系统可靠性与试验

中国矿业学院自动化系

一九八〇年十二月

前　言

可靠性的重要意义，越来越受到人们的重视，是有其发展历史的。早在二次大战时，当时的雷达技术已较发达，但由于电子器件常出毛病，引起人们重视长寿命电子管的制造。可靠性正规的研究，是从1950年美国国防部组成了可靠性专门研究机构开始，1957年发表了研究报告，内容极其广泛，从设计，制造，管理和试验方面都有系统的标准和规范，对提高产品可靠性起了很大作用，这些标准今天仍在使用。

日本从1956年引进可靠性技术，组织了可靠性研究委员会，举办各种讲座，出版书刊，推广可靠性技术，目前可靠性已成为评定企业，五性能综合指标之一。

苏联从70年代出版了煤矿井下电气设备可靠性的书刊，对防爆电气设备的设计，制造和使用进行广泛的研究，提出了规范。

我国四机部79年研制出可靠性试验用表并出版期刊，其它部门也开始重视可靠性研究工作。

关于可靠性方面的书刊，目前国内尚少见，为了交流资料，促进可靠性研究工作的发展，作为抛砖引玉编者仓促写成此稿，很不成熟。初稿承吴震春，谢桂林两位先生给予审阅，并提出建议，笔者又修改了初稿。

由于水平有限，错误和不当之处，请读者给予批评指正。

我国目前尚未有可靠性标准，尤其对煤矿电气设备的可靠性，对安全生产影响极大。应从产品设计、制造、使用方面给予重视，首先应重视可靠性试验工作。

郭余庆　　1980.10.

目 录

第一章 可靠度函数与分布函数

1—1 可靠性含意 …… 1

1—2 可靠性定意指标 …… 3

1—3 可靠度函数与分布函数 …… 5

一、可靠度函数 …… 5

二、故障率函数 …… 6

三、故障分布函数 …… 8

第二章 不维修系统可靠性计算 …… 25

2—1 串联系统 …… 25

2—2 并联系统 …… 27

2—3 工作贮备系统 …… 29

2—4 备用贮备系统 …… 32

一、部件相同的备用系统 …… 32

二、部件不同的备用系统 …… 33

三、开关不完全可靠的备用系统 …… 35

四、具有备用失效率的备用系统 …… 37

第三章 网络可靠性计算 …… 38

3—1 网络图的基本概念 …… 38

3—2 网络可靠性计算方法 …… 40

一、可靠性网络图的画法 …… 40

二、计算方法 …… 41

1. 穷举法 …… 41

2. 概率图法 …………………………… 43
3. 布尔代数展开定理法 …………………… 45
4. 矩阵法 …………………………… 48
3—3 可靠度的改善与分配 …………………… 54
一、可靠度改善的方法 …………………… 54
二、可靠度分配 ………………………… 56
第四章 维修系统可靠性计算 ………………… 59
4—1 主要可靠性指标 ……………………… 59
4—2 单部件维修系统 ……………………… 62
4—3 马尔柯夫过程及应用 ………………… 67
4—4 维修的串并联系统 …………………… 82
一、n个相同部件串联 ………………… 82
二、两个不同部件串联 ………………… 84
三、两个相同部件并联 ………………… 86
四、两个不同部件的并联 ……………… 90
4—5 维修的贮备系统 ……………………… 98
一、两部件相同的备用贮备系统 ………… 98
二、两部件不同的备用贮备系统 ………… 101
第五章 故障树分析 F. T. A ………………… 105
5—1 建立故障树 ………………………… 105
5—2 故障树的评定 ……………………… 107
第六章 可靠性试验与抽样检验 ……………… 112
6—1 可靠性试验的种类 …………………… 112
6—2 加速寿命试验 ……………………… 114
一、意义 ………………………………… 114
二、加速劣化试验和代用特性 …………… 115

