

量度之精密及圖解法概論

吳大澂
元圃
譯

3108

732/4423

(7)

量度之精密及圖解法概論

H. M. GOODWIN 著

(PROFESSOR OF PHYSICS,

MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY)

國立中山大學理工學院助教

吳 蔭 圃

國立編譯館編譯

呂 大 元

合 譯

序

茲所刊印的量度之精密及圖解法概論 (Elements of the Precision of Measurements and Graphical Methods), 久經著者據爲教材, 用以教授麻省工業專門學校 (Massachusetts Institute of Technology) 的學生, 俾可與他們在物理實驗室內的工作, 相輔而行。著者已將原有印就的講義, 加以補充, 編成此冊, 以廣流播, 而應多方面的需求。這本書原來雖只爲這班上學生之需要而寫的, 但望其他工業學校或專門學校其課程中饒有數量的工作者, 採作教本, 也能適用, 卽對一般在實驗室裏作測驗的工程師, 也求其能有所裨益。許多實驗所對於討論結果中誤差來源的影響與數值, 每多忽視。這件事實, 所以達到作者的注意, 乃是與數百個研究生個別談話所得的結果。他們當進入麻省工專之頃, 每作豁免實驗工作之請求, 固然, 你把學生的實驗記錄簿翻開一看, 覺得他們對於實驗工作, 未嘗馬虎, 但其能瞭解如何從個別量度的

精密，用數字來表示最後計算結果之精密程度者，實不多觀。不過著者卻敢斷言：物理實驗的訓練，對於讀科學或學工程的人，最有價值而歷久不磨滅的裨益，乃是教他從事任何研究，不管是純粹科學的或是屬於工業的，開始時就能具有正確的見地；換言之，他在未動手研究之前，就有認識問題要點的本領，以後作起實驗來，時間與工作，就可兩不虛擲。固然不錯，解決一切實驗問題最要之點，全靠判斷力的訓練，此乃由實驗者個人的經驗得來，但在學生最初從事實驗時，即須引起他對精密方法的注意，仍屬當務之急。而且從經驗上我們知道：只要學生略受精密量度之訓練，及能運用初步的微分學，這一樁事，即能辦到。所以本校學生讀到二年級中期，把力學的基本量度實驗，作過六個或八個後，就可攻讀此課。三四年級所作實驗，當須繼續應用本課所授之原理，而在畢業論文中“精密的討論”一事，也是非常重要。據著者經驗，一般學生對了解原理，尚無多大困難，至將原理應用到具體問題，就覺得有點無所適從了。因此，要想

把這班課，教得很滿意，最好是讀者不多，而使學生作口頭的問答，及多多選作書中問題，或將與所作實驗有關之問題，拿來叫他們解決。教室內所講授的與實驗室中所作的，要有極密切的連絡，像洛格物理實驗室(Rogers Laboratory of Physics)之規定，凡屬實驗報告，必須附有數據精密的討論，或必須解幾個有關實驗精密的問題，而所用實驗教程，也本此目標寫就，如此，理論與應用，方能兩皆顧到。

本書寫法，力求簡短。設如根據最小二乘法(Method of Least Squares)及或然率之理論(Theory of Probability)，對這門學問作完備的討論，及詳盡的證明，則所須工作，不知要擴大到若干倍，這反失了開設本課程的目標。少數的理論與公式，其證明為學生所應當知道者，可於普通講最小二乘的冊籍中尋得。書之頂好的，要算巴爾力之最小二乘法(Bartlett's Method of Least Squares)；關於精密方法詳盡的論述，可閱何爾曼的量度之精密(Holman's Precision of Measurements)。

例題詳解一章之加入，是為着一般無處請益

的學生自行解題時，可以獲到幫助。問題一百多則，係由最近許多試題集合而成。圖解法一章，專門論及作圖的方法；從圖中尋求兩變數間函數關係的法則，也包含在這一章內。對數作圖，對於讀物理或學工程的用途最廣。幾張有助於精密計算的表格，皆載在附錄中。

年來著者教授此課，深得本校同人的幫助，著者附此致謝。得銳士柯教授(Professor William J. Drisko) 講授此課及其他有關之學科，經驗極富，故他對我的幫助更多，著者尤深感激。

鼓德溫(H. M. Goodwin)

