^2} + \frac{j\left(\frac{Kr}{2}\right)^6}{3!^2} \dots \quad (1-24)$$

和

$$K_0(Kr\sqrt{j}) = I_0(Kr\sqrt{j})(\log 2 - r - \log Kr) + \frac{j(Kr)^2}{2^2} - \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{\left(\frac{Kr}{2}\right)^4}{2!^2} - j\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{\left(\frac{Kr}{2}\right)^6}{3!^2} \dots \quad (1-25)$$

当  $Kr$  为大数值时

$$I_0(Kr\sqrt{j}) = \frac{e^{Kr\sqrt{j}}}{\sqrt{2Kr\sqrt{j}}} \left[ 1 + \frac{1^2}{8Kr\sqrt{j}} + j \frac{(1^2)(3^2)}{2!(8Kr)^2} + j \frac{(1^2)(3^2)(5^2)}{3!(8Kr\sqrt{j})^3} + \dots \right] \quad (1-26)$$

和

$$K_0(Kr\sqrt{j}) = e^{-Kr\sqrt{j}} \sqrt{\frac{\pi}{2Kr\sqrt{j}}} \left[ 1 - \frac{1^2}{8Kr\sqrt{j}} + j \frac{(1^2)(3^2)}{2!(8Kr)^2} - j \frac{(1^2)(3^2)(5^2)}{3!(8Kr\sqrt{j})^3} + \dots \right] \quad (1-27)$$

分别用实数项和虚数项简化 (1-24) 式和 (1-25) 式, 结果得:

$$I_0(Kr\sqrt{j}) = ber Kr + j bei Kr \quad (1-28)$$

$$K_0(Kr\sqrt{j}) = Ker Kr + j Kei Kr \quad (1-29)$$

以 (1-28) 式为例,

$$ber Kr = 1 - \frac{\left(\frac{Kr}{2}\right)^4}{(2!)^2} + \frac{\left(\frac{Kr}{2}\right)^8}{(4!)^2} \dots \quad (1-30)$$

$$bei Kr = \frac{(Kr)^2}{(2!)^2} - \frac{(Kr)^6}{(3!)^2} + \frac{\left(\frac{Kr}{2}\right)^{10}}{(5!)^2} \dots \quad (1-31)$$

(1-28) 式和 (1-29) 式的有用导数为:

$$bei' Kr = \frac{K}{r} \int r ber Kr dr \quad (1-32)$$

$$ber' Kr = \frac{-K}{r} \int r bei Kr dr \quad (1-33)$$

$$Kei' Kr = \frac{K}{r} \int r Ker Kr dr \quad (1-34)$$

$$Ker' Kr = -\frac{K}{r} \int r Kei Kr dr \quad (1-35)$$

$ber$ 、 $bei$ 、 $Ker$  和  $Kei$  的函数值和它们的导数值, 已用表列出 [2-4], 下面在求解 (1-23) 式和其他方程时, 将要使用这些数值。有用的数值均列于附录 A 中。

显然, 实心圆柱体中心的磁场强度不是无穷大, 也就是说, 当  $r = 0$  时, 由 (1-

23) 式求出的H不应是无穷大。在(1-25)式中,当 $r=0$ 时, $\log Kr$ 为无穷大, $K_0(Kr\sqrt{j})$ 也是无穷大,因此,(1-23)式中的B必须为零,其解式便简化为:

$$H = AI_0(Kr\sqrt{j}) \quad (1-36)$$

故由(1-28)式得:

$$H = A(\text{ber } Kr + j\text{bei } Kr) \quad (1-37)$$

在工件表面上,令 $r=a$ 时 $H=H_0$ ,则:

$$H_0 = A(\text{ber } Ka + j\text{bei } Ka) \quad (1-38)$$

(1-37)式变为,

$$\frac{H}{H_0} = \frac{\text{ber } Kr + j\text{bei } Kr}{\text{ber } Ka + j\text{bei } Ka} \quad (1-39)$$

