

自磨技术

首届自磨技术研讨会论文汇编

中国金属学会选矿学术委员会

一九八二年

北 京

目 录

前言	1
中国金属学会首届自磨技术研讨会纪要	2
第一章 自磨技术概述和发展趋势	4
一、自磨技术的历史	4
二、我国自磨技术的应用和差距	7
三、世界自磨技术的发展动向	8
第二章 自磨理论	10
一、自磨机介质运动学	10
二、自磨机与球磨机介质运动学比较	15
三、自磨机数学模型	17
四、干式自磨机理论探讨	24
第三章 自磨试验	27
一、试样的采取	27
二、国外自磨试验程序和方法	28
三、对我国自磨试验程序的设想	35
第四章 自磨机与自磨流程的设计	39
一、自磨机工艺参数的选择和计算	39
二、自磨机结构设计	59
三、自磨流程的设计举例	67
第五章 主要的自磨工艺流程	74
一、一段全自磨流程	74
二、一段半自磨流程	75
三、自磨(或半自磨)加球磨流程	76
四、引出难磨粒子的自磨流程	79
第六章 自磨工艺的影响因素	84
一、自磨机结构方面的影响因素	84
二、矿石性质对自磨工艺的影响	95
三、操作条件对自磨工艺的影响	101

四、自磨机设备、矿石性质和操作条件的相互关系.....	105
第七章 自磨技术的经济分析.....	106
一、概述.....	106
二、磨矿工艺流程与经济效果的关系.....	106
三、设备规格与经济效果的关系.....	109
四、磨矿方法与经济效果的关系.....	112
五、矿石性质与经济效果的关系.....	116
六、技术管理水平与经济效果的关系.....	117
首届自磨技术研讨会专题技术讲座题录.....	119
首届自磨技术研讨会论文目录.....	119
文集参考文献.....	120

前 言

《自磨技术》专辑是根据中国金属学会1980年12月召开的首届自磨技术研讨会上的43篇论文，11次专题技术讲座整编综述而成，此外还编进了一些国外考查报告中有关自磨部分论述。它基本上反映了当前我国在自磨技术上的理论研究和生产实践方面所取得的进展和国外自磨技术现状。但由于该项技术是一门多学科互相渗透的综合性科学，较广泛地在生产实践中采用还是近一、二十年的事。本着“百花齐放，百家争鸣”的方针，在编辑过程中除了对个别错误作了修改外，对不同的学术观点力求保持原作者的意图，以供从事这方面工作的同志们参考。通过进一步生产实践和试验研究必将进一步充实和完善，使自磨技术在我国的应用达到一个新的水平。

由于水平所限，缺点、错误难免，望请批评指正。

编者 1982年3月

中国金属学会首届自磨技术研讨会纪要

(一九八〇年十二月九日通过)

中国金属学会选矿学术委员会,经过近一年的筹备于一九八〇年十二月一日至九日在迁安矿区滨河村首钢矿山公司,召开了首届自磨研讨会。

出席会议的有选矿学术委员会的委员,特邀的教授、专家和有关科学研究、设计院所、生产厂矿116名代表。代表们来自一机部、二机部、冶金部、建材部门,20个省市等73个单位。

大会共收到论文和资料共计43编,其中除专题技术讲座外,在大会上宣读和讲解了21篇论文,其余论文在分组会上结合讨论做了介绍和交流。

在会议上,特邀教授和专家们做了11次有关自磨技术讲座,1次关于选矿设备的报告,组织代表们参观了首钢矿山公司大石河选矿厂和实验厂,参观了石人沟自磨矿铁选矿厂,代表们很受启发,充实了会议内容。还组织代表对自磨技术及其在我国的应用进行了深入的研讨。可见这是一次很受与会代表欢迎和盛况空前,收效较大、学术空气非常活跃的大会。

这次大会在与会代表的共同努力下,开得很好,很成功。

一、大会筹备期间,全国各地的从事自磨科研、设计和生产厂矿的单位纷纷寄来论文和来函对召开这次会议给予大力支持,并要求参加大会,因条件所限,组织经验缺乏所以满足不了各地的要求。经过努力虽然一再控制,结果远远超过研讨会初订的规模。这充分反映了自磨技术学术研讨的美好前景。从讲座、宣读论文和讨论的情况看来,其质量、数量、涉及面都是空前的。其中有些讲座和论文具有相当高的水平,反映了理论研究和生产实践方面取得的进展,推动了自磨技术的发展。正如代表们指出的,这次会议不仅总结了我国自磨技术的理论、试验研究、现场使用的情况,而且也自磨技术这一学科进行了有意义的研讨,这将对自磨技术在我国的应用产生深远的影响。开学术会议举办专题技术讲座,是一个新的尝试。会议代表们反应,这种尝试是好的,可以使代表们系统地了解本学科的情况,弥补了资料少,资料交流不足的缺欠,同时使代表们对本学科存在问题、现状和发展趋势有进一步的了解,又为研讨本学科问题,提供了较多的基础资料。