三、实例 …………………………………………… 116

6—3 可靠性试验的统计方法 ………………………… 119

一、寿命估计与可靠界限 ………………………… 119

二、抽样方式与O、C曲线 ……………………… 124

6—4 抽样试验与抽样表 ……………………………… 128

一、非截尾寿命试验 ……………………………… 128

二、定数截尾寿命试验 …………………………… 132

三、定时截尾寿命试验 …………………………… 136

6—5 试验数据的分析 ………………………………… 138

一、分布拟合性的检验 …………………………… 138

二、不用分布的分析法（可靠度函度估计） …… 149

付表 …………………………………………………………… 153

第一章　可靠度函数与分布函数

§1—1　可靠性含义

随着科学技术的发展，一个系统或一个复杂的设备，往往由许多不同功能的部件构成，并能实现各种予定的功能。

要实现上述目标，从设计，制造，和运行管理方面，都必须有其可靠性指标。

一般讲来，提高系统的可靠性有两个办法：一是提高元、部件的质量，用优质元件构成系统；二是研究系统的最优设计方案，采用维修手段，用一般的元件，制成高可靠性的设备和系统。前一种办法成本费用增加，一般用于重要的和一次性使用设备（如煤矿井下电气设备和灭火器，爆炸性装置，火箭等），后一种办法，能使可靠性与经济性密切结合起来，越来越受到重视。

提高系统或设备的可靠性，是一项复杂而艰巨的任务，应有设计研究，制造，运行各方面人员共同努力才能实现。

有人对815台电子设备的故障情况进行分析，得出以下的统计数字：

由于设计原因引起的故障占总故障次数的43%；由于制造原因引起的故障占20%；由于使用上的原因引起的故障占30%；由于元件损伤及其它不明原因引起的故障占7%。

由上不难看出，为了保证设备的可靠性，设计方面的任务是很重要的。对设计者来说，首先对可靠性的定量指标，有切合实际的分析，即建立数学模型和计算，才能提出合理的设计方案。

原书缺页

§ 1—2　可靠性定量指标

可靠性的定量指标，有设计、制造和运行方面的许多指标，下面仅就系统设计中常用的主要的指标给予定义：

可靠度（Reliability）

用数量表示可靠性时，称为可靠度，可靠度定义是"设备或系统，在给定的条件下，在一定时期内　能完成其予定功能的概率"。

从试验角度来看，设参加试验设备数为 N，在 t 时间内故障的数目为 $n(t)$，时刻 t 时尚能工作（没有故障）的设备数为 $N-n(t)$，则 t 时　设备的可靠度用函数 $R(t)$ 表示

$$R(t)=\frac{N-n(t)}{N} \tag{1—1}$$

$R(t)$ 称可靠度函数，表示到时间 t 时尚能工作的设备台数与总台数之比，又称设备的剩余率。

故障前平均工作时间　MTTF（Mean Time to failure）

有 N 个部件或设备，如果在规定时间 t_s 内，有 r 个部件发生故障，设每个部件发生故障的时刻为 t_i（$i=1, 2, \cdots, r$），则这批部件或设备的平均工作时间为：

$$MTTF=\frac{\sum_{i=1}^{r} t_i}{r} \tag{1—2}$$

如果 t_i 不能逐个地测出来，可考虑 $t_s=\Sigma t_i$

$$MTTF=\frac{t_s}{r} \tag{1—3}$$

MTTF　又称部件的平均首次故障时间，或平均寿命。

平均无故障工作时间　MTBF（Mean Time between Failure）

设试验设备数为 N 在试验时间 t 内发生了 r 台故障，则平均无故

障工作时间。

$$MTBF=\frac{N\cdot t}{r} \tag{1-4}$$

MTBF 又称平均故障间隔时间，或平均寿命。

MTTF 和 MTBF 在中文意义上，很难区分开，后者主要是指部件或设备发生故障修复后再使用时的平均无故障时间；前者指首次故障前平均工作时间。

故障率 (Failure rate)

一般可靠性理论中的故障率是指瞬时故障率，设试验设备数为 N，t 时发生故障的台数为 n(t)，则故障率函数

$$\lambda(t)=\frac{n(t)}{N} \tag{1-5}$$

λ(t) 又称单位时间内故障强度，或

$$\lambda(t)=\frac{n(t)}{t} \tag{1-6}$$

修复度 (maintainability)

定义为在一定时间内能修复故障的概率，设 M(t) 为修复度函数，设 y 为修理时间，按定义为：

$$P(y<t)=M(t) \tag{1-7}$$

是指修理时间小于 t 的概率，或者说在时间 t 内能修复的概率。

利用率 (availability)

