

877738

5(3)3

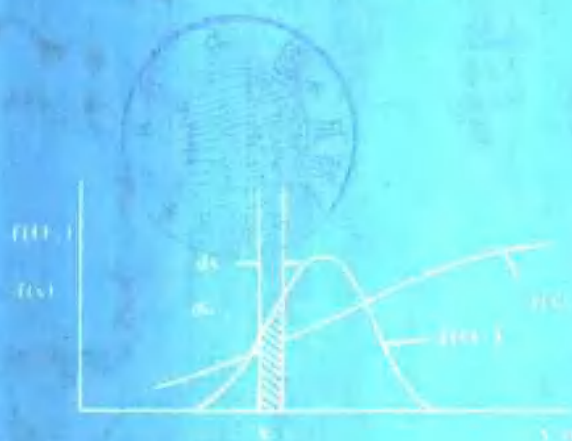
7/1021

概率工程设计

—原理及应用—

AJMES N. SIDDALL [美] 著

王超 刘育敏 译
于集风 张秉岐
胡时岳 徐晖 校



航空航天工业部第六〇三研究所

3
21

概 率 工 程 设 计

——原 理 及 应 用

[美] J.N.西德尔 著
王 超 刘育敏 译
于集凤 张秉岐
胡时岳 徐 晖 校

内 容 介 绍

本书从工程应用角度出发,阐明了概率工程设计的理论和方法。全书共十三章:第一章介绍了工程设计一般理论的概貌;第二章至第五章介绍了概率论和统计学的基本知识;第六章介绍设计参数的概率分析方法;第七章介绍连续事件理论;第八章介绍有序统计和极值理论;第九章到第十二章介绍可靠性理论和设计方案选择问题;第十三章介绍概率优化方法。本书取材广泛,密切联系工程实际,内容全面,叙述简洁明瞭,物理概念清晰。书中列举了大量工程应用实例,并配有大量习题。本书可用作理工科大学本科生和研究生的教材,也是工程设计人员的一本较好的参考书。

Probabilistic Engineering Design
Principles And Applications
James N. Siddall

王 超 刘育敏 译
于集凤 张秉歧
胡时岳 徐 晖 校

航空航天工业部 情报档案室发行
第六〇三研究所

(西安市七十二信箱三三二分箱)

西北工业大学印刷厂印刷

译 序

原著是[美]图书出版编目委员会丛书机械工程类中的一本,是一本介绍工程设计最新理论和方法的专著,它用概率论的方法把可靠性理论和工程设计理论相结合,形成工程设计理论的一个独立分支,成为设计决策的另一个方面即概率工程设计决策。这种新理论和方法的推广应用,对提高产品质量,降低产品成本,保证设备运行的可靠性以及对提高生产管理水平 and 经济效益等,都有很大的实用价值。

该书有如下一些特点:

(1)取材广泛,内容全面。该书着重从工程应用角度出发,密切联系工程实际,物理概念清晰,叙述简洁明瞭。用作教材,它可使学生获得深厚的理论基础,掌握新的设计思想和方法。同时,它也是工程技术人员的一本较好的参考书。

(2)书中介绍了大量的工程应用实例,这可帮助读者理解相应的概念,使工程师们在设计中有范例可循。对学生而言,也可以提高他们研究工程实践问题的兴趣,增加他们的工程知识。

(3)该书对概率工程设计的各个方面都作了介绍,例如设计变量或设计特性参数的概率分析方法,有序统计和极值理论,失效概率模型分析及可靠性理论,设计方案的选择,概率最优化,等等。书中对各种概率分析方法作了总结比较,给出使用这些方法的建议,可直接供设计人员参考。

(4)书中的概率设计软件包使用 FORTRAN 语言编写,其格式易读且便于使用,读者或设计人员只需要有少量的 FORTRAN 语言知识就能很容易地组织自己的应用程序。设计人员利用这些程序可以加快设计进度,可以制订自己设计、制造的产品及其零部件的标准概率函数,如可靠性函数,概率密度函数等。有了这些资料可以为设计人员进一步改进产品设计或进行新产品设计提供设计数据。程序的使用对教学也是重要的辅助环节。

