工程数学概率论解题参考

李晏喜　编

沈阳航空工业学院

目　录

第一章、概率论的基本概念

§1　随机事件

随机事件用拉丁字母A，B，C，……，S，∅来表示，并且用S表示必然事件而∅表示不可能事件。

样本空间就是必然事件S。随机事件可定义为样本空间S中的一个子集。

$A \subset B$　表示事件A发生必导致事件B发生，即A所包含的基本事件必属于B。

$A = B$　是指两事件同时发生或同时不发生。

$A \cup B$　是指A、B中至少有一个发生。

$A \cap B$　是指A、B同时发生的事件。简记作AB。

$\bar{A}$　指的是A不发生，它是由S中不属于A的基本事件组成的。称为A的对立事件。

$A - B$（或$A\bar{B}$）指的是A发生而B不发生。

例1.1　将a、b二只球装入A、B、C三只杯中，观察装球的情况，写出随机试验的样本空间S。

解：样本空间S由$3^2 = 9$个基本事件所组成，即：

$$S = \{A_{ab}, B_{ab}, C_{ab}, A_aB_b, A_aC_b, A_bB_a, A_bC_a, B_aC_b, B_bC_a\}$$

其中，A_{ab}表示球a和球b都放在杯子A中，余类推。

解书后习题1可参考此题。

例1.2　用A、B、C三个事件，表示不多于一个事

解"不多于一个事件出现"包含"三个事件都不出现"：$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$，"只有一个事件出现"，"A出现，B、C不出现"：$A\bar{B}\bar{C}$，"B出现，A、C不出现"：$\bar{A}B\bar{C}$，"C出现，A、B不出现"：$\bar{A}\bar{B}C$。

以上四个事件中任意两个都不会同时出现，将它们并起来也不会有两个以上事件出现，只能是不多于一个事件出现。表示为：

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\cup A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C$，或者表示为

$\bar{A}\bar{B}\cup\bar{B}\bar{C}\cup\bar{C}\bar{A}$。或者表示为$\overline{AB}\cup\overline{BC}\cup\overline{CA}$。

解习题2、4、5、6、7可参考此题。

§2　概率的直接计算

在以下情况可以进行概率的直接计算，也就是一个试验的一切可能结果是N个互不相容且具有等可能性的基本事件，试验时这N个基本事件必有一件发生，对于随机事件A，若这N个基本事件中有M个基本事件是有利于事件A的发生的，则定义事件A的概率等于有利于A的基本事件数M与基本事件总数N的比值：

$$P(A)=\frac{M}{N}$$

为了计算N与M，常常应用排列与组合理论。

例1.3　设某班学生有n个人，他们中任何两个都不在今年同一天庆祝生日的概率是多少？n个人的生日都集中在一年中某两天，不是都在同一天的概率是多少？

解：由于每个人的生日等可能的在一年的365天中任何一天。

复，而一个人的生日只能在一年中的某一天。从而这是一

基本事件总数$N=(365)^n$。

Ⅰ、设事件A表示n个人中没有任何两个人在同一天庆祝生日。那么有利于事件A的基本事件数，也就是从365天中任取n天的排列种数，即A所包含的基本事件数$M=P_{365}^{n}$。所求概率

$$P(A)=\frac{P_{365}^{n}}{(365)^{n}}=\frac{364\cdot363\cdots(365-n+1)}{(365)^{n-1}}$$

Ⅱ、设事件B表示n个人的生日都集中在一年的某两天，但不是都在同一天。

事件B所包含的基本事件数M是先从365天中任取2天，有$\binom{365}{2}$种取法。n个人的生日都集中在这2天里，即每个人的生日可以是这2天中的任何一天，所以有2^n种。而n个人的生日都集中在同一天只有2种。由乘法原理知：

$$M=\binom{365}{2}(2^n-2)$$

所以

$$P(B)=\frac{\binom{365}{2}(2^n-2)}{(365)^n}$$

解习题10，11，12，14，16可参考此题。

例1.4　从n双不同的手套中任取$2r$（$2r<n$）只，求下列事件的概率：Ⅰ、没有成对的手套；Ⅱ、只有2只成对；Ⅲ、恰有2对手套；Ⅳ、所取的$2r$只中至少有2只成对。