表示系统被有效利用的指标，有：

$$A=\frac{MTBF}{MTBF+MDT} \tag{1-8}$$

或

$$A=\frac{MTBF}{MTBF+MTTR} \tag{1-9}$$

式中

MDT——平均停止时间 Mean Down Time

MTTR——平均修理时间 mean Time To Repair

§1—3 可靠度函数与分布函数

一、可靠度函数

今有N台设备，同时在同一环境下工作，在任一时间t时，有n(t)台发生了故障，则故障频率数为$\frac{n(t)}{N}$以F(t)表示，

$$F(t)=\frac{n(t)}{N} \qquad (1-10)$$

在时间t时，尚能工作的设备数为$N-n(t)$，则剩余设备的工作概率，即可靠度为

$$R(t)=\frac{N-n(t)}{N}=1-\frac{n(t)}{N}=1-F(t) \qquad (1-11)$$

上式即时间t时，设备的可靠度R(t)的一般表示法。如不对故障设备进行修理，随着工作时间t的延长，最终全部N台设备都要发生故障，也就是说，可靠度函数在$0<t\leq\infty$区间是单调减小的，其值域是$0\leq R(t)\leq 1$。

任一时刻t时尚能工作的设备（$N-n(t)$）中，设其故障率为$\lambda(t)$（即单位时间内故障设备个数），则经过dt时间后的故障设备台数为

$$[N-n(t)]\lambda(t)dt=N[R(t)-R(t+dt)]$$

由于$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{R(t+\Delta t)-R(t)}{\Delta t}=\frac{R(t+dt)-R(t)}{dt}=R'(t)$

$$\therefore \quad R(t)-R(t+dt)=-R'(t)dt$$

由（1-11）式得

$$N-n(t)=NR(t)$$

$$\therefore \quad \lambda(t)=\frac{R'(t)}{R(t)}\,dt \tag{1-12}$$

解得：

$$R(t)=e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \tag{1-13}$$

（1－13）式是以故障率函数表示的可靠度函数。

二、故障率函数

设第一次发生故障的时间为 x，x 称作设备的寿命，是个随机变量，根据数理统计学，寿命函数有累计分布函数和概率密度函数之分（见后）

1．累计分布函数

在任意时间 t 内，若设备的寿命 $x<t$ 时，必然发生故障，因此随机变量在 $0\leq x<\infty$ 范围内的概率即

$$P(x\leq t)=F(t) \tag{1-14}$$

定义为故障概率，称 $F(t)$ 为寿命 x 的累计分布函数，或故障分布函数，简称分布函数。

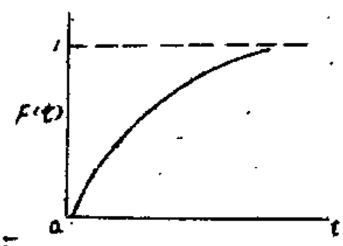

图 1－1 累计分布曲线

故障的分布函数如图 1－1所示。它是时间的单调上升函数。随着工作时间 t 的延长，最终导至故障（$F(t)=1$）。

根据定义，可导出分布函数的性质如下：

1）$P(a<x\leq b)=F(b)-F(a)$

$(a>0,\ b>0)$

2）$\lim\limits_{t\to\infty}F(t)=1$，$F(0)=0$

$\therefore \quad 0\leq F(t)\leq 1$。

2．概率密度函数

设 $F(t)$ 为故障分布函数，如果在 $0\leq t<\infty$ 的范围内，有

$$F(t)=\int_0^t f(t)dt \qquad (1-15)$$

的关系存在，即 $f(t)$ 满足上式关系时，则称 $f(t)$ 为随机变量 x 的概率密度函数。$f(t)$ 变化如图 1－2 所示。图中曲线表示，故障发生的密度最大之处是在 0 和 ∞ 之间某一中间值处，开始工作（$t=0$ 附近）和工作很长时间后，发生故障的概率显著减小。

$f(t)$ 具有以下性质：

1） $f(t)\geq 0$，即非负性质；

2） $P(a<x\leq b)=F(b)-F(a)=\int_a^b f(t)dt$

$$(a>0,\ b>0)\cdots \qquad (1-16)$$

3） $\int_0^\infty f(t)=1$

设 $a=t$，$b=t+dt$，当 $dt>0$ 时

$$P(t<x<t+dt)=\int_t^{t+dt} f(t)dt=f(t')dt$$

上式中 t' 为 t 与 $t+dt$ 间的某一值。由上可知，用 $f(t)$ 表示连续随机变量 x 的密度函数时，$f(t')dt$ 是随机变量 x 在无限小区间 $(t,\ t+dt)$ 内的概率，也就是在 $(t,\ t+dt)$ 区间内，发生故障的概率。因此，$dF(t)=f(t)dt$ 表示随机变量 x 在该点的概率密度与区间长度 dt 的乘积。

