初中数学复习教材

（几　何）

北京市教育局中教处编

前　　言

为了使本市初中补习班的学生能较系统的学好初中数学基础知识，并在能力上有一定提高，我们根据全日制十年制初中数学教学大纲的要求和学生的实际文化程度，编写了《初中数学复习教材》，其内容包括代数、几何两部分，都是基本知识和基本练习。可作为初中补习班复习教材用，也可作为初中学生自学用。

参加本书编写工作的有韩本如、梁玉光、黄光柏、姚麟书、韩康年、李树平、徐有标等同志。

由于时间仓促、水平有限，教材中一定会有缺点和错误，望广大师生予以指正。

北京市教育局中教处

一九八一年九月

目　　录

第四章　相似形

第五章　解三角形

第六章　圆

第一章　直线、相交线和平行线

平面几何是研究几何图形的形状、大小和位置关系的一门学科。在这里我们先研究直线形。由于直线形的性质是学习和研究其他各种图形的性质所必须的基础知识，因此我们一定要把它学好。

对直线形的研究是从点、直线、射线、线段等最基本的概念开始，通过两条直线的位置关系导出垂直和平行的概念，进而学习和研究三角形和四边形等直线图形的性质。

一、有关直线、线段的基本知识

1.1 经过两点有一条直线，并且只有一条直线。也就是说：两点决定一条直线。

1.2 两条直线相交只有一个交点。

1.3、两点间以连结这两点的线段为最短。

连结两点的线段的长，叫做两点间的距离。

二、两条直线的位置关系

2.1、重合　2.2、相交　3.3、平行

三、线段的度量与作法

3.1、线段的度量

用刻度尺可以量得任何一线段的长度（精确到一定程度，如精确到厘米或毫米）。有时为了更准确些可以用两脚规配

合刻度尺来量。

3.2、线段的作法

作一条线段等于一条已知线段，或等于一条已知线段的几倍、几分之几、或等于两条已知线段的和、差等都可以用刻度尺、或用直尺和园规。

已知：线段a

求作：一条线段使它等于a

作法：（1）作直线l（如图1—1）

（2）在l上任取一点A

（3）用园规在l上截取AB＝a。

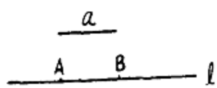


图1—1

例1、已知：线段a及b（$a>b$）

求作：一条线段使它等于(1)$a+b$。(2)$a-b$。

作法：（1）1.作直线l

2.在直线l上任取一点A

3.在l上从A点起顺次截取AB＝a，BC＝b。

则AC就是所求作的等于$a+b$的线段。

（2）1.作直线l^1

2.在直线l^1上任取一点A′

3.在l^1上截取A′B′＝a，再从B′点起向相反方向截取B′C′＝b。

则A′C′就是所求作的等于$a-b$的线段。

例2.已知：线段AB＝18厘米，BC＝62厘米，M点是AB的中点，N是BC的中点(如图1—2)。

求：MN的长

解：$\because MB=\frac{1}{2}AB$

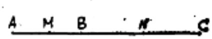


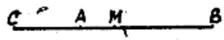
图1—2

$= \frac{1}{2} \times 18 = 9$。

$BN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 62 = 31$

$\therefore MN = MB + BN = 9 + 31 = 40$（厘米）

例3 已知：线段AB＝29.8毫米，AC＝1.8厘米，M是BC的中点（如图1—3）。



求：AM的长

解：$\because AB = 29.8$毫米$= 2.98$厘米，$AC = 1.8$厘米

$\therefore BC = BA + AC = 2.98 + 1.8 = 4.78$（厘米）

$\because$ M为BC的中点

$\therefore MC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4.78 = 2.39$（厘米）

$\therefore AM = MC - AC = 2.39 - 1.8 = 0.59$（厘米）

练习

1. 已知线段a和b（$a > b$）、用直尺或园规作一条线段、使它等于（1）$a + 2b$，（2）$3a - b$
2. 画线段AB，使AB＝3.5厘米，延长AB到C，使BC＝2.5厘米，再延长BA到D，使AD＝1厘米，MN分别是BC、AD的中点，求MN的长