大会收到的论文,反应了我国自磨技术的水平,总结了我国自磨技术的经验、提出了问题,经过讨论也明确了方向这必将有力地推动自磨技术在我国的应用。

二、矿石自磨技术是多学科互相渗透的综合性学科,与会代表热烈地讨论了本学科的现状和今后任务,主攻课题和发展方向。代表们积极发言,不同的学术观点自由争论,畅所欲言,学术空气非常活跃,代表们提出了许多建设性的意见。自磨技术是磨矿的重要分支,它研究的对象是以矿石和岩石物料为主,它的任务是研究、确定和解决实际应用的可能性和可靠性,这包括自磨机的机械研究,辅助设备研究,自动化计量检测和调整技术的研究,可行性研究,理论研究,现场使用问题的研究等。

自磨技术在我国还存在着许多薄弱环节,希望能引起有关部门重视。与会代表决心为自磨技术在我国的应用、完善和提高,做出积极的贡献。

三、会议与会代表还讨论了学会活动和学术交流问题，为了不断提高学术水平，不断交流经验，大会建议于1983年召开一次以破碎磨矿为主题的学术研讨会。

大会代表还提出以下建议：

（一）建议中国金属学会选矿学术委员会设立粉体工学学术小组。

（二）建议出版这次会议的论文选集。

（三）建议各单位能够印刷和散发讲座的技术资料。

（四）建议建立完整的现代化的破碎磨矿实验室，加强破碎和磨矿（包括自磨、细磨）理论和试验的研究工作。

（五）建议加强破碎、磨矿设备和工艺的咨料情报交流工作。

中国金属学会选矿学术委员会

自磨研讨会

一九八〇年十二月九日

第一章 自磨技术概述和发展趋势*

一、自磨技术的历史

矿石自磨技术引起各国的普遍重视,虽然是近十多年的事,但追溯其历史并不很短。第一台用卵石作磨矿介质的长筒型磨机出现在1904年,用于南非Rand金矿选矿厂。本世纪初在南非和北美的某些选矿厂有了大量的应用。

1908年,在英国的伯明翰城和美国的亚拉巴马召开了自磨机的试验研究会议。

同年,H.W.Hadsel发表了关于在圆筒型磨机内以矿块作磨矿介质,同时进行细碎和粉磨的论文。

1916年,有人用一台 $\phi 760 \times 200$ 毫米锥型磨机对重晶石进行了自磨试验。该机与分级机构成了湿式闭路磨矿流程,在排矿粒度为95%—325目时,其处理能力为1.5~2.0吨/时,而且减少了铁粉末对产品的污染,结果相当令人满意。

1930年,美国Hardinge公司设计了Hadsel型自磨机,其规格为 $\phi 7200 \times 915$ 毫米,最大给矿粒度为800毫米,通常是将305毫米矿块磨至0.246毫米(60目),磨机转速为2.66转/分。它的磨矿过程是这样的,矿石经皮带给入磨矿机后,借助于筒体周边的勺斗式装置,把矿石提升到一定高度,然后自由落下与下部的固定反击板撞击而达到粉碎矿石之目的。矿石相互间的研磨作用甚微,易产生临界粒子。由于粉碎原理及设备结构上的缺欠以及没有分级机构等原因,效果不佳,虽然在个别矿山有过使用,但没有得到推广。1934年在这种机器的基础上,美国Hardinge公司又设计了干式Hadsel型自磨机,原理基本同前,只是增添了圆筒干式分级机,由于同样原因,没有得到满意结果。

1936年Hardinge公司又设计了一种型式干式自磨机(图1—1),端盖平直,筒体呈封闭型,借气流将细粒自筒体带到旋风分离器分级。从结构上分析,后来的Aerofall型磨机与其