(5)除第一章、第四章外,各章都有较多的练习,这些练习不仅可帮助读者理解书中的概念,而且许多练习来自工程实际,这将有助于提高读者研究解决实际问题的兴趣和能

力。本书第一章至第四章由刘育敏翻译;第五、第六章由王超翻译;第七、第八章及第十一至第十三章由于集风翻译;第九和第十章由张秉岐翻译。全书译稿由王超整理修改,最后由胡时岳和徐晖校对。参加翻译工作的还有辛天益、张希农。

在本书翻译工作中得到张景绘教授和靳英辉付教授的热情支持和帮助,在此表示衷心感谢。

对本书翻译中的错误和不妥之处,欢迎读者批评指正。

译 者

序 言

设备或结构在各种环境条件下能否正常工作是至关重要的问题。为了保证设备或结构能可靠运行,在产品设计过程中,设计人员应当采用概率的方法对危险率进行判断,这是设计中最重要的一环之一。但是,直到最近,设计工作仍然沿袭几乎完全直观的老方法,对危险率的判定仅用一个简单的安全因子来描述,很少使用概率的概念。为了推广应用概率设计理论和方法,本书为工程技术人员在设计中应用概率理论提供了必需的基础知识。

目前,统计技术已被广泛用于各个工程领域,如质量控制,可靠性分析及研究试验的控制和说明等。数字计算机的广泛使用,使我们在工程设计中采用概率方法成为现实,这将促进设计人员对危险率的判定工作,为他们提供更加有效的方法来归纳和整理对危险率的分析 and 决策。这种归纳和整理将促进对危险率研究成果的广泛共享。因此,我们可望出现这样一种手册,它包括针对各种不同设备和零部件的标准概率函数,使设计单位拥有他们自己设计制造的全部零部件的概率函数目录,为设计人员改进产品设计或进行新产品开发设计提供数据资料。

为设计人员编写一本概率设计的书,无疑应从工程应用角度阐明概率的概念和意义。但这可能会引起某些争议,因为,大部分工程理论导源于相应的科学背景,而有些问题的阐明方法又必须与科学家使用的方法不同,例如工程上对概率概念的解释方法与科学上的解释就有很大差别。我认为,在最严格的意义上,应当把概率明确地定义为假设概率,并相应地摒弃置信区间的概念,甚至不采用贝叶斯统计学。这样一来,贝叶斯统计学家(他们的确把概率定义为假设概率)可能需要某些有说服力的论据来说明:概率概念在工程上与在科学上的区别,这个问题将在 3.2 节、3.6 节和附录 C 中讨论。

这里我着重强调:我并不排除在其它领域中采用不同的概率概念。甘德尔和斯图尔特(Kendall and Stuart)说得好:“事实是:每个人必须自己选择[概率的定义],而他的心理状态、经验和爱好的广泛程度等,这一切决定了他喜欢哪种类型的公理。在统计学中过多的争论概率理论的基本概念和原理是不成熟的标志。”

对本书的读者来说,具备概率论和统计学的初步知识是有益的。我发现有些学生,他们仅仅学过经典统计学方面的传统课程,而对于在设计中十分有用的概率概念却理解得非常肤浅。本书第二章到第五章包含了丰富的基础理论知识,读者不必参考基础教程就能直接使用本书。当然,参考其它资料总是有益的。总而言之,我们要求学生复习这些章节,以便从工程意义上加深对概率理论的理解。

书中列出了计算机程序,它是设计人员在设计工作中应用概率方法所必需的软件。

概率设计与最优化设计是设计过程中相互联系的分析决策的两个方面。事实上,本书与《最优工程设计—原理及应用》的内容存在一些重迭,本书的第十章与丛书——《最优工程设计——原理及应用》的第三章相同。还有,第一章的大部分内容介绍概率设计中一般设计理论的概貌,它与丛书的前言内容相同。

