

谈笔算学

學算筆談

學算筆談卷七

金匱華蘅芳學

論方程之術已寓四元之意

九章之題以立天元之術馭之雖無不可通然亦有難易之別其最易者莫如盈朒而最難者則爲方程然方程之本術並無人覺其難及以天元馭之反覺不如其本術之易者何也蓋方程之術已暗寓四元之理在其中故立數元以求之則一一與本術脗合若獨立一元雖與本術之理未嘗背謬然已不勝其繁矣

二色方程之題以天元馭之猶不覺其難惟不如立天地兩元者其齊同相消之法易與方程之本術相證

一題 今有硯七方筆四枝共錢七十六文又有硯三方筆九枝共

錢六十九文求筆硯之價

此題若以天元求之可立。一爲硯每方之價以七乘之得〇二爲七硯之價以減共錢七十六得丁卅爲筆四枝之價以九乘之得卅卅爲筆三十六枝之價寄左 乃以三乘〇一得〇三爲三硯之價以減共錢六十九得卅卅爲筆九枝之價以四乘之得卅卅亦爲筆三十六枝之價與左相消得卅卅上實下法得八爲一硯之價從此亦可求得筆價

如欲先得筆價者則可立。一爲筆每枝之價以四乘之得〇三爲四筆之價以減共錢七十六得丁卅卅爲七硯之價以三乘之得卅卅爲二十一硯之價寄左 乃以九乘〇一得〇三爲九筆之價以減共錢六十九得卅卅爲三硯之價以七乘之得卅卅亦爲

二十一硯之價與左相消得 ䷗ 上實下法得五爲筆一枝之價
從此亦可求得硯價

若立天元 $(\bigcirc)$ 一爲硯價地元 $(\bigcirc)$ 爲筆價則七硯四筆之價爲 $(\bigcirc)$ ䷗

與其錢七十六相消得 (㊀) ䷗ 爲 $(\bigcirc)$ 式 又三硯九筆之價爲 $(\bigcirc)$ ䷗

與其錢六十九相消得 (㊀) ䷗ 爲 $(\bigcirc)$ 式 九倍其 $(\bigcirc)$ 式得 (㊀) ䷗ 爲 $(\bigcirc)$

式 四倍其 $(\bigcirc)$ 式得 (㊀) ䷗ 爲 $(\bigcirc)$ 式 以 $(\bigcirc)$ 式減 $(\bigcirc)$ 式得 (㊀) ䷗ 上實

下法得八爲硯價

若欲先得筆價者則立天元 $(\bigcirc)$ 一爲筆價地元 $(\bigcirc)$ 爲硯價則得

(㊀) ䷗ 爲 $(\bigcirc)$ 式 (㊀) ䷗ 爲 $(\bigcirc)$ 式 三倍其 $(\bigcirc)$ 式得 (㊀) ䷗ 爲 $(\bigcirc)$ 式 七