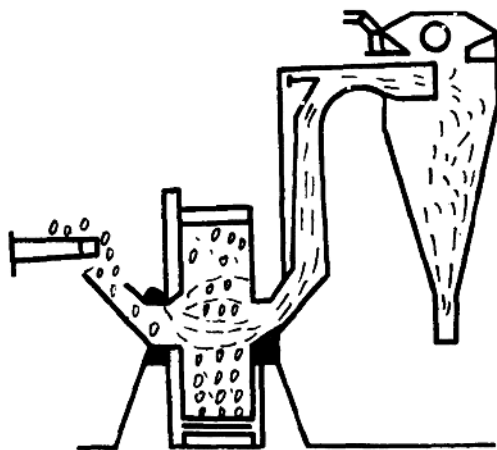


图1—1干式自磨机

*本章主要根据 王宏勋、高琳:《自磨机的历史和发展趋向》

极为相似。这种磨机的严重缺点是物料容易产生轴向偏析，大块集中在给矿端，小粒偏集在排矿端，影响磨机性能，不够理想。

为了解决上述物料的轴向偏析问题，1939年Hardinge公司在上述磨矿机的端盖上，装上了一圈楔形衬板，遗憾的是仍然未彻底解决轴向偏析问题。Hadsel型磨机主要缺点是躯体庞大而生产率低，虽先后曾在美洲一些矿山中应用，但没有得到发展。Hardinge公司Hadsel型磨机做了将近十年的试验研究，原则上否定了这种结构的发展前途。

1940年Hardinge公司设计了湿式Cascade型自磨机（图1—2），采用锥形端盖，成功地解决了轴向偏析问题。并在排矿端装了格子板，以控制排矿。继湿式成功之后，该公司又设计了干式Hardinge Cascade型自磨机，也获得了成功，为以后进一步发展奠定了基础。

几乎与Hadsel型磨机同时，加拿大D. Weston设计了Aerofall型（气落式）磨矿机（图1—3），尽管试验结果失败了，但其利用矿石作为磨矿介质的原理和可能大量节约生产费用的经济效果，引起了重视。

早期的干式自磨机和干式Hadsel磨机是非常相似的，如D. Weston早期设计的自磨磨机只有一圈楔形衬板和1939年设计的Hadsel磨机很相似，同样也产生轴向偏析。后来D. Weston又加了一圈楔形衬板从而解决了偏析问题，干式自磨机于1950—1951年获得成功。

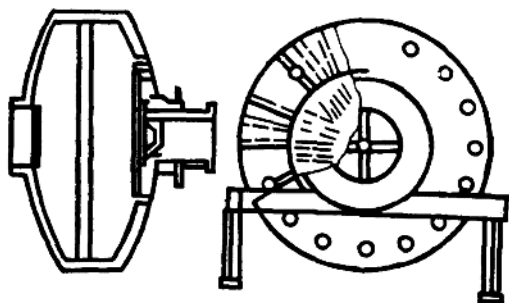


图 1—2 湿式 Cascade 自磨机

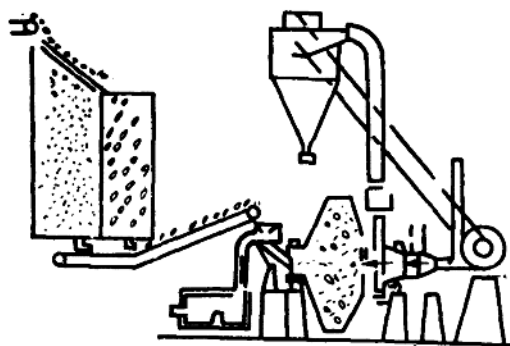


图 1—3 干式 Aerofall 自磨机

1959年D. Weston又设计了湿式自磨机。试验证明，它同样获得了良好的磨矿效果。

50年代自磨机的发展，导致自磨技术在矿山工业生产中 使用，1959年加拿大魁北克 Cartier采用了12台 $\phi 5.5 \times 1.5$ 米， $N = 600$ 马力的 Cascade型自磨机。1960年瑞典采用 $\phi 6.7 \times 2.1$ 米湿式自磨机。

60年代中期，自磨机发展较慢。

60年代末期至1975年自磨机发展较快。

总结国外自磨技术的发展史，综合其发展和使用情况，不难看出，自磨技术发展大致可以划分为三个阶段：

第一阶段是在五十年代以前，化了近20年的时间进行试验研究和探索，在这个时期自磨机的直径是不大的，投产台数不多，产量较低，效率也不佳，是自磨技术发展的初级阶段，但为以后的发展奠定了基础。

这期间的自磨机主要类型为Hadsel和Aerofall型。1936~1941年大不列颠、哥伦比亚Salme和Bridge、加拿大Rouyn、加拿大采矿公司、加拿大Afton等矿山都采用了Hadsel型自磨机。

第一台干式Aerofall型自磨机1948年安设在加拿大安大略硅酸岩公司，直径为2.7米，最大给矿粒度200毫米，产品中-200目占50%。

第二阶段大致为50年代至60年代初期，干式和湿式自磨机都得到进一步发展，试验研究工作也得到了加强和重视，并开始应用于生产厂矿。表1—1是这时期投产的采用自磨机的主要选矿厂。这个时期用于生产的自磨机直径一般在5~7米之间，属于中小规格。我国在