James N. 西德尔

目 录

第一章 导论	1
1.1 设计的分析决策	1
1.2 决策的分类	2
1.3 评价准则	2
1.4 概率设计的实践	3
第二章 概率的概念及定理	4
2.1 概率的基本概念	4
2.2 事件和母体的概念	6
2.2.1 样本空间	6
2.2.2 条件事件	8
2.2.3 建立数学模型	9
2.2.4 母体	9
2.3 概率定理	9
2.3.1 独立条件	12
2.4 概率定律的一般形式	13
2.5 贝叶斯定理	19
练习二	21
参考文献	22
第三章 概率分布	23
3.1 随机变量的概念	23
3.2 概率函数	24
3.2.1 概率密度函数	24
3.2.2 离散变量的概率函数	26
3.2.3 随机变量的特征量	26
3.3 离散型理论分布	27
3.3.1 事件出现或不出现	27
3.3.2 二项式分布	28
3.3.3 多项式分布	29
3.3.4 双曲几何分布	29
3.3.5 几何和负二项分布	30
3.3.6 泊松过程	30

3.3.7 其它离散分布	32
3.4 连续型理论分布	32
3.4.1 引言	32
3.4.2 伽玛函数	32
3.4.3 指数分布	34
3.4.4 正态分布	35
3.4.5 均匀分布	36
3.4.6 贝塔分布	36
3.4.7 威布尔分布	36
3.4.8 其它分布	37
3.5 多维随机变量和多维分布	37
3.5.1 多维随机变量	37
3.5.2 多维分布及其关系式	38
3.5.3 多维随机变量的特征量	40
3.6 关于密度函数的贝叶斯定理	40
参考文献	43

第四章 概率分布的矩

4.1 矩的定义	44
4.2 矩的估计	45
4.3 期望值的代数运算	46
4.4 原点矩到中心矩的变换	46
参考文献	46

第五章 概率密度函数的生成

5.1 引言	47
5.2 分布的数字定义	47
5.3 用参数估计拟合解析分布	49
5.4 利用排列法拟合解析分布	50
5.5 最大熵法	53
5.5.1 杰伊尼斯 (Jaynes') 原理	53
5.5.2 熵的概念	53
5.5.3 对均匀分布使用的杰伊尼斯原理	56
5.5.4 对矩使用的杰伊尼斯原理	57
5.5.5 排列法使用的杰伊尼斯原理	69
5.6 先验分布	75
5.6.1 先验图	75
5.6.2 改进的方法	77
5.6.3 协调法	78

5.7	拟合程度检验	79
5.8	方法的挑选	80
	练习五	81
	参考文献	85
第六章	概率分析	87
6.1	引言	87
6.2	蒙特卡罗模拟	90
6.3	变量变换	107
6.4	矩的关系式	126
6.4.1	引言	126
6.4.2	解析关系式	126
6.4.3	泰勒级数近似法	128
6.4.4	概率分析使用的矩变换	131
6.5	计算方法	135
6.6	独立变量胞腔技术	137
6.7	各种方法的比较	139
6.8	分析误差	140
	练习六	140
	参考文献	147
第七章	连续事件	149
7.1	引言	149
7.2	马尔科夫链	149
7.3	蒙特卡罗模拟实例	149
7.4	随机时间函数	160
	练习七	163
	参考文献	163
第八章	有序统计和极值	165
8.1	引言	165
8.2	有序统计	165
8.3	极值分布	170
8.3.1	引言	170
8.3.2	I 类渐近分布	171
8.3.3	II 类渐近分布	177
8.3.4	III 类渐近分布	178
8.3.5	其它的极值分布	179
8.4	边界的选择和离散的判断	180

8.5 超过数分布	185
练习八	186
参考文献	188
第九章 失效概率模型预报	189
9.1 概述	189
9.2 单一失效概率模型	191
9.3 系统失效概率模型	194
9.4 串联组合失效模型	198
9.5 并联组合失效模型	199
9.5.1 简单并联贮备	199
9.5.2 备用并联贮备	199
9.5.3 相关并联组合	200
9.6 复杂系统	201
9.6.1 概述	201
9.6.2 利用基本概率求解	201
9.6.3 通道故障探测	202
9.6.4 分解法	202
9.6.5 失效结构树分析	203
9.6.6 失效事件的蒙特卡罗模拟	207
9.7 失效模型预报	207
练习九	208
参考文献	212
第十章 设计方案选择	213
10.1 确定性设计方案选择	213
10.2 概率设计方案选择	214
10.3 讨论	220
练习十	221
参考文献	222
第十一章 可靠性理论	224
11.1 引言	224
11.2.1 瞬时失效函数	224
11.2.1 瞬时失效函数用作条件密度函数	225
11.2.2 瞬时失效函数用作失效率	226
11.3 在可靠性中使用的概率分布	227
11.4 可靠性试验	229
11.5 可靠性程序设计和数据基础	230