解：由题意显见是组合问题。从n双中任取$2r$只，即从$2n$只中任取$2r$只。所以基本事件总数$N=\binom{2n}{2r}$　（$2r<n$）。

Ⅰ、设事件A表示所取$2r$只中没有成对的。先从几双中取出$2r$双，再从每双中取出一只，由乘法原理知：事件A所包含的基本事件数$M=\binom{n}{2r}\cdot\underbrace{\binom{2}{1}\binom{2}{1}\cdots\cdots\binom{2}{1}}_{2r}=\binom{n}{2r}\cdot2^{2r}$

所以

$$P(\mathrm{A})=\frac{\binom{n}{2r}\cdot 2^{2r}}{\binom{2n}{2r}}$$

Ⅱ、设事件B表示所取$2r$只中只有2只成对。先从n双中取出一双，其2只全取出，再从剩下的（$n-1$）双中取出（$2r-2$）双，从其每双中取出一只。所以B所包含的基本事件数$M=\binom{n}{1}\cdot\binom{2}{2}\cdot\binom{n-1}{2r-2}\underbrace{\binom{2}{1}\binom{2}{1}\cdots\cdots\binom{2}{1}}_{2r-2}=n\binom{n-1}{2r-2}\cdot 2^{2r-2}$。故

$$P(\mathrm{B})=n\cdot 2^{2r-2}\binom{n-1}{2r-2}\Big/\binom{2n}{2r}$$

Ⅲ、设事件C表示恰有2对手套。先从n双中取出2双，其4只全取出，再从剩下的（$n-2$）双中取出（$2r-4$）双，从其每双中取出一只。因此C所包含的基本事件数$M=\binom{n}{2}\binom{4}{4}\cdot\binom{n-2}{2r-4}\cdot 2^{2r-4}$。故

$$P(\mathrm{C})=2^{2r-4}\cdot\binom{n}{2}\binom{n-2}{2r-4}\Big/\binom{2n}{2r}$$

Ⅳ、设事件D表示所取$2r$只中至少有2只成对。

〔解法一〕若设事件D_K（K＝1，2，……，r）表示所取的$2r$只中恰有K对，则

$D=D_1\cup D_2\cup\cdots\cup D_r$

由于D_K（K＝1，2，…，r）是互不相容的，即不会同时出现。所以

$P(D)=P(D_1)+P(D_2)+\cdots+P(D_r)$

要求$P(D)$就要分别求出$P(D_1)$、$P(D_2)$、……，

$P(D_r)$。计算起来很繁。例如：当$n=10$，$2r=6$时就要分别求出恰有2只成对，恰有4只成对，恰有6只成对的概率$P(D_1)$，$P(D_2)$，$P(D_3)$。

〔解法二〕先从n双中任意取出一双，有$\binom{n}{1}$种取法，再从剩下的$(n-1)$双中任取$(2r-2)$只，有$\binom{2n-2}{2r-2}$种取法，（注意这种计算有重复，重复计算的是$\binom{n}{2}$种取法）。减去重复计算的$\binom{n}{2}$。 D所包含的基本事件数$M=\binom{n}{1}\binom{2n-2}{2r-2}-\binom{n}{2}$

$$P(D)=\binom{n}{1}\binom{2n-2}{2r-2}-\binom{n}{2}\Big/\binom{2n}{2r}$$

〔解法三〕若用D的对立事件$\overline{D}$来考虑，要方便目多，也易想。由Ⅰ知$2r$只中没有配成对的概率$P(A)=P(\overline{D})=\binom{n}{2r}\cdot 2^{2r}\Big/\binom{2n}{2r}$

故

$$P(D)=1-P(\overline{D})=1-\binom{n}{2r}\cdot 2^{2r}\Big/\binom{2n}{2r}$$

解习题8，9，13，15，18，26可参考此题。

例1、5　已知10只灯泡中有7只正品及3只次品，每次任意抽取一只来测试，测试后不再放回去，直到把3只次品都找到为止，求需要测试7次的概率。

〔解法一〕（把灯泡从1，2，……，10编号）测试7次，从10只灯泡中不放回地抽取7只，即第一次从10只里取一只，有P_{10}^1种取法，第二次从剩下的9只里取一只，有P_9^1种取法，…，第7次从剩下的4只里取一只，有P_4^1种取法。故基本事件总数$N=P_{10}^1\cdot P_9^1\cdot P_8^1\cdot P_7^1\cdot P_6^1\cdot P_5^1\cdot P_4^1=P_{10}^7$