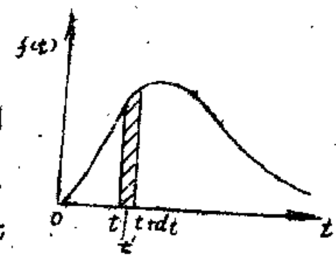

图 1－2 概率密度曲线

x 是连续分布时，定义 $f(t)$ 是 $F(t)$ 的导数。

了解概率密度函数后，即可确定寿命 x 的平均值（即数学期望），设平均寿命用 T 表示，则

$$T=EX=\int_0^\infty tf(t)dt=\int_0^\infty t\cdot dF(t)=-\int_0^\infty t\,dR(t) \qquad (1-17)$$

三、故障分布函数

1. 故障率曲线

一般讲来，设备的故障率与时间关系，大体有图1—3的曲线(又称船底形曲线)

A为早期故障区；

B为随机故障区；

C为磨损(损耗)故障区。

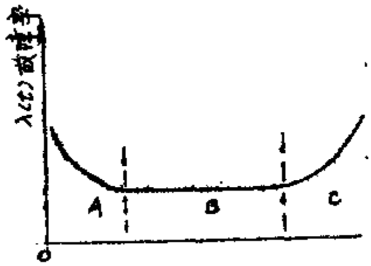

图1—3 ·故障率曲线

早期故障区的特点是工作开始时，故障率高，随着工作时间的延长，趋于下降。对一批产品来说，这主要是产品检查不严，混进有不同故障率的产品，等到故障率高的产品都发生故障后，剩下的均一故障率产品，保持稳定的故障率。对一个设备和系统来讲，造成初期故障率高有各种原因，主要是设计不当，质量检查粗心，在制造和运输过程中设备、部件有缺陷或损坏所造成的。对电子器件来说，主要没有经过老化处理和筛选所造成的。只要设备和部件设计正确，制造、运输，贮存和使用有保证，是可以防止早期故障的出现的。

随机故障区，这是设备正常工作期间(排除了早期故障，尚未到寿命后期)发生的故障，由于故障率基本不变化，又称恒定故障率期，在此期间发生的故障的原因，没有规律性，故称随机故障期。

磨损(衰老)故障期，这主要是由于设备和部件寿命的限制，在寿命后期出现故障率上升的趋势。从可靠性角度来讲，这时应采用修理或更新措施，及时换下性能不良部件以降低故障率。

上述故障率曲线，也完全符合人口死亡的规律。

电子设备及其元件通常是在随机故障区使用，预测设备的可靠性时，也常用恒定故障率。因此，随机故障区(即$\lambda(t)$为常数)是可靠性工程中最常用的故障分布。当$\lambda(t)=\lambda$为常数时，由(1—13)

式得，可靠度函数

$$R(t)=e^{-\lambda t} \tag{1-18}$$

即可靠度函数是指数曲线（亦称负指数分布）（见图1—4）

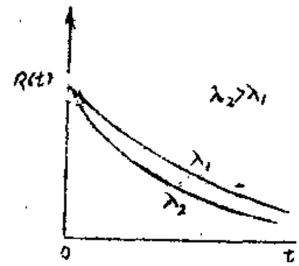

图1—4 指数分布

由（1—18式）可知，当 $t=0$ 时 $R(0)=1$，$t=\infty$ 时 $R(\infty)=0$

说明设备的可靠度随时间而变化，开始工作时，可靠度高，时间越长，可靠度越低。由图1—4可知，故障率 λ 越大，则 $R(t)$ 变化速度快，即故障率大是降低可靠度的主要原因。

2．累计故障率和瞬时故障率

累计故障率定义为：从 $t=0$ 时开始到任一时刻 t 时的故障累计总数，与试验开始 $t=0$ 时的设备总数之比；

瞬时故障率定义为：任意时刻 t 时的故障数与 t 时没有故障的正常工作设备数之比。

在实际观测时，任一时刻 t 的故障数，划分为适当的单位时间 Δt 的寿命。当 Δt 趋于无限小时，t 时的故障数就等于 $t=0$ 时的设备数 N 乘以 t 时累计故障的变化率，即

$$n(t)=N\lim_{\Delta t\to 0}\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}=N\cdot F'(t)$$

$$\therefore\quad \lambda(t)=\frac{t\text{时故障数}}{t\text{时正常工作数}}=\frac{NF'(t)}{NR(t)}=\frac{f(t)}{R(t)}$$