11.6	可维护性和可用性	232
	练习十一	233
	参考文献	233
第十二章	结构可靠性	235
12.1	引言	235
12.2	单一构件	235
12.3	静定离散结构	237
12.4	静不定离散结构	239
	练习十二	239
第十三章	概率最优化	242
13.1	公式	242
13.2	执行优化	243
13.2	最佳可靠性分配	244
13.4	最佳公差分配	245
13.4.1	引言	245
13.4.2	公差的概率观点	245
13.4.3	确定性公差分配	246
13.4.4	随机公差分配	247
	练习十三	247
	参考文献	249
附录A	PROBVAR—概率设计软件包	250
附录B	组合理论	277
附录C	置信限	278
附录D	最大熵分布的区间变换	282
附录E	在综合最优基础上最大熵解的证明	283

第一章 导 论

本章介绍：一般设计理论范围内的概率设计问题；概率设计是制定分析决策的一个方面。

1.1 设计的分析决策

我们关心的是工程设计新理论方面的探索，任何一种理论必须在某种意义上阐明设计的实践，或提出关于改进设计方法的假设。

关于设计实践的任何一种理论都应包括下列组成部分：

1. 分类：标准元件的划分（例如齿轮，轴承和泵）以及设备和系统的分类；
2. 组织：设计总过程的步骤或组成部分的划分；
3. 创造：结构造型过程的论证；
4. 决策：确定最好结构和独特技术条件的过程。

本书涉及第四部分——决策的制定，但是不考虑决策的优化部分，因为这已经包括在本书的姊妹篇《最优工程设计——原理及应用》之中了。这里，区别工程设计理论和工程建模理论是重要的。后者可以预测构件、设备及系统的特性，并且可以利用许多工程知识、例如力学、热力学和电子学。

过去作出的设计决策几乎全是靠直观的方法，企图产生最佳设计。但是，在数据处理和分析技术的基础上，对这一决策的形成可以给出定量的描述。

在设计中，为了作出设计决策，首先考虑设计变量的层次是很有用的。如图 1-1 所示，图中最下层是独立设计变量，在决策的最初阶段由设计者直接给出。轴的直径多大？钢的屈服强度多大？润滑剂的粘度是多少？轴承表面的光洁度是多少？由此，设计者便能确定特性参数的一些准确度量，例如轴的抗扭能力、发动机的功率、或飞机的重量。在 1.3 节我们将会看到，这些依次生成的值和关系式通常可以整理成曲线形式，当综合时，这些值的组合将为整个设计构成一个决策准则或目标函数。下面我们会看到，在不同类型的决策中都要使用这一准则。

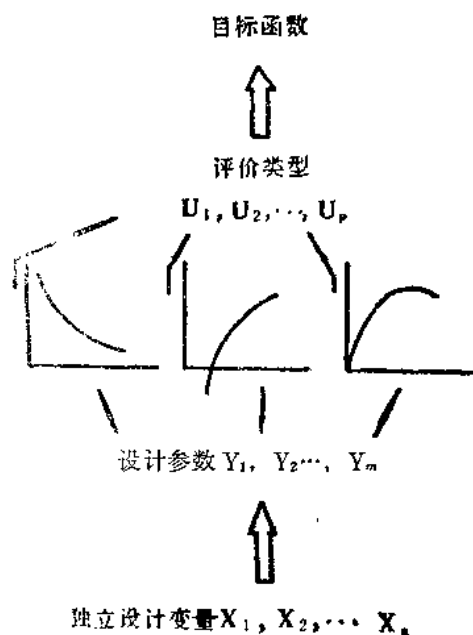


图 1.1 设计变量层次

1.2 决策的分类

在使用决策选择最佳设计时,决策的分类方法起着重要的作用。

1. 设计方案选择问题:为了选择最佳设计方案,需要比较两个或多个“冻结”设计。如果所有独立设计变量的数值都是已经确定的,那么,决策是一个确定设计总体评价价值并选出具有最大值的简单问题。用概率方法,问题就复杂化了。