• 在练习和习题里作图的题目，只要求作出正确的图形、并标出结果、不要求象例题那样详细写出作法。

四、相交线

4.1、角

（1）角的概念：从一点引出的两条射线所组成的图形叫

做角。

(2)角的度量：园周的1／360就是1°的弧，1°的弧所对的园心角就是1°的角。$1^{\circ}=60'$，$1'=60''$。

(3)角的分类：按角的大小分为：锐角($0^{\circ}<\alpha<90^{\circ}$)，直角($\alpha=90^{\circ}$)，钝角($90^{\circ}<\alpha<180^{\circ}$)，平角($\alpha=180^{\circ}$)，周角($\alpha=360^{\circ}$)

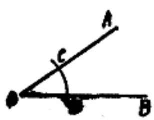
(4)两角的关系：

数量关系：α，互为余角：两个角的和为90°，这两个角叫做互为余角。性质：同角(或等角)的余角相等。

b.互为补角：两个角的和为180°，这两个角叫做互为补角。性质：同角(或等角)的补角相等。

(5)、角的平分线：从角的顶点引出一条射线把角分成二等份，这条射线叫做这个角的平分线。

(6)、角的作法：已知∠AOB，用直尺和圆规作一个角使它等于∠AOB。



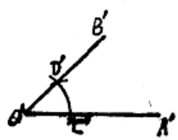


图1—4

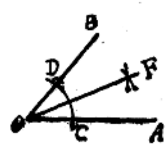


图1—4

作法：(1)作射线O'A'，(如图1—4)

(2)以O点为圆心，以任意长为半径作弧，交OA于C，交OB于D。

（3）以O′点为圆心，以OC长为半径作弧交O′A′于C′。

（4）以C′点为圆心，以CD长为半径作弧交前弧于D′。

（5）经过D′点作射线O′B′。

则∠A′O′B′就是所求作的等于∠AOB的角。

（7）角平分线的作法：

已知：∠AOB，作∠AOB的平分线。

作法：（1）以O点为圆心，以任意长为半径作弧交OA于C，交OB于D。

（2）分别以C、D点为圆心，以大于$\frac{1}{2}$CD同样的长为半径作两条弧，两条弧相交于F。

（3）过F点作射线OF。

则OF就是所求作的∠AOB的平分线如图1—4。

例1、画角等于已知角∠1，∠2，∠3的和（如图1—5）。

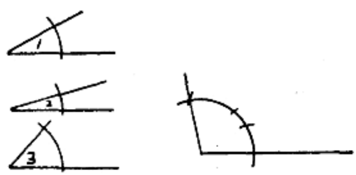


图1—5

例2、画一个角使它等于已知角∠1与∠2的差（∠1＞

$\angle 2$）（如图1—6）。

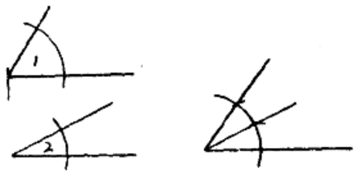


图1—6

例3、求证：同角的余角相等

已知：$\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的余角，$\angle 3$ 是 $\angle 1$ 的余角（如图1—7）。