设事件A表示经过7次测式，3只次品都找到。也就是说在前

6次测试中有2次找到了次品，有P_6^2种，而第7次测试时找到了最后一个次品（这个次品可以是3只次品中的任何一个），有3种，再从7只正品中任取4只，有P_7^4 种。所以事件A所包含的基本事件个数为$M=P_6^2\cdot 3\cdot P_7^4$。故

$$P(A)=P_6^2\cdot 3P_7^4 / P_{10}^7=\frac{1}{8}$$

〔解法二〕（不将灯泡编号）10只灯泡最多测试10次，在这10次测试中，将3只次品都找到（无次序）看作试验的结果，3只次品安排的次序有$\binom{10}{3}$种，即基本事件总数$N=\binom{10}{3}$。

设事件A表示经过7次试验3只次品才都找到，也就是说在前6次试验中找到了2只次品，有$\binom{6}{2}$种，也就是事件A所包含的基本事件数$M=\binom{6}{2}$。故

$$P(A)=\binom{6}{2} / \binom{10}{3}=\frac{1}{8}$$

解习题17可参考此题。

注：此题说明有些问题在计算时用排列或用组合都可以，但是要注意选择样本空间，即计算基本事件总数时，若用排列，那么计算有利于事件A的基本事件数时也要用排列。若样本空间用的是组合，那么计算有利于事件A的基本事件数也要用组合。

§3 条件概率、概率乘法定理

在事件B已经发生的条件下考虑事件A的概率，则这种概率叫做事件A的条件概率。记作$P(A/B)$。

定理一、二事件的积的概率等于其中一事件的概率与另一事件在前一事件已发生的条件下的条件概率的乘积：

$$P(AB)=P(A)P(B/A)=P(B)P(A/B)$$

定理二、有限个事件的积的概率等于这些事件的概率的乘积，其中每一事件的概率是在它前面的一切事件都已发生的条件下的条件概率：

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_3/A_1A_2)\cdots P(A_n/A_1A_2\cdots A_{n-1})。$$

例1、6　10个零件中有3个次品，每次从其中任取一个零件，取出的零件不再放回去，求Ⅰ第二次才取得合格品的概率；Ⅱ第三次才取得合格品的概率。

解：设事件A_K（K＝1，2，3）表示第K次取出的零件是合格品。

Ⅰ、第二次才取得合格品，即第一次取到的是次品，就是事件$\overline{A}_1A_2$发生，而

$$P(\overline{A}_1A_2)=P(\overline{A}_1)P(A_2/\overline{A}_1)$$

由题意知第一次取到次品的概率$P(\overline{A}_1)=\frac{3}{10}$，现考虑$P(A_2/\overline{A}_1)$；在$\overline{A}_1$发生的条件下考虑$A_2$发生的概率。第一次取出一个次品，样本空间缩减为9个基本事件（9个零件），其中有2个次品，7个正品，所以$P(A_2/\overline{A}_1)=\frac{7}{9}$　故

$$P(\overline{A}_1A_2)=\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{30}$$

Ⅱ、第三次才取得合格品，即第一次取出的零件是次品，第二次取出的零件也是次品，就是事件$\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$发生，而

$$P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3)=P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2/\overline{A}_1)P(A_3/\overline{A}_1\overline{A}_2)$$

已知：$P(\overline{A}_1)=\frac{3}{10}$，容易求得$P(\overline{A}_2/\overline{A}_1)=\frac{2}{9}$，现来求

$P(A_3/\bar{A}_1\bar{A}_2)$，第一次取出次品，第二次也取出次品后，样本空间缩减为8个零件（基本事件），其中1个次品，7个正品，所以 $P(A_3/\bar{A}_1\bar{A}_2)=\frac{7}{8}$，故 $P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{7}{8}=\frac{7}{120}$