现在,自(1-37)式和(1-15)式得:

$$I_r = -\frac{AK}{4\pi}(\text{ber}' Kr + j\text{bei}' Kr) \quad (1-40)$$

$$I_a = -\frac{AK}{4\pi}(\text{ber}' Ka + j\text{bei}' Ka) \quad (1-41)$$

$$\frac{I_r}{I_a} = \frac{\text{ber}' Kr + j\text{bei}' Kr}{\text{ber}' Ka + j\text{bei}' Ka} \quad (1-42)$$

$$\left| \frac{I_r}{I_a} \right| = \frac{\sqrt{\text{ber}'^2 Kr + \text{bei}'^2 Kr}}{\sqrt{\text{ber}'^2 Ka + \text{bei}'^2 Ka}} \quad (1-43)$$

图1-3绘出了不同 $Ka$ 时的比值。例如,如果要求出圆柱体内电流分布,则

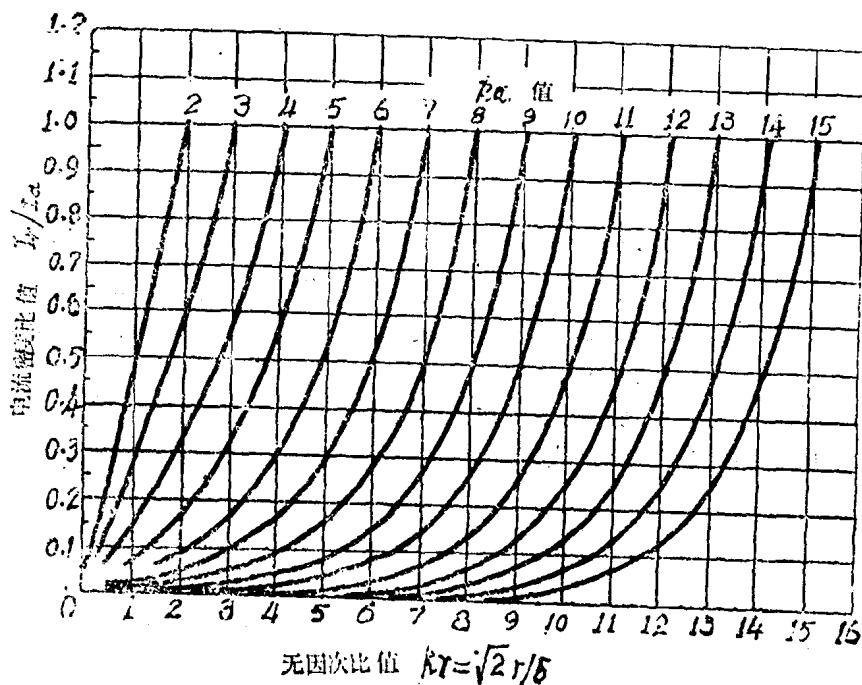


图1-3 实心圆柱体中电流密度分布

可按下列运用这些曲线。

例题1—1

金属.....钢  
 频率  $f$  .....60赫  
 电阻系数  $\rho$  .....100 微欧—厘米 =  $10^5$  绝对欧姆—厘米  
 导磁率  $\mu$  .....800高斯/奥斯特  
 半径  $a$  .....0.25吋 = 0.635厘米

由 (1—22) 式得:

$$K = \frac{(2)(\pi)(2)^{\frac{1}{2}}(60)^{\frac{1}{2}}(8)^{\frac{1}{2}}(10^2)^{\frac{1}{2}}}{(10^4)^{\frac{1}{2}}(10)^{\frac{1}{2}}} = 6.15$$

因此,  $Ka = 6.15 \times 0.635 = 3.91$ 。

由于近似于图 1—3 上  $Ka = 4$  的曲线, 所以在  $K$  不变的情况下, 电流分布, 作为半径  $r$  的函数, 就可以很容易地求出。值得注意的是, 在半径为  $2.8/4$ , 或工件半径的 70% 的地方, 电流密度较表面值下降了一半。由曲线上看出, 在这样低的频率下, 集肤效应并不显著, 因为, 电流为 50% 的那一点, 并不是在距表面 30% 的地方。