目 錄

第一章 量度之精密	1
1. 物理量度的分類	1
2. 結果的可靠度	2
3. 誤差的分類	3
(1) 可測定的誤差	4
(2) 不可測定的誤差	8
4. 誤差定律	9
5. 最小二乘法	12
6. 算術平均數—差數度	14
7. 平均數的差數	16
8. 分數差數度及百分差數度	17
9. 差數度與精密度之關係	18
10. 或然誤差及平均誤差	20
11. 重數	21
12. 加重平均數	23
13. 觀察去取的標準	23
14. 計算規則及有效數字	24
15. 論間接量度的精密	30
16. 記號	31

17. 第一類——直接問題	33
(1) 個別效應	33
(2) 合成效應	36
18. 成分中差數刪略的標準	38
19. 第二類 逆問題——相等效應	40
20. 分數解法或百分解法	43
21. 相等效應解法的討論	49
第二章 圖解法	51
1. 問題的性質	51
2. 作圖的手續	51
(1) 縱橫坐標的選擇	53
(2) 比例尺的選擇	53
(3) 記出數據	56
(4) 引畫最好的代表線	56
3. 直線方程式常數的決定	58
4. 曲線的直線化	60
問題——(1) 三角函數	62
(2) 倒函數	64
5. 對數法——指數函數	67
(1) $y = mx^n$	67
(2) $y = m(x + \beta)^n$	75

(3) $y = m10^{nx}$; $y = me^n$	76
6. 作圖的精密	77
7. 剩餘作圖	78
8. 內插法公式	83
9. 作圖解法	84
10. 最小二乘解法	85
第三章 例詳題解及習題	89
1. 例題詳解	89
2. 習題	107
(1) 解釋題	107
(2) 關於有效數字簡算法加重觀察等問題	109
(3) 一般差數法的問題	114
a 合成效應	114
b 相等效應	121
(4) 百分法問題	125
a 合成效應	125
b 相等效應	129
(5) 雜題	134
(6) 圖解法問題	147
附 錄	151
1. 數學常數表	151

2. 近似值公式表.....	152
3. 平方,立方,倒數表.....	154
4. 四位對數表.....	155
5. 正弦,餘弦,正切表.....	157

量度之精密及圖解法概論

第一章

量度之精密

1. 物理量度的分類

一切物理的量度，可別爲直接和間接兩種。

凡量度可直接表示所求結果的，叫直接量度(Direct Measurement)。如用尺測距離的長短，用等臂天平秤物體的質量，和用直接代替法量導線的電阻等，都是直接量度的例子。假設所求結果，要由數個量度，用某種公式，計算而得的，這種量度，就叫間接量度(Indirect Measurement)。用擺測定重力加速度 g 時，包含測量擺的長短和振動的時間；用分光計測定物質的折射率，先要量度稜鏡的角度和最小偏向；用混合法測定物體的比熱，也要由若干個溫度和重量的量度，合併計算，才得結果。這皆是間

接量度的例子。實際問題，多屬於第二種。

2. 結果的可靠度

一種結果，不論是得自直接量度或是得自間接量度，要想在科學上或工業上，確有價值，則對結果的可靠度（Reliability）非有數字上的估計或測定不可。這種估計，非常重要。因為測驗的結果，一器一法的考探，或者常數的測定，假如研究者不能說出結果的可靠度究竟怎樣，這種結果，不會具有什麼價值的。所以從事實驗者，可靠度的研究，應該時念不忘。學子對於研究數據（Data）可靠度的能力，和他能做準確工作的本領，有同樣的重要性，兩皆不可偏廢。

結果的精密（Precision）或精密度（Precision Measure）（簡作 p. m.），常為表示結果可靠度最良之數值，是可由各種已知誤差推算而得，推算方法，以後再說。嚴格的講，結果的準確（Accuracy），應指測得的結果數值，和真正數值間吻合的程度。然真正數值，常不可知，所以表明量度絕對準確之

數值，勢不可得。多數情況之下，只要能覈求到估計的或推算的精密度，我們也就認為滿意了。準確和精密兩個名詞，常常被人家不小心的混用起來。

直接量度的精密度，不見得比間接量度的精密度，來得次要。因為間接量度是由各個直接量度推算而得，前一個的精密度，當然以後一個的為轉移，所以本書也是先述如何測定一組直接觀察可靠度的數字估計，再及其他。

3. 誤差的分類

當測定一種量時，縱使器具或方法，在可能範圍內，已達極度的精密，但如反復量度，各次結果，總難盡同。此不獨人異器異法異時為然，就是同一觀察者在同一情況下，疊次量度的結果，也多不一致。這種一不致，是由種種來源不同之誤差(Error)所造成的，而此種誤差，又是一切實驗數據所難避免者。為便利計，特將一切誤差，分為兩類：一是可測定的，一是不可測定的。