解习题19～22和24，25可参考此题。

§4 全概公式、贝叶斯公式

一、全概公式：

设事件A当且仅当 n 个互不相容的事件 $B_1, B_2, \cdots, B_n$ 之一发生时才可能发生，已知事件 B_i 的概率 $P(B_i)$ 及事件A的条件概率 $P(A/B_i)$ $(i=1, 2, \cdots n)$，则事件A的概率

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A/B_i)$$

二、贝叶斯公式（逆概公式）

设事件A当且仅当 n 个互不相容的事件 $B_1, B_2, \cdots, B_n$ 中之一发生时才可能发生，并且已知事件 B_i 的概率 $P(B_i)$ 及事件A的条件概率 $P(A/B_i)$ $(i=1, 2, \cdots, n)$，则事件 B_i 在事件A已发生的条件下的条件概率 $P(B_i/A)$ 为

$$P(B_i/A)=\frac{P(B_i)P(A/B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A/B_j)}$$

例1　有两台车床加工同样的零件，第一台出现废品的概率是0.03，第二台出现废品的概率是0.02。加工出来的零件放在一起，并且已知第一台加工的零件比第二台加工的零件多一倍，求任意取出的零件是合格品的概率。

解：设事件A表示任取一零件是合格品；设事件B_1，B_2分别表示它是第一、第二台车床加工的产品。因为任取出的零件是合格品，可能是第一台车床加工的，也可能是第二台车床加工的。所以这是一个全概问题。

由于第一台车床加工的零件比第二台多一倍，故

$$P(B_1)=\frac{2}{3};\qquad P(B_2)=\frac{1}{3}$$

已知第一台出现废品的概率是 0.03 第二台出现废品的概率是0.02。从而知

$$P(A/B_1)=1-0.03=0.97$$

$$P(A/B_2)=1-0.02=0.98$$

由全概公式

$$P(A)=\sum_{i=1}^{2}P(B_i)P(A/B_i)=P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)P(A/B_2)=\frac{2}{3}\times0.97+\frac{1}{3}\times0.98=0.973$$

解习题23，27，39可参考此题。

例1.8 两台车床加工同样的零件，第一台出现废品的概率是0.03，第二台出现废品的概率是0.02。加工出来的零件放在一起，并且已知第一台加工的零件比第二台加工的零件多一倍，从这些零件中任意取出一个零件，如果它是废品，求它是第二台车床加工的概率。

解：由于已知取出的是废品，判断是由第二台车床加工的可能性有多大，所以这是一个逆概问题。

设事件A表示任意取出的零件是次品，以B_i表示它是第i台

车床加工的（$i=1, 2$）。由题意知：$P(B_1)=\frac{2}{3}$；$P(B_2)=\frac{1}{3}$；$P(A/B_1)=0.03$；$P(A/B_2)=0.02$.

由贝叶斯公式

$$P(B_2/A)=\frac{P(B_2)P(A/B_2)}{\sum_{i=1}^{2}P(B_i)P(A/B_i)}=$$

$$=\frac{\frac{1}{3}\times 0.02}{\frac{2}{3}\times 0.03+\frac{1}{3}\times 0.02}=0.25$$

解习题28，29，30，40可参考此题。

§5　随机事件的独立性

如果二事件A与B中任一事件的发生不影响另一事件的概率，则称它们是独立的。此时有

$$P(A/B)=P(A),\quad P(B/A)=P(B)$$

定理一：二独立事件的积的概率等于这二个事件的概率的积：$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$。

定理二有限个独立事件的积的概率等于这些事件概率的乘积：$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)$。

例1.9　三战士射击敌机，一射驾驶员，一射发动机，一射油箱，命中率分别为$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，各人射击是独立的，任一人射中，敌机即被击落，求击落敌机的概率。

〔解法一〕设事件A、B、C分别表示三名战士在射击中命中目标，则A，B，C是相互独立的，然而是相容的事件。敌机被击落，即三人中至少有一人击中，这个事件可以表示为$A\cup B\cup C$。

已知 $P(A)=\frac{1}{3}$；$P(B)=\frac{1}{2}$；$P(C)=\frac{1}{2}$.