2. 设计最优化问题:设计者已经创立了一种一般构造形式,在这种形式中,独立设计变量的数值已经不再是确定的。为了获得最佳的具体构造形式,必须按一般方式将问题公式化。如下所述,用独立设计变量建立一个优化函数或目标函数来确定总体值。即

$$U(X_1, X_2, \dots, X_n) = \text{最大} \quad (1.2.1)$$

就所有可能的失效模型而言,导出等式和不等式的约束,以此定义可行性,

$$\psi_i(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.2.2)$$

$$\phi_j(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (1.2.3)$$

可使用运筹学中的数值计算过程,调整独立设计变量,以满足这些表达式。丛书——《最优工程设计》主要研究这个问题。不过本书第十三章就概率方面进行了讨论。

3. 规范问题:许多约束函数都是事先根据规范条件提出的;而所有设计是针对子系统的。规范条件是正在设计的结构部分与系统的其它部分相接合。就规范条件而论,一个改变将改变系统相邻两部分的最佳设计点,因此必须从整体考虑选择什么样的规范条件最好。

4. 工艺问题:从工艺角度出发,为了选择最好的构造形式,特别在详细设计阶段必须作出许多决策。这要求对材料和生产过程有丰富的知识,并且主要根据费用准则作出决策。

5. 危险率问题:作为与设备正常工作有关的危险率选择是一个设计决策,这些决策都是主观的。危险率决策问题是本书的主要课题。

1.3 评价准则

当讨论优化设计或产生最优设计时,意味着为了作出最好的选择,存在一些评价准则,最普遍使用的准则是设计特性参数,即图 1.1 的第二层。这样我们倾向于选择设计,使费用减到最小,或使能力达到最大,或使重量减到最轻,或使误差最小等等。应用这些准则分析最优设计是很有意义的和值得花时间的。但是,这些准则有两条重要的限制:不允许设计者使用多重准则,不能希望既要费用最低又要能力最大和重量最轻,且在同一个准则表达式里不能把具有不同量纲的性能参数直接组合在一起;第二个限制是,以设计参数为准则,不能保证设计者与用户主观上要求的实际准则或基本准则相吻合。人们有大量的并且是变化的数值谱,这些数值谱可以促进各种类型决策的制定。除非设计人员系统地考虑了一切可能的数值,否则就有可能根据不正确的准则作出错误的决策。作为准则使用这些数据也要同时解决所谓多重准则问题。

如果没有一种评价理论,要完全合理解决概率决策问题是不可能的。在姊妹篇《最优工程设计》中阐明了这种理论。

1.4 概率设计的实践

本书旨在阐明概率设计的实践，因此，我们关心的不是数学本身，而是数学理论的应用。这对概率论要求的水平不高，而且课本首先就概率论和统计学方面提供有足够的基础知识。作为本书的内容，第二章至第五章提供了必须复习的基本材料。当然仔细深入地理解一些基本概念是非常重要的，比如事件、母体、样本、先验概率、随机变量、概率密度函数、累积分布函数等，理解这些概念并不都是容易的。

最后，必须强调指出，对于概率设计实践，使用计算机是完全必要的。在附录 A*中提供的计算机程序设计，其方式使用方便，调用简单，只需不多的 FORTRAN 语言知识就能调用这些程序组成主程序。当然，使用时困难是常有的，但对程序设计最有经验的用户来说，克服这些困难是很容易的。

* 附录 A 的源程序已输入磁盘。本附录 A 中原程序被略去，以后不再注明——译者

第二章 概率的概念及定理

本章介绍：概率性质的直观理解及在工程中的作用；概率论的一些基本内容，包括概率定律，独立性条件，贝叶斯定理，利用基本事件的概率定律的推广。

2.1 概率的基本概念

在工程实际中，所有元件的性能都存在不确定性，例如化学上的纯度，金属的屈服强度，电阻器的电阻，滚珠轴承的寿命等。不确定性是工程上普遍存在的重要特性，它的表现形式有三种。

首先，当我们对物体进行某种测量时，或者由被测量预测相关变量时出现不确定性。对这种不确定性已往的处理办法是把它当作确定性的量处理，当然这是一种粗糙的方法。严格地讲，这种不确定的量是不能用一个确定性函数或一段曲线或一组有限个数据来描述的，它只能用概率论的方法来描述。