求证：$\angle 2 = \angle 3$

图1—7

证明：$\because \angle 2$ 是 $\angle 1$ 的余角，

$\therefore \angle 2 + \angle 1 = 90^0$

又 $\angle 3$ 是 $\angle 1$ 的余角

$\therefore \angle 3 + \angle 1 = 90^0$

$\therefore \angle 2 = 90^0 - \angle 1$，

$\angle 3 = 90^0 - \angle 1$

$\therefore \angle 2 = \angle 3$

例4、一个锐角的余角是它补角的$\frac{1}{4}$，这个锐角是多少度？

解：设这个锐角为x度，那么它的余角就等于（$90-x$）度，它的补角就是（$180-x$）度

∵它的余角是它的补角的$\frac{1}{4}$

$$\therefore 90 - x = \frac{1}{4}(180 - x)$$

$$360 - 4x = 180 - x$$

$$-3x = -180$$

$$x = 60$$

练 习

1．三条直线AD、BE和CF相交于O（如图1—8）

(1) 若$\angle 2 = \angle 20^\circ$，$\angle 3 = 60^\circ$

求$\angle AOE$

(2) 若$\angle FOB = 130^\circ$，$\angle 3 = 40^\circ$

求：$\angle 1$

(3) 若$\angle FOD = 140^\circ$，$\angle 2 = 60^\circ$，

求：$\angle 1$

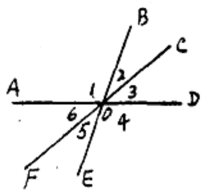


图1—8

(4) 若$\angle 6 = 60^\circ$，$\angle 2 = 25^\circ$，求：$\angle 4$

(5) 若$\angle 6$和$\angle 2$互为余角，求：$\angle 4$

(6) 若$\angle 6 = \angle 2$，$\angle 4 = 100^\circ$，求：$\angle 2$

(7) 若$\angle 1 = 2\angle 3$，$\angle 5 = 60^\circ$，求：$\angle 3$

2．计算：

(1) $37^\circ 28' + 44^\circ 49'$；　(2) $108' 18' - 52^\circ 0' 30''$；

(3) $25^\circ 36' \times 4$；　(4) $40^\circ 40' \div 3$。

3．已知$\angle x = 62^\circ 17' 15''$，求$\angle x$的余角和补角的大小

4．已知三个锐角$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$，（$\angle 2 > \angle 3$）用直尺和圆规作角，使它等于

(1) $\angle 1+\angle 2$　　(2) $\angle 2-\angle 3$

(3) $\angle 1+\angle 2-\angle 3$　　(4) $2\angle 2-\angle 3$

5．一个角的余角比它的补角的$\frac{2}{9}$还多1°，求这个角。

6．已知$\angle\alpha$和$\angle\beta$互为补角，並且$\angle\alpha$比$\angle\beta$大30°，求$\angle\alpha$和$\angle\beta$的大小。

4.2. 垂线：

(1) 互相垂直：两条直线相交成直角，这两条直线叫做互相垂直。

(2) 垂线：互相垂直的两条直线，其中的一条叫做另一条的垂线。

(3) 垂线的长：从直线外一点向直线引垂线，从这点到垂足的线段的长叫做从这点到这直线所引垂线的长。

(4) 点到直线的距离：从这点到直线所引垂线的长叫做点到直线的距离。

(5) 垂线的性质：

a 过直线上或直线外一点，引直线的垂线只能引一条。

b 从直线外一点到这条直线上各点所连的线段中，以垂线的长为最短。

(6) 垂线的作法：

1、过直线AB上一点C，用直尺和圆规作经过C点的AB的垂线。

作法：(1) 以C点为圆心，以任意长为半径作弧交AB于D E。

（2）分别以D点和E点为圆心，以大于DC的等长为半径作两条弧，相交于F。

（3）作直线CF

则直线CF就是所求作的垂线（如图1—9）。

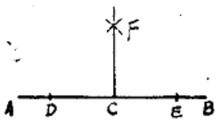


图1—9

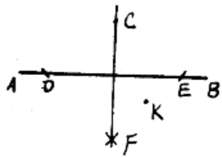


图1—10

II、过直线AB和AB外一点C，用直尺和圆规作经过C的AB的垂线。

作法：（1）任取一点K，使K与C在AB的两旁。

（2）以C点为圆心，以CK长为半径作弧交AB于D和E。

（3）分别以D和E为圆心，以大于 $\frac{1}{2}$DE 的相等的长为半径，作两条弧相交于F。

（4）作直线CF

则直线CF就是所求作的垂线（如图1—10）。

III、线段垂直平分线：

作法：（1）以线段AB两端点为圆心，以大于线段AB的一半长为半径画弧，分别相交于M、N。

（2）作过M、N的直线。

则此直线MN就是线段AB的垂直平分线（如图1—11）。

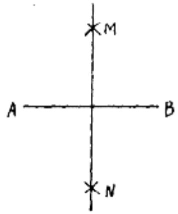


图1—11

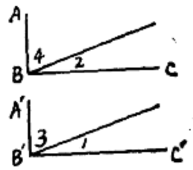


图1—12

例1．过钝角的顶点引两边的垂线，它们构成$\frac{2}{3}$直角，求这钝角的度数。

已知：$\angle AOB$为钝角，$OC \perp OA$，$OD \perp OB$

$\angle DOC = \frac{2}{3}$直角

求：$\angle AOB$

解：$\because OC \perp OA \quad \therefore \angle AOC = 90^0$

即$\angle AOD + \angle DOC = 90^0$

又$\angle DOC = \frac{2}{3} \times 90^0 = 60^0$

$\therefore \angle AOD = 90^0 - \angle DOC = 90^0 - 60^0 = 30^0$

又$\because OD \perp OB \quad \therefore \angle BOC + \angle DOC = 90^0$

$\therefore \angle BOA = 90^0 + \angle AOD = 90^0 + 30^0 = 120^c$

练习

1．若$AB \perp BC$，$A'B' \perp B'C'$，$\angle 3 = \angle 4$，求证：$\angle 1 = \angle 2$（如图1—12）。