由概率的加法定理及独立性

$$
\begin{aligned}
P(A\cup B\cup C)&=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-\\
&\quad -P(AC)-P(BC)+P(ABC)\\
&=P(A)+P(B)+P(C)-P(A)P(B)-\\
&\quad -P(A)P(C)-P(B)P(C)\\
&\quad +P(A)P(B)P(C)=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\\
&\quad -\frac{1}{6}-\frac{1}{6}-\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{5}{6}
\end{aligned}
$$

〔解法二〕击落敌机之对立事件是敌机未被击落，这意味着三名战士射击均未命中，即 $\overline{A\cup B\cup C}=\bar{A}\bar{B}\bar{C}$

于是
$$
\begin{aligned}
P(A\cup B\cup C)&=1-P(\overline{A\cup B\cup C})=1-P(\bar{A}\bar{B}\bar{C})\\
&=1-P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C})\\
&=1-[1-P(A)][1-P(B)]\cdot\\
&\quad [1-P(C)]\\
&=1-\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\\
&=\frac{5}{6}
\end{aligned}
$$

解习题32，35，36，37，38可参考此题。

习题3提示：画出等号两端事件的图形。

习题31提示：分别求出事件A、B、C及每两个事件交和三个事件交的概率。

A和AB互不相 $\Rightarrow P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)=P(A)P(\bar{B})$.

习题33提示：$A\bar{B}=A-AB$；$B\bar{A}=B-BA$

习题34提示：若A、B互不相容，则 $P(AB)=0$，若A、B相互独立，则 $P(AB)=P(A)P(B)$。

第二章、随机变量及其分布

§1　离散型随机变量

在试验的结果中仅可能取得有限个或可列无穷多个数值的随机变量称为离散型随机变量。

设离散型随机变量X取得一切可能值为x_1，x_2，x_3，…，x_n，…，而X取得这些值的概率分别为$P(x_1)$，$P(x_2)$，…，$P(x_n)$，…，则可以列出概率分布表（或称分布列）如下：

X	x_1	x_2	…	x_n	…
$P\{X=x_i\}$	$P(x_1)$	$P(x_2)$	…	$P(x_n)$	…

若随机变量X只能取得有限个值，则$\sum\limits_{i=1}^{n}P(x_i)=1$；若随机变量$X$可能取得可列无穷多个值，则$\sum\limits_{i=1}^{\infty}P(x_i)=1$。

离散型随机变量X取得小于等于实数x值的概率$P\{X\leqslant x\}$叫做随机变量X的分布函数，记作$F(x)$。

$$F(x)=P\{X\leqslant x\}=\sum_{x_i\leqslant x}P(x_i)$$

这里的和式表示对所有使$x_i\leqslant x$的i求和。

分布函数$F(x)$具有如下性质：

① $0\leqslant F(x)\leqslant 1$

② $P\{x_1<x\leqslant x_2\}=F(x_2)-F(x_1)$

③ 当$x_1<x_2$时，$F(x_1)<F(x_2)$

④ $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)=0$，$\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=1$

例2、1　一批电容中有7件合格品与3件废品，安装半导体

音机时，从这批零件中任取一个。如果每次取出的废品不再放回去，求在取得合格品以前已取出的废品数的分布律，并求出分布函数。

解：设X表示在取得合格品以前取出的废品数，则X是一随机变量，它能取的数值是0，1，2，3。它取得这些数值的概率分别是：$P\{X=0\}=\frac{7}{10}$； $P\{X=1\}=\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{30}$；

$$P\{X=2\}=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{7}{8}=\frac{7}{120};$$

$$P\{X=3\}=\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{7}{7}=\frac{1}{120}$$

列成概率分布表：

X	0	1	2	3
$P\{X=K\}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{7}{120}$	$\frac{1}{120}$