不确定性表现的第二种形式是，当某种事情可能出现也可能不出现时，或者说是事情发生的时间不确定时出现的不确定性。例如，作用在某一结构物或机械上的载荷，任何一个用户使用电话机的时间，化学反应的临界压力等都存在有不确定性。

第三种形式是，工程设计中，某些设计参数的假设或理论的有效性是不确定性的。

对一、三两种形式的不确定性，过去用确定的设计分析模型或确定性的环境条件处理，这种分析是一种粗糙的近似方法。为了应用概率论和数理统计的方法研究这些不确定性量的统计规律，我们首先引入事件这一术语，用它表示不能确定的各种事情。事件出现的可能性大小的量度就是概率，如不可能事件的概率是零，肯定发生的事件即必然事件的概率是1。一般不确定性事件发生的概率在0和1之间。

先验概率的概念是概率论中重要的概念，先验概率是一种假设概率，例如一个容器中装有6个黑球，4个红球、7个兰球和3个白球。如果随意从容器中抽出一个球，白球被抽出的概率是3/20、兰球是7/20、红球是4/20、黑球是6/20。从这个例子可知，先验概率是假设的，它不能代表实际工程问题。

概率的意义可以用所谓频数来表示，例如掷硬币，出现正面反面的概率各是1/2。这就是说当掷硬币的次数足够大时，正面（或反面）出现的次数接近总次数的1/2。但是，当我们考虑正好掷一次硬币时，概率的含意成了一个赌博问题。如果出现正面他赌一元，那么在硬币落下为正面时，他就赢了一元。或者从容器中抽出一个兰球他赌一元，他就可能赢13/7元，这是从胜算的概念出发计算的赢利。所谓胜算就是输的概率（13/20）与赢的概率（7/20）之比。如果赌的次数足够多，则不输也不赢，这称为公平赌博，用一个公式表示如下：

$$\text{输的概率} \times \text{赌注} = \text{赢的概率} \times \text{赢利} \quad (2.1.1)$$

这就是所谓公平赌博方程。

例 2.1 选择灯泡

某一用户要从三种标准灯泡中选出有理想设计寿命的灯泡，他要求灯泡在使用寿命期间不失效的概率是 100%，也就是说 1000 个灯泡在使用寿命期限内不能有一个失效。显然，这三种灯泡都不能满足他的要求。我们知道，灯泡不失效的概率越高，成本就越高。因此，没有任何一个厂家能给出符合这种寿命要求的技术条件说明。为了提高灯泡不失效的概率，厂方工程师为用户设计了一个或多个并联线路，装上附加的灯泡，这些灯泡总是亮着的。这样，只要有一个灯泡不失效，系统就不失效。显然，至少有一个灯泡不失效的概率要高得多。如果用 X_e 表示组合有效灯泡的相对频数， n 表示使用的灯泡总数， X 表示单个灯泡失效的相对频数，则有

$$X_e = 1 - (1 - X)^n \quad (2.1.2)$$

考虑成本和有效空间的限制，可以选用三种灯泡中较好的一种，最后给用户一个较好的组合频数，例如每 1000 个灯泡中在使用寿命期限内 995 个有效，也就是说失效率为 0.5%。

一般来说，用户对设备的可靠性最感兴趣。工程师按照每 1000 台中允许 5 台过早失效的技术条件设计一种机器，这不能使用户满意。用户想知道他买的机器是否符合技术说明书上的规定。工程师告诉用户：接受 0.5% 的失效率（或称失效概率）就是符合技术说明书上的规定。工程师想了许多关于不确定性概念的例子，例如以赌博为例继续向用户解释：胜算是 199:1 就算得到了很可靠的设备。如果要得到更好的胜算，那么就必须寻找其它途径，并需要付出很高的代价。

例 2.2 风力载荷

这个例子是加拿大北大陆的一个工程项目——设计一台大功率风力发电机。最大设计风力与机械师所设计的螺旋桨及拖动系统密切相关，也与承受风力的结构密切相关。在 300×1609 米以外的一个气象站记录了以前十年中的风速，对于设计一台有 35 年寿命的风力发电机来说，这是为预计它的风载所能提供使用的仅有情报。