例题1—2

金属.....不锈钢  
 电流频率  $f$  .....450,000 赫  
 电阻系数  $\rho$  .....100 微欧—厘米 =  $10^5$  绝对欧姆—厘米  
 导磁率  $\mu$  .....1.0高斯/奥斯特  
 半径  $a$  .....0.25吋 = 0.635厘米

由 (1—22) 式

$$K = \frac{(2)(\pi)(2)^{\frac{1}{2}}(45)^{\frac{1}{2}}(10^4)^{\frac{1}{2}}}{(10^4)^{\frac{1}{2}}(10)^{\frac{1}{2}}} = 18.8$$

$$Ka = 18.8 \times 0.635 = 11.9$$

采用图 1—3 上  $Ka = 12$  的曲线, 其电流分布与上面  $Ka = 4$  的例题显然不同, 主要因为, 频率愈高, 集肤效应愈显著。例如, 电流密度下降至表面值一半的地方, 是在工件半径 92% (11/12), 或距表面 8% 的地方。

当  $Kr$  为大值, 也就是当感应电流的频率很大, 或工件的半径在指定点上很大时, 许多例题都可以使用 (1—42) 式简单计算。在这些情况下, 贝塞尔函数可以写为:

$$berKr = \frac{e^{\frac{Kr}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{2\pi Kr}} \cos\left(\frac{Kr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \quad (1-44)$$

$$beiKr = \frac{e^{\frac{Kr}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{2\pi Kr}} \sin\left(\frac{Kr}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \quad (1-45)$$

$$ber'Kr = \frac{e^{\frac{Kr}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{2\pi Kr}} \cos\left(\frac{Kr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \quad (1-46)$$



$$bej'Kr = \frac{e^{\frac{kr}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{2\pi Kr}} \sin\left(\frac{Kr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \quad (1-47)$$

因此, (1-42) 式可简化为:

$$\frac{I_r}{I_a} = \left[ \sqrt{\frac{2\pi Ka}{2\pi Kr}} e^{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)(r-a)} \right] \times \left[ \frac{\cos\left(\frac{Kr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) + j\sin\left(\frac{Kr}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right)}{\cos\left(\frac{Ka}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) + j\sin\left(\frac{Ka}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right)} \right] \quad (1-48)$$

这里所指的  $x$  深度, 为:

$$x = a - r \quad (1-49)$$

电流密度的相位已经滞后了  $\left(\frac{K}{\sqrt{2}}\right)(a-r)$ , 在以下情况时, 相位将完全倒转过来:

$$x = \frac{\sqrt{2}\pi}{K} \quad (1-50)$$

当  $a$  和  $r$  两数变得很大时, (1-48) 式还可进一步简化为:

$$\frac{I_r}{I_a} = e^{-\frac{Kx}{\sqrt{2}}} = e^{-\frac{x}{\delta}} \quad (1-51)$$

这条曲线绘于图 1-4 上, 由图可知, 当  $x = \sqrt{2}/K$ , 即  $x = \delta$  时, 由 (1-22) 式得:

$$K = \sqrt{2}(2)\pi \sqrt{\frac{\mu f}{\rho}} = \frac{\sqrt{2}}{\delta} \quad (1-52)$$

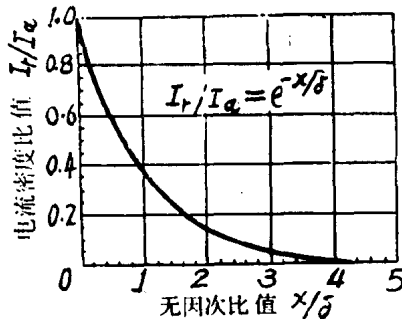


图 1-4 电流密度分布的近似函数曲线

所以,  $I_r = \left(\frac{1}{e}\right)I_a$ , 即  $I_r$  较表面电流减少 36.7%。这就是前面说的“等效电流深度”。按照同样的分析,

$$H_r = H_0 e^{-x/\delta} \quad (1-53)$$

电流透入深度  $\delta$  由 (1-52) 式求得,

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho}{\mu f}} \quad \text{厘米}$$