50年代至60年代初采用自磨机的主要选矿厂

表1—1

国名和数名	投产 年份	自 磨 机			台数	给矿粒 产品粒度 处理能力			矿 石 种 类
		规格 (米)	型式	电机功率 (马力)		度 (-200目 (毫米) %)	(吨/台· 时)		
南非 East Dagga- fon tern 矿业公司	1954	$\phi 5.1 \times 1.5$	干	620	3	70	55.6		铀 矿
加拿大 Black Lake Normandier	1955	$\phi 5.1 \times 1.5$	干		6	250 -6毫米 占90%	34.7		石棉矿
美国 Benson 选矿厂	1954	$\phi 5.1 \times 1.5$	干	600	1	250 10.6	150		假象 赤铁矿
加拿大 Coldstream		$\phi 5.1 \times 1.5$	干		1	900 90			铜 矿
罗德西亚 Mangnla	1958	$\phi 6.6 \times 1.5$	干	1100	2	900 65	66.7~73		铜 矿
南非 Trasval and Qerge Free state	1959	$\phi 7.8$	干	2050	1	900 50	312.5		金铀矿
加拿大 Caral选矿厂	1962	$\phi 6.7 \times 1.65$	干	920KW	6	300 -14~ 20目	300~400		镜铁矿
加拿大 Cartier 选矿厂	1962	$\phi 5.4 \times 1.5$	湿	600	12	300 -8~10 目	200		镜铁矿
瑞典 Vassbo选矿厂	1960	$\phi 6.7 \times 2.1$	湿	1200	1	250 70	21~25		铅锌矿
美国 Empire选矿厂	1963	$\phi 7.2 \times 2.4$	湿		6	250 -400~ 500目	70~80		赤铁矿

这一时期也开始了自磨技术的试验研究。

第三阶段是从60年代中期至现在。在这个阶段有两个特点：一是采用自磨技术的选矿厂日益增多。据统计在71~73年期间建设的生产能力超过100万吨/年的工厂数目与51~65年期间相比增加了五倍，而此期间采用自磨工艺的选厂超过了前五年（66~70年）的十倍。如加拿大、美国、南非、澳大利亚、瑞典、苏联等新设计的大型选矿厂，广泛地采用了自磨技术。北美最近几年投产的6个大型选矿厂，有5个采用了自磨技术。另一个特点是，设备规格向大型化发展。七十年代投产的采用自磨技术的10家金属矿选矿厂都采用了大型湿式自磨机。

这期间投产的主要选厂见表1—2。除表中所列举的各选厂之外，采用自磨技术的还有有色金属矿山如：艾兰德、洛奈克斯、希而卡敏、巴格达、俄茨格、巴拉帕拉和加拿大在1971—1972年间投产的三个铜选厂，都采用 $\phi 9.76 \times 4.27$ 米和 $\phi 9.76 \times 4.72$ 米的自磨机，有效容积为350米³。

苏联自磨技术发展较晚，六十年代初才着手研究，六十年代末应用于工业生产，但近几年来发展速度较快，也向大型化发展，并已从日本神户制钢所购买了2台 $\phi 9 \times 3$ 米自磨机。

60年中期以后投产的自磨机部分主要选矿厂

表1—2

序号	使用单位	矿石 种类	投产 年份	磨 机 规 格	台数	处理能力 (吨/时)	给矿粒度	备 注
1	加拿大瓦布什 (Wabush)	镜铁矿	1965	$\phi 7.2 \times 2.4$ 米, N = 1750HP	6	285	250毫米 —20目	新扩建 工程用
2	Empire 第二期工程		1980	$\phi 9.75 \times 5.13$ 米	6			
3	利比里亚 Bong	赤铁矿 磁铁矿	1965	$\phi 6.6 \times 2.1$ 米, N = 2 × 800HP	6	150—200	250毫米 —20目	
4	苏联 克里沃罗克	磁铁矿	1966	$\phi 7.0 \times 2.2$ 米, N = 2 × 700HP	1	100~105	200~350 毫米	产品—200目 65%
5	美国蒂尔登	赤铁矿	1974	$\phi 8.23 \times 4.42$ 米, N = 2 × 2133KW	6	230	250毫米	产品—2毫米
6	希宾	磁铁矿	1976~ 1977	$\phi 10.97 \times 4.59$ 米, N = 12000HP	9	367		产品—0.044 毫米
7	谢尔曼	磁铁矿	1968	$\phi 8.24 \times 3.05$ 米, N = 3450HP	3	150	180毫米	产品1~0毫米

二、我国自磨技术的应用和差距

我国对自磨技术的研究是于1956年由北京有色金属研究院在卧龙泉开始的。1958年沈阳重型机器厂和洛阳矿山机械研究所等单位在鞍钢烧结总厂进行了 $\phi 4$ 米干式自磨机的试验。1965年长沙矿山设计院、洛阳矿山机械研究所、北京矿冶研究院、马鞍山矿山研究院等单位在大冶铁矿开始建立湿式自磨试验厂并进行了一系列试验。据不完全统计，目前我国已投产的干、湿式自磨机约有150多台，总容积近3000多米³。现将主要选厂列于表1—3。