在这个问题中，不确定性与可控制的频数之间的关系不象上一个例子那样明确。工程师可以简单地使用最大风速进行设计。但是，在以后的 35 年里不能保证实际最大风速不会超过这个值，而且最近气象站测量的风速对应当地多大的风速也是不能确定的。接着，工程师在气象站记录的最大风速基础上进行判断，试图使用一个安全系数。但是，当他们开始估算成本时发现，采用最大风速要付出很高的代价。因此，安全系数必须尽可能的低。在设计中他们开始研究处理不确定性的更合理的方法，并对极值理论进行了探索。这种理论提供一种技术，即通过分析已往记录的风速，能够预测今后会出现的最大风速。根据已往记录，出现的最大风速是 78×1609 米/小时，但利用这种技术分析的结果是，以后 30 年内最大风速是 123×1609 米/小时，其概率不超过 0.999，这个概率是危险率的度量。现在工程师必须对当地的风速数据图表的真实性作出判断，他们也研究了另一个北部地区的相似数据，并考虑了地形不同所产生的影响，最后指出数据图表是适用的。

从这些实例中我们看到，工程领域中普遍存在不确定性，概率的概念在描述不确定性时起着重要的作用。对概率的含意，我们可以简单的定义：概率就是一个事件出现的相对频数，或者说是在给定的样本空间中事件出现的大概频数。当然，我们所说的事件是随机事件或称不可预测事件。经验表明，这类事件在一定次数的试验中没有重复性，或者对一个事件的某种测量中每次出现的频数都不会完全相同。经验还表明，随着样本的增加，频数将趋于稳

定值, 从这种意义上讲, 概率可以确切的定义为: 当试验次数无限增加时, 事件出现的次数与试验总次数之比的极限。

可见, 概率是一个事件出现或不出现的危险性的变量, 是事件出现的不确定性的度量。它表示一个事件会出现的置信度的度量。如果我们不能肯定一个事件会不会出现, 这就包含着危险性。因此可以说危险性的度量就是不确定性的度量, 也就是说得到了危险性的度量也就得到了不确定性的度量, 反之亦然。不过不确定性度量带有更大的主观性。这就引出了概率的一般概念, 即把不确定性的主观度量看作一个事件出现的置信度, 这就是所谓的假设概率。它是一个最普遍的概念, 因为它既包含了不确定性, 又包含了危险率, 也能说明相对频数。

相对频数作为概率的度量在工程上得到广泛应用。但是许多工程事件仅仅能出现一次或很少几次, 这时利用相对频数是不可能的。在这种情况下, 就需要利用假设概率的概念。在这种极端情况下概率的估计是很有趣的, 例如有 4 个可能事件中一个可能出现, 它们出现的概率未知, 我们可以假设每个事件出现的机率相同, 以此来判断事件出现的概率, 这样, 得到每个事件出现的概率都是 $1/4$ 。

概率不是一个完全能得到验证的概念, 正如力学中的力和质量一样。实际工程中使用的意义, 是工程师们从直观上发展和建立的概念, 并把它用于工程领域, 例如丘奇曼 (Churchman, 1961), 林利 (Lindley, 1965), 古德 (Good, 1965), 萨维奇 (Savage, 1954), 旗巴斯 (Tribus, 1969), 以及安克和坦克 (Ang and Tang, 1975)。

2.2 事件和母体的概念

2.2.1 样本空间

在概率和统计研究中, 可以利用与力学相似的抽象方法, 把实际事物理想化, 普遍化。

用这种抽象化的方法把样本空间定义为表示单元事件的点的一般集合。样本空间又可以再划分成事件族或子集, 它们也是单元事件的集合。事件族可以看作单元事件分类的一些类型。因此, 任何一个单元事件可以用一个或多个事件族或子集来识别。用抽象图形来描述事件是很有用的, 这种图形称维恩图。

在样本空间中每一事件占的面积对

应单元事件的比率, 如图 2.1 所示。图中有 A 、 B 和 C 三个事件。

两个事件 A 和 B 可以相交, 相交部分的面积为 AB , 它是所有包含 A 和 B 的单元事件的集合。可用图 2.2 来说明。一个事件的面积与所含的单元事件个数相对应。两个事件的和是一个集合, 它包含 A 或 B 或二者中的全部单元事件, 用 $A+B$ 表示, 如图 2.3 所示。