X的分布函数，由离散型分布函数定义$F(x)=\sum\limits_{x_i\leqslant x}P\{X=x_i\}$，并且注意到分布函数是右连续的。当$-\infty<x<0$时，因为$P\{X=x\}=0$，所以$F(x)=0$；当$0\leqslant x<1$时，$F(x)=$ $=\sum\limits_{x_i\leqslant 0}P\{X=x_i\}=\sum\limits_{-\infty}^{0}P\{X=x_i\}=P\{X=0\}=\frac{7}{10}$；当$1\leqslant x<2$时，$F(x)=\sum\limits_{-\infty}^{1}P\{X=x_i\}=P\{X=0\}+$ $+P\{X=1\}=\frac{7}{10}+\frac{7}{30}=\frac{28}{30}$；当$2\leqslant x<3$时，$F(x)=$ $=\sum\limits_{-\infty}^{2}P\{X=x_i\}=P\{X=0\}+P\{X=1\}+P\{X=2\}=\frac{7}{10}+$ $+\frac{7}{30}+\frac{7}{120}=\frac{119}{120}$；当$x\geqslant 3$时，$F(x)=\sum\limits_{-\infty}^{+\infty}P\{X=x_i\}$ $=\frac{7}{10}+\frac{7}{30}+\frac{7}{120}+\frac{1}{120}=1$。故$X$的分布函数为：

$$
F(F)=\begin{cases} 0 & -\infty < x < 0 \\ \dfrac{7}{10} & 0 \leqslant x < 1 \\ \dfrac{28}{30} & 1 \leqslant x < 2 \\ \dfrac{119}{120} & 2 \leqslant x < 3 \\ 1 & 3 \leqslant x < +\infty \end{cases}
$$

解习题1～6和17可参考此题。

例2、2　自动生产线在调整以后出现废品的概率为0、1，生产过程中出现废品时立即重新进行调整。求在两次调整之间生产的合格品数不小于2的概率。

解：设随机变量X表示两次调整之间生产的合格品数，则X可能取的值为0，1，2，…，n，…。再设生产K个合格品后出现废品，则概率分布为

$$P\{X=K\}=(0.1)(1-0.1)^{K}=(0.1)(0.9)^{K}$$

K=0，1，2，…所求概率为

〔解法一〕 $P\{X \geqslant 2\} = \sum_{K=2}^{\infty} P\{X=K\}=0.1\times 0.9$ $+0.1\times 0.9^{3}+0.1\times 0.9^{4}+\cdots\cdots=0.1(0.9^{2}+0.9^{3}+$ $+0.9^{4}+\cdots)=0.1\left(\dfrac{0.9^{2}}{1-0.9}\right)=0.81$

〔解法二〕 $P\{X\geqslant 2\}=1-P\{X<2\}=$
$=1-P\{X=0\}-P\{X=1\}=1-0.1\times 0.9^{0}-0.1\times 0.9$
$=1-0.1-0.09=0.81$

解习题8～14可参考此题。

§2　连续型随机变量的分布

连续型随机变量在试验的结果中可以取某一区间内的任何数值。

连续型随机变量X的分布函数$F(x)=P\{X\leqslant x\}=\int_{-\infty}^{x}f(t)\,dt$，在$(-\infty, +\infty)$内是连续函数，并且除有限个点外是可微分的函数。其中概率密度$f(x)$具有以下性质。

1°　$f(x)\geqslant 0$

2°　$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\,dx=1$。

3°　$P\{a<X\leqslant b\}=F(b)-F(a)=\int_{a}^{b}f(x)\,dx$。

4°　若$f(x)$在点x处连续，则有$F'(x)=f(x)$。

例2、3　设随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x}, & x<0\\ A, & 0\leqslant x<1\\ 1-\frac{1}{2}e^{-(x-1)}, & x\geqslant 1\end{cases}$$

求：Ⅰ、确定系数A；Ⅱ、X落在区间$(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$内的概率；Ⅲ、$X$落在区间〔2，3〕内的概率；Ⅳ、$X$落在区间$(-3, -2)$内的概率；Ⅴ、概率密度$f(x)$。

解：因为X区连续型随机变量，它的分布函数是连续函数。所以当$x=1$时，$A=1-\frac{1}{2}e^{-(1-1)}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，（或当$x=0$时，$A=\frac{1}{2}e^{0}=\frac{1}{2}$）。故

$$F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x}, & x<0\\ \frac{1}{2} & 0\leqslant x<1\\ 1-\frac{1}{2}e^{-(x-1)}, & x\geqslant 1\end{cases}$$