倍其(三)式得

$\begin{smallmatrix} \text{四} \\ \text{上} \end{smallmatrix}$

爲(四)式

以(三)式減(四)式得

$\begin{smallmatrix} \text{四} \\ \text{上} \end{smallmatrix}$

上實下法得

五爲筆價

此猶方程之本術列題數爲左右兩行

硯

筆

錢

二

三

四

右行

三

四

五

左行

以左行筆數遍乘右行以右行筆數遍乘左行又得左右兩行

硯

筆

錢

三

四

五

右行

二

三

四

左行

以左行之各數減其右行之各數得

硯

筆

錢

三

四

五

以硯數爲法錢數爲實得八爲硯價也

亦猶列題數爲左右兩行

硯筆錢

二 三 四 右行

三 四 五 左行

以左行硯數遍乘右行以右行硯數遍乘左行又得左右兩行

硯筆錢

二 三 四 右行

三 四 五 左行

以右行之各數減其左行之各數得

○ 硯筆錢

以筆數爲法錢數爲實得五爲筆價也

三色方程之題其設數若遞空一色者用天元之術尙能馭之

二題 設有硯七方筆一枝共值六十一文筆八枝墨一錠共值四

十六文硯一方墨九錠共值六十二文求硯價若干

此題若以天元求之可立○一爲一硯之價以七乘之得○二爲

七硯之價以減共錢六十一得○一爲一筆之價以八乘之得○二

爲八筆之價以減共錢四十六得○一爲一墨之價以九乘之

得○一爲九墨之價以減共錢六十二得○一亦爲一硯之價與

○一相消得○一上實下法得八爲硯價

若立天元○一爲硯價地元○一爲筆價人元○一爲墨價則以○二

與六十一相消得○一爲○一式以○一與四十六相消得○一爲○一

式以○一與六十二相消得○一爲○一式

八倍其①式得

三三三三三

以②式減之得

三三三三三

為④式

九倍其④式

得

三三三三三

以③式加之得

三三三三三

上實下法得八為硯

此猶方程之本術列題數為左中右三行

硯

筆

墨

錢

一

一

一

一

右行

一

一

一

一

中行

一

一

一

一

左行

以中行筆數遍乘右行又為右行其中行仍為中行

硯

筆

墨

錢

一

一

一

一

右行

一

一

一

一

中行

以中行減右行再為右行與原列之左行成左右二行

硯 筆 墨 錢

訂 卜 左行 右行

以左行墨數遍乘右行以右行墨數遍乘左行又為左右兩行

硯 筆 墨 錢

冊 冊 右行

冊 左行

以左行之各數減其右行之各數則得

硯 筆 墨 錢

冊 冊 左行 右行

以硯數為法錢數為實得八為硯價也

三色方程之題若非遞空一色者幾爲天元之術所不能馭故求至下半必仍藉方程之本術爲用否則無從得其如積之數

三題 設有硯二方筆四枝墨二錠共值四十八文硯三方筆兩枝墨三錠共值五十二文硯一方筆三枝墨四錠共值四十七文求硯價若干

則用天元之術以馭之立○一爲一硯之價以二乘之得○二以減共錢四十八文得訓卅爲○式卽爲四筆二墨之價 以三乘

○一得○三以減共錢五十二文得訓卅爲○式卽爲二筆三墨之價 以○一減共錢四十七文得訓卅爲○式卽爲三筆四墨之價 以二乘其○式得訓卅下爲○式卽爲四筆六墨之價 以

○式減○式得訓卅爲○式卽爲四墨之價寄左 又以三乘其

②式得 ㊦ 卅 爲 ⑥式 卽 爲 六 筆 九 墨 之 價 二 乘 其 ③式 得 ㊦ 卅

爲 ⑦式 卽 爲 六 筆 八 墨 之 價 以 ⑦式 減 ⑥式 得 卅 爲 ⑧式 卽 爲

一 墨 之 價 四 乘 ⑧式 得 ㊦ 卅 爲 ⑨式 亦 爲 四 墨 之 價 故 以 ⑤

⑨兩 式 相 消 得 ㊦ 卅 上 實 下 法 得 八 爲 硯 價

此 猶 列 ①②③式 及 其 幾 筆 幾 墨 之 數 爲 右 中 左 三 行

硯 筆 墨 錢

○ 卅 卅 ① 右 行

○ 卅 卅 ② 中 行

○ 卅 卅 ③ 左 行

先 取 其 右 中 兩 行 倍 其 中 行 之 數 爲 甲 乙 兩 行

硯 筆 墨 錢

○ 卅 卅 ① 甲 行

○ 卅 卅 ④ 乙 行

以甲行之各數減其乙行之各數得

○ 硯 筆 墨 錢

⑤ 寄左

乃取中左兩行

○ 硯 筆 墨 錢

③ 中行

○ 川 ③ 左行

以左行筆數遍乘中行以中行筆數遍乘左行得丙丁兩行

○ 硯 筆 墨 錢

○ 丁 ⑥ 丙行

○ 丁 ⑦ 丁行

以丁行之各數減丙行之各數得戊行

○ 硯 筆 墨 錢 ⑧ 戊行

乃取寄左之式與戊行並列之爲左右兩行

硯 筆 墨 錢

○ ○ 川 五 右行
○ ○ 一 九 左行

以右行墨數遍乘左行得

硯 筆 墨 錢

○ ○ 川 五 右行
○ ○ 川 八 左行

則其左右兩行皆為四墨之數所以其⑤⑨兩式為如程之式可
見從④式以至⑨式全憑方程之本術而得非天元式中所能自
明也則天元之不馭此題也明矣

若立天元○一為硯價地元○一為筆價人元○一為墨價則以

與四十八相消得④式 以○川與五十二相消得⑤式

爲②式

以①三與四十七相消得③三爲③式 二除其①式

得②一爲④式 三倍其④式得③三以③式減之得④一爲⑤式

四倍其④式得③三以③式減之得④一爲⑥式 以⑤式四

除而五乘之得③三以減⑥式得③三上實下法得八爲硯價則比

但立一元者直捷數倍矣

惟此題可不必立三元卽用兩元亦可求之如立天元①爲硯價地元①爲筆價則以①二減共錢四十八得③三爲二墨之價

以 $\textcircled{10}$ 減共錢五十二得 $\textcircled{10}$ 為三墨之價以 $\textcircled{10}$ 減共錢

四十七得 $\textcircled{10}$ 為四墨之價二倍其 $\textcircled{10}$ 為 $\textcircled{10}$ 以與 $\textcircled{10}$

相消得 $\textcircled{10}$ 為 $\textcircled{1}$ 式二除其 $\textcircled{10}$ 而三乘之得 $\textcircled{10}$ 以與 $\textcircled{10}$

相消得 $\textcircled{10}$ 為 $\textcircled{2}$ 式四除 $\textcircled{2}$ 式而五乘之得 $\textcircled{10}$ 以減 $\textcircled{1}$ 式得

上實下法得八為硯價

由此可見三色方程之題至少必用兩元方可馭之則充四元之力
量僅能馭五色方程耳若論方程之本術無論幾何色皆可求也

蓋古人創立方程之術其意亦猶之乎四元也特其列位之法不以
各元環繞太極而以各元與太極成一直行且不以太極與各元之

數相消而以太極與各元之數相等其最下之一層卽太極也其上之各層卽各元之數也

惟因太極與各元之位如此列之則每行之中但能有其各元之本位而不能有其自乘相乘之各方故其術僅能求得法實兩數而不能得諸乘方之式

四元之術猶之乎將直行之方程式改之使太極居中而天地人物每元獨當一面則其外皆有空處能容其自乘再乘以至多乘之各方而其間又能容各元各方之彼此相乘之數則各數皆自有位次而此方程之式更能詳備矣所以方程但能馭本術之題而四元則能兼馭各術之題

或有問者曰如此言之則四元者乃方程之詳備者也方程者乃四