事件 A 的补集用 $\bar{A}$ 表示, 它是不含事件 A 的所有单元事件的集合。

在样本空间中事件若不相交, 就称事件是互不相容的, 或者说没有一个事件是包含多于

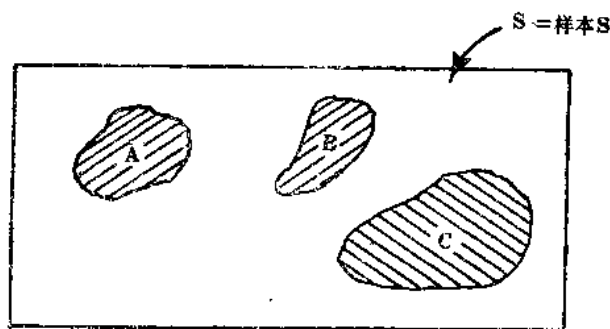


图 2.1 维恩图

1 个单元事件的。如果一个样本空间中每个单元事件至少有一次出现, 则这个样本空间中的事件族是完备集。图 2.4 中的维恩图说明了这些定义。

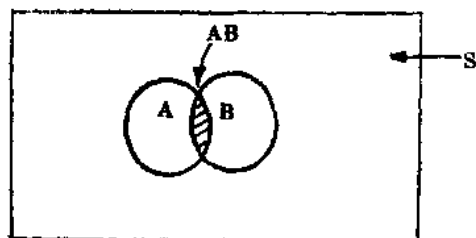


图 2.2 相交事件

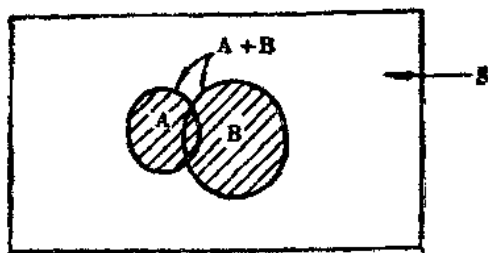
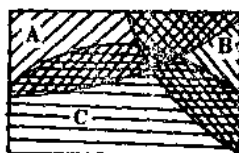


图 2.3 事件的和



互不相容



完备



互不相容和完备

图 2.4 互不相容和完备事件族

例如选灯泡问题。样本空间可由试验的 1000 个灯泡构成, 事件 A 表示没有失效的灯泡, 事件 B 表示失效的灯泡, 单元事件是灯泡失效或不失效。这个事件族是互不相容的, 完备的, 且 $\bar{A} = B$ 。

逻辑代数学就使用上述引进的一些符号。如果事件 A “与” B 出现, “或” 事件 C “与” D 出现, 或者两者都出现, 用逻辑表达式表示为 $AB + CD$ 或者 $DC + BA$ 。如果事件 A “或” B “与” C 出现, 可以表示为 $(A + B)C$ 或者 $AC + BC$ 。这样, 利用交换律、分配律及结合律, 有

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

显然

$$A + A = A \quad (2.2.1)$$

$$AA = A \quad (2.2.2)$$

若

$$A = BC \quad \text{则} \quad \bar{A} = \bar{B} + \bar{C} \quad (2.2.3)$$

这里等号的意思是, 如果单元事件出现在 A 中 [(2.2.3) 式中], 则单元事件也出现在 B 和 C 中。一个稍微不同的理解是: 如果单元事件出现在 A 中, 则 A 是 “真”。这就是说, 等号也意味着 “方程” 两边都是 “真”, 或都是 “假”, (“真” 和 “假” 是逻辑代数中的两个逻辑常数)。在数学模型基础上考虑下面一些实际事件, 以此说明 $A = BC$ 的含义:

B = 没有使用合金钢的一个元件。

C = 元件的工作应力超过 $75000 \times 6890 \cdot 2$ 牛顿/米²。

A = 元件失效

在这个问题中, 工程师关心的是最大风速, 这里事件不那么明显。毕竟它们是一个判断问题, 由于概念上没有准备好, 我们尚不能识别它。