(1) 可測定的誤差* (Determinate Errors)

顧名思義,可測定誤差的數值,當可測定;因可測定,故對結果的影響,就能消除。此類誤差,又分下列數種:

a. **儀器誤差**(Instrumental Errors) 這種誤差,多因儀器的粗疏,調變的失當所致。例如測微螺旋構造不良,標尺或圓周刻度不勻,圓心偏側,和天平兩臂長短不等之類。

b. **個人誤差**(Personal Errors) 這種誤差,是由於各個觀察者個性的特異而生的。例如記載一種現象的發生,有人恆失之太快,有人恆失之太慢。測記某一事物,經過某一定地點時,這種誤差,至易發生。所以觀察者的人差(Personal Equation)在此項觀察中,實是一個重要的因子。

c. **方法差誤或理論誤差** (Error of Method, Theoretical Errors) 這種誤差,多因所用儀器上的

*這種誤差,值量的大小,同符號的正負,常有一定,所以又叫做常定誤差(Constant Errors)。

刻度，在觀察時之情況下，不可作為標準而生的。

現在把上述各種誤差來源的性質，舉例說明如下：設有化學上用天平一架，兩臂長度，略有不同；如依常法使用他，所有秤量，皆因兩臂異長，發生誤差；誤差的大小，當依兩臂不等的程度而定。拿同一物質，在同一天平上，用同一方法，反復秤量，看不出這種誤差的來源。獨立的秤量，重復多次，固然能盡量利用天平的靈敏度，把屢次的結果，互相校正，然而常定的儀器誤差，仍可使最後結果，錯得很大。這種誤差的存在，祇有用不同的天平，比較同一物質的重量，或用不同的方法，秤量同一物質，方可檢查出來。因為不同的儀器而有相同並大小差不多的儀器誤差者，他的或然率(Probability)，真是渺乎小矣。

又如用尺量一距離，尺的溫度是攝氏二十度，但知尺之刻定標準，是在另一溫度(例如 $0^{\circ}\text{C}.$)，那末依照同一方法，處在同一情況下，採用此尺，反復量度，所得的結果，大概彼此極表一致，而對常定誤差的存在，也覺並無端緒可尋。但這結果一定失

之太小，因溫度從 0°C . 變到 20°C . 後，尺起膨脹，他的單位值，已經統同變大了。不過這種由於用尺時與刻定標準時情況之不同，所引起的誤差，在性質上是可以測定的。因為尺的膨脹係數，定標準時和使用時的溫度，都是改變觀察結果成為應有數值的必須數據，此種數據，現既完備，前所引生的誤差，當可確定；至於所謂應有數值云者，就是說刻定標準和量度時，溫度如同，這個距離，應該是多長？由上可知，在同樣情況下，一組觀察，縱極一致，並不能認為常定誤差確不存在的標準，結果中甚或含有很大的誤差，也說不定。

要想檢查與消除此等誤差，必須用不同的方法，不同的儀器，如可能時，更由不同的觀察者，共作量度；比較這些各別測定的結果，並用下述特殊方法平均之，目的方可達到。因為在不同情況下，發現同樣來源的誤差，這種或然率，非常之小。常定誤差，雖然存在，有時未能發覺，最有趣味的實例，便是不列顛科學促進協會委員會 (British Association Committee) 最初測定電阻單位——歐姆——的一段故

事。他們因所得各個觀測，非常一致，遂斷定結果的可靠度極高。但是後來由不同的觀測者用不同的方法，再行測定，所得數值，竟與該會結果差至百分之一以上，這是遠超於該會測定所得到精密之程度。於是一般人遂注意到委員會所得的結果中，也許有常定誤差存在，幾經研究，這個事實，居然證明了。

d. 剩餘誤差(Residual Errors) 結果裏面所有可測定的誤差來源，完全改正後，其中仍會有微小誤差的遺留，微差的大小，無法測定，所以他就另屬一類，叫做不可測定的誤差(Indeterminate Errors)。如因天平兩臂不等所生的儀器誤差，他的修正，是用兩臂的比率，而這比率測定的精密，也僅能達到某一限度，那末更正後的秤量，仍可含有誤差，誤差的大小，全看測定更正量時所達到的精密而定。又如更正尺的膨脹，必須知道造尺物質的膨脹係數，而此係數的測定，也僅能精密到一定限度，用此係數改正某量時，因係數本身的不可信確，故在一定限度以外，某量仍然不能確定。因為常定誤差