由于我国应用自磨技术的历史不长，对自磨技术的掌握还存在一定的差距，主要表现在：

- (一) 理论研究和试验研究工作落后;
- (二) 机组流程简单化, 配套设备不全;
- (三) 磨机规格小, 结构欠佳, 加工质量不尽完美;
- (四) 耐磨损件的寿命低;
- (五) 缺乏自动控制。

我国采用自磨技术的主要选矿厂

表 1—3

序号	使用单位	矿石种类	投产年份	磨机规格及功率	台数	处理能力 (吨/时)	给矿粒度 (毫米)	排矿粒度 (-200目%)
1	歪头山	鞍山式贫磁铁矿	1972	$\phi 5.5 \times 1.8$ 米, 900千瓦	9	75	-350	-20毫米
2	石人沟	鞍山式贫磁铁矿	1974	$\phi 5.5 \times 1.8$ 米, 900千瓦	3	72~76	-350	48
3	潘洛	矽卡岩多金属铁矿	1974	$\phi 4.0 \times 1.4$ 米, 245千瓦	2	30~40	-150	30~40
4	东山	磁铁矿及 假象赤铁矿	1973	$\phi 5.5 \times 1.8$ 米, 900千瓦	2	63	-350	40
5	吉山	贫磁铁矿	1973	$\phi 5.5 \times 1.8$ 米, 900千瓦	8	40~50	-400	55~65
6	漓渚	矽卡岩型铁矿	1973	$\phi 5.5 \times 1.65$ 米, 800千瓦	2	47~52	-400	-3毫米 -200目40%
7	金山店	镁矽卡岩型铁矿		$\phi 5.5 \times 1.8$ 米, 900千瓦	4	100	-300	-10毫米
8	大冶	含铜磁铁矿	1969	$\phi 5.5 \times 1.65$ 米, 800千瓦	1	65	-400	60
9	中条山	斑岩铜矿	1974	$\phi 5.5 \times 1.8$ 米, 900千瓦	1	83	-280	40

三、世界自磨技术的发展动向

(一) 向湿式发展

从自磨机的发展过程可以看到, 50年代主要是干式自磨机; 60年代干式和湿式自磨机的应用大致各占一半; 70年代开始湿式自磨占主导地位 (约90%以上)。据统计国外30多个金属矿选矿厂, 共采用了近200台自磨机, 湿式自磨占了170多台。美国耐雄纳尔选矿厂原采用6台 $\phi 7.93 \times 2.1$ 米干式自磨机, 1974年增加了2台 $\phi 8.23 \times 5.18$ 米湿式自磨机, 1977年把所有干式自磨机改为湿式自磨机。巴特勒铁选矿厂在1977年扩建时也将一台干式改为湿式进行工业试验。

目前用湿式自磨取代干式自磨, 人们的看法基本趋于一致。我国邯邢矿山局也已将干式自磨改为湿式自磨, 效果良好, 北京铁矿也将把干式改为湿式。

(二) 湿式半自磨机正在成为重要的磨矿方法。

自磨机中加入2~8%的钢球就成为半自磨，如，皮马、苏联的英古列茨、巴格达等。一般说来，自磨改为半自磨以后，处理能力可提高10~30%，单位产品功耗可降低10~20%左右，但衬板磨损相对增加了15%左右，增加了钢铁消耗，产品的细度变粗了些。

(三) 中间自磨（A、B、C流程和A、P、C流程）引起了人们的注意。

(四) 设备结构的改进和完善。

1. 自磨机的径长比各厂家观点不尽一致。美国的Allis-Chalmers, Koppers公司和加拿大的Dominon公司的产品为2~3:1；美国的Noraberg公司的产品为1:1；澳大利亚和瑞典的部分产品为1:1.2~2。

2. 改进自磨机的传动（见第四章）。

3. 润滑装置由注油改为喷油。

4. 材质不断改善。采用高铬钼合金衬板、橡胶衬板，钢球的材质也加入合金元素使其表面硬度达到HB650，中心硬度HB500左右。

第二章 自磨理论*

一、自磨机介质运动学

(一) 介质的运动学分析

自磨机的磨矿效果,与磨机内介质的运动情况紧密相关。它决定于转速率、料位和二者的配合关系。关于自磨机内介质的运动学,本世纪六十年代初已经开始研究,伟斯顿、鲁恩科、柯利马恩、亚希等人 and 我国一些选厂,以及科研单位都先后作过这方面的工作。