2．若$AB \perp CD$，$\angle 1 = \angle 2$，
求证：$\angle 3 = \angle 4$（如图1—13）。

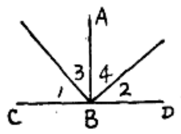


图1—13

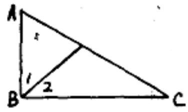


图1—14

3．若$\angle ABC = 90^0$，$\angle A$与$\angle 1$互为余角，
求证：$\angle A = \angle 2$（如图1—14）。

4．ABC是一直线，$\angle 1 = \angle 2$，$\angle 3 = \angle 4$，
求证：$\angle 5 = \angle 6$（如图1—15）。

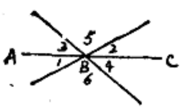


图1—15

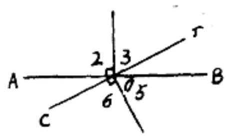


图1—16

5．AB和CD相交于O，且$\angle 2$，$\angle 6$是直角，
求证：$\angle 3 = \angle 5$（如图1—16）。

6．$\angle AOB = 165^0$，
$\angle AOC = \angle BOD$
$= 90^0$，
求$\angle COD$的大小
（如图1—17）。

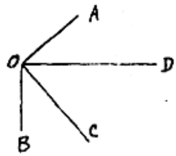


图1—17

7. 画$\angle AOB=90^0$，在OA上取一点C，在OB上 取一点D，使OD＝OC，经过C画OA的垂线，经过D画OB的垂线，两条垂线相交于p点，用量角器量$\angle CpD$的度数。

8. 用直尺和圆规画已知锐角的余角。

9. 用直尺和圆规平分钝角$\angle AOB$，并且经过平分线上一点P画OA、OB的垂线。

10. A、B、C三点不在同一条直线上、画线段AB、BC、CA、再画AB、BC、CA的垂直平分线。

11. 分别过下列各图中的A点引$AP\perp BC$、P是垂足

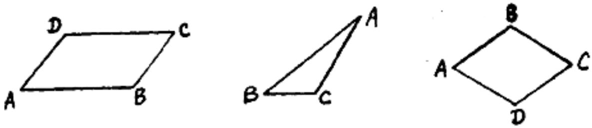


图1—18

五、平 行 线

5.1、定义：在同一平面内永不相交的两条直线叫做平行线。

5.2、平行线的基本性质：过已知直线外一点，有并且只有一条直线和已知直线平行。

5.3、平行线的判定定理：

a. 两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等则两直线平行。

b. 两条直被第三条直线所截，如果内错角相等，则两直线平行。

c. 两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，则两直线平行。

d. 垂直于同一直线的两条直线平行。

e. 平行于同一直线的两条直线平行。

5.4、平行线的性质定理

a. 两条平行线和第三条直线相交，①同位角相等。②内错角相等。③同旁内角互补。

b. 平行线间的平行线段相等。

c. 平行线间的距离相等。

5.5、二组对应边平行的两个角的关系

a. 如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行，並且方向都相同（或都相反）则这两个角相等。

b. 如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行，其中一组对应边方向相同，另一组对应边方向相反，则这两个角互补。

例1. 如果两条直线都垂直于第三条直线，那么这两条直线平行。（如图1—19）。

已知：$AB \perp EF$，$CD \perp EF$

求证：$AB \parallel CD$

证明：$\because AB \perp EF$，$CD \perp EF$

$\therefore \angle ABD = 90^{0}$，

$\angle CDF = 90^{0}$

$\therefore \angle ABD = \angle CDF$

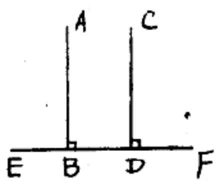


图1—19