$$=\frac{f(t)}{1-F(t)} \tag{1-19}$$

（1—19）式 即通常意义的瞬时故障率。

例1—1 对总数100台设备进行寿命试验，经过6个单位时间后全部设备都发生了故障，试验统计数字列于表1—1，试分析故障

表 1－1

经过时间 t(单位)	时刻 t 时工作台数 $N(t)$	时刻 t 时故障台数 $n(t)=N(t-1)-N(t)$	到时刻 t 时累计故障台数 $\Sigma n(t)=N(0)-N(t)$	故障概率 密度函数 $f(t)=\frac{n(t)}{N(0)}$	故障概率 累计分布函数 $F(t)=\frac{\Sigma n(t)}{N(0)}$	可靠度 $R(t)=1-F(t)$	故障率 $\lambda(t)=\frac{N(t-1)-N(t)}{N(t)}$
0	100	0	0	0	0	1	0
1	95	5	5	0.05	0.05	0.95	0.05
2	75	20	25	0.20	0.25	0.75	0.21
3	35	40	65	0.40	0.65	0.35	0.53
4	10	25	90	0.25	0.90	0.10	0.71
5	3	7	97	0.07	0.97	0.03	0.70
6	0	3	100	0.03	1.0	0	1.0

概率和可靠度函数的意义。

当 $t=0$，即开始试验时设备台数 $N(0)=N=100$ 台，随着试验时间的加长，工作台数逐渐减小，而故障台数在增加。但平均每个单位时间的故障率入(t)不同。对故障设备台数的统计有两种方法：一是按单位时间的故障台数（即瞬时统计法）计算，而与该单位时间以前的故障数无关，即 $n(t)=N(t-1)-N(t)$，它表示前一单位时间$(t-1)$的工作台数减去后一单位时间(t)的工作台数；另一方法是累计统计法，即$\Sigma n(t)=N(0)-N(t)$，它表示从试验开始$(t=0)$的工作台数减去时刻t时的工作台数，即累计从 $0\rightarrow t$的故障台数。

设备发生故障的概率，也有两种表示方法：一是概率密度函数，即 $f(t)=\dfrac{n(t)}{N(0)}$ ；另一是累计概率函数 $F(t)=\dfrac{\Sigma n(t)}{N(0)}$，由于累计故障台数是随时间 t 而变化，所以 $F(t)$ 也是时间的分布函数，简称分布函数。

可靠度函数R是指时刻 t 时工作台数与试验台数之比即

$$R(t)=\frac{N(t)}{N(0)}=\frac{N(0)-\Sigma n(t)}{N(0)}=1-\frac{\Sigma n(t)}{N(0)}=1-F(t)$$

故障率函数

$$\lambda(t)=\frac{N(t-1)-N(t)}{N(t)}\times\frac{N}{N}=\frac{N(t-1)-N(t)}{N\cdot\dfrac{N(t)}{N}}$$

$$=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{F'(t)}{1-F(t)}=-\frac{R'(t)}{R(t)}$$

或

$$\int_0^t\lambda(t)dt=-[\ln R(t)]_0^t=\ln R(0)-\ln R(t)$$

由于 $t=0$ 时，不会发生故障∴ R(0) = 1　则上式

$$\ln R(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt$$

即　$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$

将试验计算的结果也列于上表内。

通过上述例题，对设备的可靠度及故障概率有些初步的了解，但有两个基本概念应加深理解：

1）频率数与概率

上述试验有关的 $f(t)$，$F(t)$，$R(t)$ 等，由于试验设备数量有限，因此上表中计算的有关数值，都是频率数，只有当 N 非常大和时间单位非常小时，上述计算值才收敛于概率；

2）分布函数和概率密度函数

两者之差不单纯表现在统计方法上，这里有必要补充一点随机变量的概念。参加试验的设备寿命，对具体设备来讲，是个随机数，而所有设备的寿命数就是一个随机函数，这个随机函数称随机变量 x。并非任何一些随机数的集合，都能叫做随机变量，随机变量是随机数的单值实函数，随机数所对应的全部随机事件（上例为设备寿命）应该是一个互斥的完备集。对应于一次试验的结果来讲，随机变量 x 取某一个数值的概率，就是这个数值所对应的随机事件的概率；随机变量的值落在某个区间内的概率，就是这个区间所对应的那些随机事件的（和事件）的概率。

只能取有限个数值的随机变量，叫做离散型随机变量，可能值布满某个区间的随机变量叫着连续型随机变量。以上是随机变量的概念

一个单独的数是不能代表一个随机变量的，即使列出随机变量的全部数值，也不算完全地描述一个随机变量，必须了解全部数值及其概率。也就是必须了解随机变量的概率分布。