目前,对自磨机介质的运动学认识还不太一致,有些争论,大体上可归纳为如下二种观点:

一种是以鲁恩科为代表的,认为自磨机的工作情况和球磨及棒磨没有本质上的差别,因而自磨机可沿用作抛落式工作时球磨机介质运动学的理论。

另一种是以亚希为代表的持有另一种观点,认为提升衬板在自磨机中起有重要的作用,它决定着介质的运动情况。

自磨机和球磨等磨矿机,尽管都是由筒体转动使筒体内装的磨矿介质发生运动,对矿石产生磨矿作用,但前者是利用矿石自身进行相互破碎的,其结构上与常规磨矿设备有差异,从而就导致了磨机内介质运动情况的显著不同。

研究我国拍摄 $\phi 1500 \times 600$ 毫米自磨机内介质运动状态的照片可知,在通常选用的自磨机工作转速为 $65 \sim 90\% n_{\text{临界}}$ 范围内,介质的运动状态并不是单纯的作抛落式运动,磨机内部是由以下几个区域组成的。

1. 介质作圆运动区,即从提升衬板端面到筒壁之间的环形空间。介质在提升衬板的直接提升下,作圆形曲线运动上升。在上升过程中,矿块受到相互之间或与衬板之间的磨剥作用。

2. 介质作泻落落下区,位于最内层的大块矿石,随筒体作圆曲线上升,当其偏转角超过它的自然安息角时,便从这里顺着矿料自身形成的斜坡滚下,犹如雪崩状态。矿块沿圆曲线上升和向下滚动途中,受到很大的磨剥作用。

3. 介质作抛物落下区,居于外层的中等粒度和较细的矿粒,随筒壁作圆曲线运动提升到一定高度,然后纷纷作抛物线落下。介质落下时,遭受到强烈的冲击。

4. 介质作蠕动的肾形区,即泻落区与抛落区之间的过渡区。靠近磨机的中心部份,介质的运动不很明显,仅作蠕动,磨矿作用微弱。

5. 空白区域,为介质未到之处,无磨矿作用。该区之大小,视磨机转速率高低而定。

由以上分析可知,上述诸区域所占面积的大小,直接关系到磨矿效果的好坏。只有分析自磨机运动学之后,才能定量地计算它们各自的范围。

(二) 介质的运动轨迹方程式

如图 2—1,在提升衬板构成的环形空间内,取任意两相邻衬板间的一半径为 R ,厚度

*本章主要根据宫荣章:自磨机的工作原理分析;李松仁、胡为柏:自磨机数学模型,吴明珠:自磨机介质运动学分析。

为 dR 作圆曲线运动的单元层。设单元层的质量为 dm ，当磨机以线速度 v （或角速度 ω ）转动，介质上升到脱离角为 α 的A点时，则作用在该单元层上的力有：离心力 C （ $C = dm \frac{v^2}{R} = dm\omega^2 R$ ），介质重量的切向分力 T （ $T = dmgsina$ ），它的方向垂直于提升衬板表面；介质重量的径向分力 N （ $N = dmgsina$ ），使介质沿提升衬板表面下滑； T 力与提升衬板或其他层介质之间的摩擦系数（ f_0 ）构成摩擦力 F （ $F = dmgsina f_0$ ），阻止该单元层沿径向方向运动。

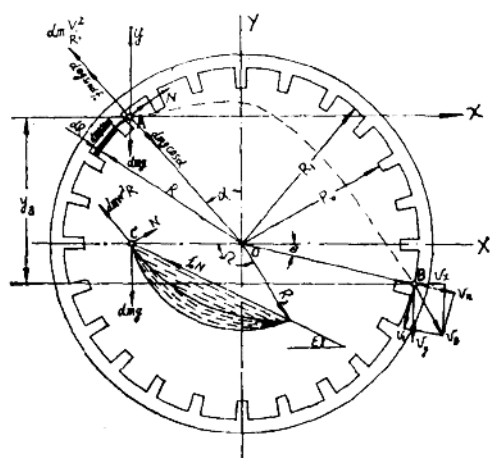


图 2—1 介质运动分析

显然，介质从脱离点A沿提升衬板表面，作径向下滑运动的条件为：

$$dm \frac{v^2}{R} + dmgsina f_0 = dmgsina \quad (2-1)$$

或
$$v^2 = Rg(\cos\alpha - f_0 \sin\alpha) \quad (2-2)$$

如用 $\psi = \frac{n}{n_{\text{临界}}}$ ， $K = \frac{R}{R_1}$ 代入，化简后，得到标志着脱离点A位置的脱离角为：

$$\cos\alpha = \frac{\psi^2 K + f_0 \sqrt{1 + f_0^2 - \psi^4 K^2}}{1 + f_0^2} \quad (2-3)$$

在A点的介质层一方面因提升衬板的举升，作圆曲线运动，同时沿衬板表面作径向下滑移动。当到达提升衬板的端面时，以 $v_0 = \sqrt{Rg(\cos\alpha - f_0 \sin\alpha)}$ 的初速脱离衬板抛出。如以A为坐标原点，取xAy坐标。设抛物线落下的时间为 t ，则抛物线上任一点的座标 x 和 y 分别为：

$$x = v_0 t \cos\alpha \quad (2-4)$$

$$y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2-5)$$

介质从A点抛出后，高出于脱离点A的最大高度为：

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{1}{2} R (\cos\alpha - f_0 \sin\alpha) \sin^2 \alpha \quad (2-6)$$

自质介落回点B到脱离点A，介质作圆曲线运动，此圆的半径为 R ，对于Ax和Ay坐标轴该圆的方程式为：

$$x^2 + y^2 = 2xR\sin\alpha - 2yR\cos\alpha \quad (2-7)$$

将公式 (2-4)、(2-5) 和 (2-7) 联解, 得到落点B对于Ax和Ay坐标轴的座标为:

$$x_B = 2R(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha\cos\alpha \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right) \quad (2-8)$$

$$y_B = -2R(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin^2\alpha \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}} \times \\ \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right) \quad (2-9)$$

如将座标变换, 取磨机的中心O为新原点, OX及OY为新座标, 则落回点对新坐标系的座标为:

$$X_B = 2R(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha\cos\alpha \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right) - R\sin\alpha \quad (2-10)$$

$$Y_B = 2R(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin^2\alpha \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}} \times \\ \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right) - R\cos\alpha \quad (2-11)$$

而落回角 β (落回点与磨机中心的连线与X轴的交角) 为:

$$\beta = \arctg \left[\frac{2(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin^2\alpha \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right)}{2(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha\cos\alpha \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right)} \times \right. \\ \left. \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}} - \cos\alpha \right] \quad (2-12)$$

根据抛物线方程(2-4)和(2-5), 不难求出它的最高点和它与X轴的交点等特殊点的座标。在已知 ψ 和R值后, 便可准确地画出抛物线的轨迹。

(三)、介质落下时的动能

介质落到终点B时的动能, 是用于冲击矿石的。

介质到达落回点B的垂直分速为

$$V_y^2 = V_0^2\sin^2\alpha + 4Rg(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin^2\alpha \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}} \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right) = \\ = \sin^2\alpha \left[V_0^2 + 4Rg(\cos\alpha - f_0\sin\alpha) \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}} \left(1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha\sin\alpha - f_0\sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0\sin\alpha)\sin\alpha}}\right) \right] \quad (2-13)$$

介质落下时的水平分速为:

$$V_x = V_0 \cos^2 \alpha \quad (2-14)$$

因此, 它们的合速度为:

$$V_B = V_0 \sqrt{1 + \sin^2 \alpha \left[4 \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \left(1 + \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \right) \right]} \quad (2-15)$$

设介质的质量为 dm , 则它在落回点 B 的动能为:

$$E = \frac{1}{2} dm V_B^2 = \frac{1}{2} dm V_0^2 \left\{ 1 + \sin^2 \alpha \left[4 \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \left(1 + \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \right) \right] \right\} \quad (2-16)$$

介质以速度 V_B 到达落回点时, 它的动能分为两部份: 一部份沿打击线冲击矿石, 另一部份与打击线垂直, 使介质沿切线方向运动, 这部份使矿石受磨剥而没有冲击作用, 如将 V_B 分解为切向分速度 V_t 和沿径向分速度 V_n , 求出 V_t 和 V_n 后, 便能估算出用于冲击矿石的能量和消耗于磨剥矿石的能量。

将落回点的速度 V_B 的水平分速 V_x 和垂直分速 V_y 投到径向分速度上, 得:

$$V_n = V_x \cos \beta + V_y \cos(90^\circ - \beta) = V_0 \left[\cos \alpha \cos \beta + \sqrt{1 + 4 \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \left(1 + \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \right) \sin \beta \sin \alpha \right] \quad (2-17)$$

将 V_x 和 V_y 投到切线分速度上, 得:

$$V_t = V_x \cos(90^\circ - \beta) + V_y \cos \beta = V_0 \left[-\cos \alpha \sin \beta + \sqrt{1 + 4 \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \left(1 + \sqrt{\frac{\cos \alpha \sin \alpha - f_0 \sin^2 \alpha + f_0}{(\cos \alpha - f_0 \sin \alpha) \sin \alpha}} \right) \sin \beta \sin \alpha \right] \quad (2-18)$$

由公式(2-17)和(2-18)可知: 切线分速度 V_t 和法线分速度 V_n , 在不同的落回点它们的大小和方向是不同的。如求得任一落回点的 V_n 后, 就可算出冲击矿石的能量。

(四)、磨机中心部份运动情况的分析

靠近磨机中心部份的介质层, 当它沿圆运动上升到倾斜角 ϵ 超过介质的自然休止角 ϵ_0 时便沿该斜坡滚下, 作泻落运动状态。因此, 可以断定最内层介质的半径 R_2 必有一极限值, 小于它后, 介质作泻落状态, 大于它时, 作抛落运动。 R_2 可认为是由泻落区过渡到抛落区的边界条件。

若在磨机内半径为 R_2 处, 取一圆心角为 Ω 所对的圆弧, 厚度为 dR 的介质层。令该介质层的质量为 dm , 显然, 作用于该介质层 C 点上的力有: 重量 dmg , 惯性离心力 $dm\omega^2 R$, 摩擦力 Nf_0 和下层介质对它的作用力 N (见图 2-1)。

当C点处于平衡状态时, 即:

$$dm\omega^2 R_2 \cos\alpha - dm\omega^2 R_2 \sin\alpha - f_0 N \cos\varepsilon - N \sin\varepsilon + N \cos\varepsilon - dm g - f_0 N \sin\varepsilon = 0 \quad (2-19)$$

式中 $f_0 = \tan\varepsilon_0$ 如用 $\psi = \frac{\omega}{\omega_{\text{临界}}}$, $K_2 = \frac{R_2}{R_1}$ 代入, 化简整理后, 得:

$$\tan(\varepsilon - \varepsilon_0) = \frac{\omega^2 R_2 \sin\alpha}{g - \omega^2 R_2 \cos\alpha} \quad (2-20)$$

$$\text{或: } \tan\varepsilon = \frac{\psi^2 K_2 (\sin\alpha - \tan\varepsilon_0 \cos\alpha + \tan\varepsilon_0)}{1 - \psi^2 K_2 (\cot\alpha - \tan\varepsilon_0) \sin\alpha} \quad (2-21)$$

用几何关系, 不难证明用来判断磨机中心部份保持泻落和抛落时的 Ω 临界值为:

$$\Omega_2 = 2 (180^\circ - \varepsilon - \alpha) \quad (2-22)$$

(五) 介质在各区域的分布情况

在通常选用的转速 ψ 为65~90%和料位 ϕ 为30~50%范围内工作的自磨机, 运转时介质所占有的面积, 主要有三部分: 其一为作圆运动的(衬板提升区); 其二为泻落运动的; 其三为抛物线落下的。令全部运动着的介质所占有的面积为 Ω , 作圆运动部分的面积为 Ω_1 , 作抛物线运动的所占面积为 Ω_2 , 作泻落运动所占面积为 Ω_3 。

令自磨机半径为 R_1 , 则它的横截面积为 πR_1^2 , 在动态下, 料位 ϕ 与介质切面积的关系为

$$\phi \pi R_1^2 = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3$$

或: $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \quad (2-23)$

在提升衬板区内的 ϕ_1 可按C·M高利曼公式计算:

$$\phi_1 = \frac{1}{\pi\psi} \int_{\alpha_1}^{\alpha} (2\pi - \alpha - \beta) \left(1 + \frac{t_1}{t_2}\right) (\cos\alpha - f_0 \sin\alpha) (\sin\alpha + f_0 \cos\alpha) d\alpha \quad (2-24)$$

式中 t_1 为介质在圆曲线轨迹上的时间, t_2 为介质在抛物线轨迹上的时间。

当磨机以角速度 $\omega = \psi \sqrt{\frac{g}{R_1}}$ 运转时, 每转一周所需的时间为:

$$t_1 = \frac{2\pi}{\psi} \sqrt{\frac{R_1}{g}} \quad (2-25)$$

以同样速度作圆曲线运动的介质转过圆心角为 $2\pi - \alpha - \beta$ 的时间是:

$$t_1 = \frac{2\pi - \alpha - \beta}{\psi} \sqrt{\frac{R_1}{g}}$$

而

$$t_2 = \frac{x_B}{v_0 \cos\alpha} = \frac{2R(\cos\alpha - f_0 \sin\alpha) \sin\alpha (1 + \sqrt{\frac{\cos\alpha \sin\alpha - f_0 \sin^2\alpha + f_0}{(\cos\alpha - f_0 \sin\alpha) \sin\alpha}})}{\psi} \times \sqrt{\frac{R_1}{g}}$$

假定半径为 R_1 的切面积是由半径为 R_0 的圆面积与提升区面积之和, 并令 ϕ' 为半径 R_0 的切面积内的料位, 显然, 它与 ϕ 和 ϕ_1 的关系为: