第二編　傳热学基本知識

換热学說是关于物体間和物体內部热的傳播过程的学說。在各种技术范圍內都要遇到換热的問題，如电机、变压器的冷却，压縮空气的加热和冷却，建筑物的傳热性能，冶金爐的保热和散热，机械的摩擦，矿山井筒的通风等等。換热学說对热工学更具有特殊重要的意义，因为在各种热机中都要遇到散热的問題，而且換热器則更是工程中所常使用的。

換热学說是俄国天才学者M.B罗蒙洛索夫所奠基的关于热的一般学說的一部分。在18世紀和19世紀里，热学曾因作为物理学的一部分得到日益发展，其中也包括着热的傳播問題，但对整个的換热学說来說則由于缺乏經过严密的审定和修正並把它整理成明确的系統，直到本世紀的初叶还处在萌芽狀态中。

近数十年来，由于物理学上的成就，尤其是流体层流和紊流情况的研究和靠近壁面层流边界层的发现，換热过程的本質才被更深刻地闡明了。同时，还創立了一套关于研究，修訂和綜合实驗数据的一般方法論，相似理論就是这种方法論的基础，现在，換热学說已經成为一門独立的科学，称为傳热学，而且它已与工程热力学共同組成了热工学的理論基础。

在推动換热学說的发展上，俄国的劳动人民曾作过卓越的貢献，尤其是A.A.拉次克院士和B.Л.基尔比切夫教授的工作具有特殊的意义。拉次克不仅正确地估計了換热现象在技术中所起作用的价值，並且第一次为广大的工程界开設了傳热学講座。基尔比切夫在俄国很早所就研究了的相似理論，后来得到了很大的发展，在现代，相似理論已被人們公認为实驗的理論。从本世紀二十年代起，苏联M.B.基尔比切夫所导导的物理热工学派对于換热过程物理本質的研究和整个热力設备工作的探討，都发掘出一套独特的方法。由于这一学派的很多研究超过其他各国的研究，推动了苏联換热学說更进一步的发展。苏联的科学家們，主要通过集体工作，对于換热过程的很多独特而有效的計算法都进行过研究，而且得到了卓越的成就。

在苏联，由于苏联共产党和政府为科学发展創造了有利的条件，由于科学与实踐的密切相結合以及由于社会主义制度下在厂矿中进行科学研究的广泛可能性，換热学說必將得到更迅速而全面的发展。我国在中国共产党和政府的正确导导下，第一批傳热实驗室正在建立起来，随着国民經济的不断增長，傳热学說在我国也將获得迅速而全面的发展。

很多研究表明：換热是一种复杂的过程。因此，在研究換热时，人們就把它分为几种簡單的现象来考虑，一般总把換热划分为三种基本方式——导热、对流和輻射。

导热现象是指物体各部分能量交換的现象是經直接接触而发生的。在导热中，較热的分子把动能傳給較冷的分子。

对流现象只能在液体和气体中出现。这种现象是指各部分发生相对位移而引起能量的轉移。此时，液体的狀态和它的运动性質就非常重要，对流现象总和导热现象同时发生。

热輻射的现象是一种由电磁波来傳播能量的过程。这种现象与导热和对流有着本質上的不同，它不仅要产生能量的轉移，还伴着能量形式之間的轉化，从热能到輻射能，或相反地从輻射能轉化为热能。

实际上換热的簡單现象很少能單独发现。在大多数的情况下，常是一种形式伴随着另一种形式而同时发现。例如，把热量从热流体穿过隔壁傳往冷流体的过程則总称为傳热过程。

本課程中討論的傳热都仅限于一些簡單的基本知識而且不涉及非稳定的傳热。

第一章 導 热

1－1 導热的基本定律

热的傳播过程和温度的分佈有着不可分割的密切关系。所以，首先必須建立温度場和温度梯的概念。

1. **温度場** 大家都知道，温度是物体狀态的参数，用来說明物体温暖的程度，在一般情况下，温度 t 是座标 x，y，z 和时間 τ 的函数，即：

$$t=f(x,\ y,\ z,\ \tau)\ 。\qquad (a)$$

在某一瞬間，所有空間各点温度的总計称为温度場，式（a）就代表这样一种場的数学公式。如果温度跟时間而改变，就說場不稳定。如果温度並不因为时間变迁而发生改变，就說場稳定。温度場可以是三个座标、二个座标或一个座标的函数。所以，温度場也有三度、二度与一度的分别，一度稳定温度場的方程式具有最簡單的形式：

$$t=f(x)\ 。\qquad (б)$$

2. **温度梯度** 有着同样温度的各点的軌跡是一个等温面。因为空間同一个点不能同时有二个不同的温度，所以温度不同的等温面絕不会彼此相交。一切等温面或者是完全封閉的曲面，或者是終止在物体的边緣。

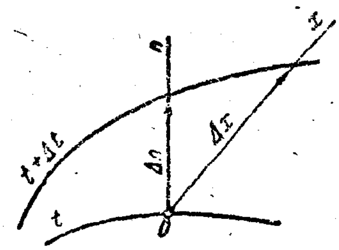


圖1－1 關于温度梯的定義

只有在穿过等温面的方向（例如图1－1中的x方向），才能观察到物体內部温度的改变，温度差 $\triangle t$ 对于沿法線方向兩等温面之間距离 $\triangle n$ 的比值的极限，就称为温度梯度，可以用下列标誌中任何一种来表示：

$$l\,\mathrm{im}\left(\frac{\triangle t}{\triangle n}\right)_{\Delta n\to 0}=\frac{\partial t}{\partial n}=\mathrm{grad}t,\quad {}^{\circ}C/米。\qquad (в)$$

温度梯度是一种沿等温面法線方向的向量，它的正方向是朝着温度增加的一面。負的温度梯度有时也称为温度降度。

3. **傅立葉定律** 傅立叶氏研究了固体的导热现象后，确定了所傳递的热量与温度降度、时間和垂直于热量傳播方向的截面积成正比。如果計算每單位时間內每單位面积所傳递的热量，就可以把所确定了的关系式写成：

$$p=-\lambda\,\mathrm{grad}t\ 。\qquad (1-1)$$

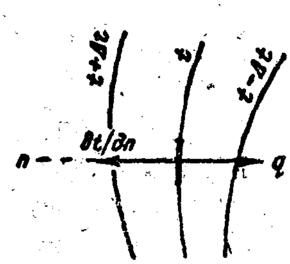


圖1－2 傅立葉定律

式（1－1）是导热基本定律的数学式，称为傅立叶定律。数量 q 代表每單位时間內通过每單位表面积所傳递的热量，称为热流量，这是一种和热流量傳播的方向相同，和温度梯度的方向相反的向量（参看图1－2），式（1－1）內的負号就指出了这一点。在工程單位制里，热流量的因次是仟卡/米²－小时。

1-2 導熱系数

式（1-1）里的比例常数λ，称为导热系数。它是物質的一种物理参数，説明物質导热的能力：

$$\lambda = -\frac{q}{\text{grad}t} = \frac{Q}{F\tau \triangle t / l} \frac{\text{仟卡}}{(\text{米})^2(\text{小时})^\circ C/(\text{米})} \text{或} \frac{\text{仟卡}}{(\text{米})(\text{小时})^\circ C}。 \quad (a)$$

由此可見，导热系数的大小就是每單位时間內，每單位温度降度（即在單位長度內温度降低1°C）时，每單位表面积所容許通过的热量。

对于各种不同的物質，导热系数是不同的：对于每一种物質来説，导热系数的数値也还要取决于該物質的結構、容积重量、温度、压力和温度。所有这些因数总合起来，就使得导热系数正确数値的确定很困难。在工程上的計算中，导热系数通常都是从一些参考图表里来选取。对于一些重要的計算，則要借助于应用实驗方法来确定导热系数的数値。

因为当热量傳播时，物体各部分的温度不是一样的，所以首先就必須知道导热系数的数値依温度而改变的情况。經驗証明：对于絕大多数的材料得到一条直線的关系：

$$\lambda = \lambda_0(1+bt), \quad (6)$$

式中，λ_0代表0°C时导热系数的数値，b代表实驗所测定的常数。不过在一般的实际的計算中，和对待比热的情况相类似，也时常在已知的某一温度范圍內取导热系数的平均値，把它当是一个定数处理。

气体的导热系数一般在0.0057到0.5之間，液体的导热系数一般在0.08到0.6之間。固体的导热系数，从最容易导热的金屬起，到最不容易导热的絕热材料止，数値大小相差很多，如下表所示：

材料名称	λ(仟卡/米²小时$\frac{^\circ C}{\text{米}}$)
銀	350—360
純銅	340
普通銅	300—320
鋁	180—200
鉄，炭素鋼	40—45
鎳鋼30—40%Ni	10
耐火磚	0.9—1.2
玻璃	0.6—0.9
木材	0.1—0.15
石棉	0.12—0.18
鋸屑	0.06
鍋爐水垢	0.5—2.0

通常所謂絕热材料或絕緣材料是指导热系数在0.2以下的材料而言。經驗証明，金屬的导热性和导电性是成正比的，凡是良好的电导体就是良好的热导体。金屬在混有杂質之后，导热系数就迅速減小，很明显的例子如：純銅的导热系数为340，而当混有极微数量的砷之后，导热系数就立刻降至122；炭鋼的λ要比軟鋼低10%到25%。

1—3 平壁導熱

1. **單層平壁** 讓我們来研究厚度为δ的單层厚壁（图1—3）。材料的导热系数是常数，而且等于λ，平壁的兩个外表面維持一定温度t_1和t_2。平壁的温度只沿垂直于壁面的x軸向发生变化。因此，在这种情况下的温度場是一度的，所有的等温面都是平面，並垂直于x軸。

想象在壁內距离表面x处以兩等温面为界划分出一厚dx的薄壁。根据傅立叶定律（式1—1），对于这一种薄壁可以写成:

$$q=-\lambda\frac{dt}{dx}。\qquad (a)$$

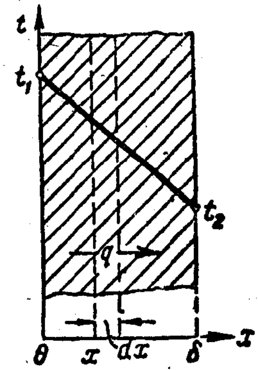


图1—3

分离变数后，即得:

$$dt=-\frac{q}{\lambda}dx。\qquad (б)$$

把上式积分，就給出:

$$t=-\frac{d}{\lambda}x+c。\qquad (в)$$

积分常数c要由边界条件来确定，即

当$x=0$时，$t=t_1$，把这些数值代入式（в），

我們得出:

$$c=t_1 \qquad (г)$$

而求得温度改变的方程式为:

$$t=-\frac{q}{\lambda}x+t_1\ 。\qquad (1—2)$$

$x=\delta$时，$t=t_2$所以，

$$t_2=-\frac{q}{\lambda}\delta+t_1\ 。\qquad (д)$$

上式可以用来求出热流量q的数值，即:

$$q=\frac{\lambda}{\delta}(t_1-t_2)=\frac{\lambda}{\delta}\triangle t\text{仟卡/米}^2\text{—小时}。\qquad (1—3)$$

由此可見，在每小时內，平壁每平方米所傳递的热流量与导热系数λ及平面兩表面的温度差$\triangle t$成正比和平壁厚度δ成反比。同时，还应当指出热流量的大小不是取决于温度的絕对值，而是取决于温度之間的差額$\triangle t=t_1-t_2$。

式（1—3）是平壁导热的計算公式。它使$q,\lambda.\delta.$和$\triangle t$四个量相互联系起来，知道其中任意三个量就可以求出第四个量，例如:

$$\lambda=\frac{q\delta}{\triangle t},\ \triangle t=\frac{q\delta}{\lambda},\ 和\ \delta=\frac{\lambda\triangle t}{q} \qquad (e)$$

根据式（1—3）求出热流量后，就很容易計算在τ小时內由F平方米的表面积所傳递的总热量Q:

$$Q=qF\tau=\frac{l}{\delta}\triangle tF\tau,\ 仟卡。\qquad (1—4)$$

式（1-2）是在导热方向上温度改变的曲線方程式。显然在q和l都是定数的条件下，这就是一个斜率为$-\frac{q}{\lambda}$的直線方程式，这就是在图 1-3 中把温度变化曲線划成一条直線的根据。但，不难想象，如果导热系数λ不是定数而是在导热途中随温度而改变的話，則温度变化曲線就不再是一条直線了。

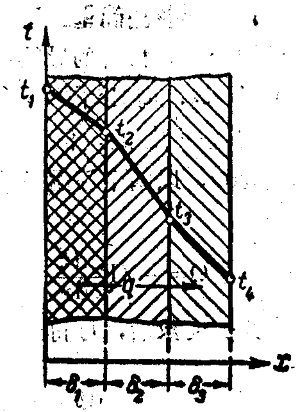
單层平壁导热的計算公式（1-3）也可以改写为：

$$p=\frac{t_1-t_2}{\frac{\delta}{\lambda}}。\qquad (Ж)$$

如果把式（Ж）和电学中的欧姆定律 $I=\frac{E}{R}$相比較，可以发现，这兩个式子非常相似。这里的热流量q就相当于电学中的电流I，这里的温度差t_1-t_2就相当于电学中的电势差E，而这里的$\frac{\delta}{\lambda}$項就正好相当于电学中的电阻R。因此$\frac{\delta}{\lambda}$一項，代表了对于导热的阻力的大小，就可以称为热阻。有了这种概念之后，可以帮助对于平壁导热的了解。

2. 多層平壁 凡是由好几层不同材料所組成的复合壁都称为多层平壁。例如，住宅的牆壁以磚层为基础，而在內面涂上灰泥在外面另有粉飾，这正是一种多层壁。再如鍋爐、冶金爐和其他热設备的爐牆也常常用好几层組成：耐火磚层，普通磚层，鋼板和热絕緣层。现在讓我們来推演这种多层壁导热的計算公式。

設有一个包含三层，层与层之間彼此密接的复合壁（图1-4）。第一层厚度等于δ_1，第二层厚度等于δ_2，第三层厚度等于δ_3。各层导热系数依次等于$\lambda_1\lambda_2$和λ_3。此处还知道多层壁的兩外表面温度各为t_1和t_4。因为层与层之間接触得很好，故假設直接相接触的兩表面具有相同的温度，不过这些温度都不知道：讓我們用t_2和t_3来表示第一层与第二层和第二层与第三层之間接触面的温度。



I圖—4 多層壁平

在稳定狀态下，热流量是常数，而且对于任何一层来說都相同，因此，根据式（I-3）通过每一层的热流量可以写成：

$$\left.\begin{aligned} q&=\frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1-t_2),\\ q&=\frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2-t_3),\\ q&=\frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_3-f_4)\ 。\end{aligned}\right\}\qquad (a)$$

从这些方程式，就很容易求出每一层里的温度变化：

$$\left.\begin{aligned} t_1-t_2&=q\frac{\delta_1}{\lambda_1},\\ t_2-t_3&=q\frac{\delta_2}{\lambda_2},\\ t_3-t_4&=q\frac{\delta_3}{\lambda_3}。\end{aligned}\right\}\qquad (б)$$

多层温度变化的总和就是整个多层壁的总温度差。把(б)組方程式的左右兩边彼此相加，就得到。

$$t_1-t_4=q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\frac{\delta_3}{\lambda_3}\right),\qquad (\text{в})$$

用这公式就可以确定热流量的数値:

$$q=\frac{t_1-t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\frac{\delta_3}{\lambda_3}}\ \text{仟卡/米}^2\text{小时。}\qquad (1-5)$$

依此类推，就可以立刻写出含 n 层平壁导热的計算公式:

$$q=\frac{t_1-t_{n+1}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}}\ \text{仟卡/米}^2\text{小时。}\qquad (1-6)$$

因为在式（1-5）里，分母的每項代表各层的热阻，所以，从这一方程式就可以得出这样的結論：多层平壁的总热阻等于各部分热阻之和。

如果把式（6）加以变化，就得到未知温度 t_2 和 t_3 的数値为:

$$\left.\begin{aligned}
t_2&=t_1-q\frac{\lambda_1}{\lambda_1};\\
t_3&=t_2-q\frac{\delta_2}{\lambda_2}=t_1-q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}\right)\\
t_3&=t_4+q\frac{\delta_3}{\lambda_4}\text{。}
\end{aligned}\right\}\qquad (1-7)$$

由此可見，在每层內部的温度曲線是一条直線，但整个多层平壁的温度曲線則变成一条折線（参看图1-4）。

1-4 圓筒壁導热

1. 單層圓筒壁 现在我們来研究長度为 l 米，內半徑为 r_1，外半徑为 r_2 的單层圓筒壁（圓管）。材料的导热系数是常数，並且等于 λ。筒的內表面和外表面分别維持一定的温度 t_1 和 t_2，而且 $t_1>t_2$（参看图1-5），温度只沿徑向即x方向而改变，因此，这里的温度場仍將是一度的，但所有等温面都变成和筒同軸的圓柱面。讓我們在壁內选定一半徑为r，厚度为dr，以兩个等温面为界的环形薄壁。根据傅立叶定律，每小时通过这一层薄壁的热量等于:

$$Q=-\lambda F\frac{dt}{dr}=-\lambda 2\pi r l\frac{dt}{dr}\ \text{仟卡/小时，}\qquad (a)$$

分离变数后，可得:

$$dt=-\frac{Q}{2\pi\lambda l}\ \frac{dr}{r}\text{。}\qquad (б)$$

把上式积分，就給出:

$$t=-\frac{Q}{2\pi\lambda l}\,l\text{n}r+c\text{。}\qquad (\text{в})$$

如果取变数在圓筒边界处的数值，即

$r=r_1$ 时 $t=t_1$ 和 $r=r_2$ 时 $t=t_2$，

代入式（в），就可得到下面兩个等式:

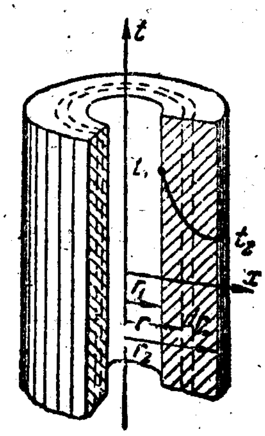


圖1-5 單層圓筒壁

$$t_1 = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} l n r_1 + c; \qquad (г)$$

$$t_2 = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} l n r_2 + c。 \qquad (д)$$

自第一个等式（г）減去第二个等式（д）发现:

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{2\pi\lambda l}(l n r_2 - l n r_1) = \frac{Q}{2\pi\lambda l} l n \frac{r_2}{r_1}, \qquad (e)$$

从而求出未知量Q为:

$$Q = \frac{2\pi\lambda l}{l n \frac{r_2}{r_1}}(t_1 - t_2) = \frac{2\pi\lambda l}{l n \frac{d_2}{d_1}} = (t_1 - t_2) \text{仟卡/小时。} \qquad (1-8)$$

由此可見，每小时通过管壁所傳递的热量是和导热系数λ、管的長度l以及温度差$\triangle t = t_1 - t_2$成正比，而和圓管外半徑r_2与內半徑r_1之比的自然对数成反比。內外半徑的比值可以用內外直徑的比来代替。

式(1—8)是單层圓筒壁导热的計算公式。当$t_1 < t_2$亦即热流量从外表面流向內表面时，此式仍旧正确。

如果把式（г）中常数的数值和式（1—8）中Q的数值代入式（в），我們就得到温度曲線的方程式为:

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{l n \frac{d_2}{d_1}} l n \frac{d}{d_1} \,°C, \qquad (1-9)$$

这是一条象对数曲線的方程式。由此可知，导热系数为常数时，單层圓筒壁的內部温度按照对数曲線变化（参看图1—5）。

每小时所通过管壁的热量可以用每米長的管路，或者用圓管每單位內表面积、或圓管每單位外表面积的热流量来說明。因而計算的公式也就改变为:

$$\frac{Q}{l} = q_l = \frac{2\pi\lambda\triangle t}{l n \frac{d_2}{d_2}}, \text{ 仟卡/米小时;} \qquad (1-10)$$

$$\frac{Q}{\pi d_1 l} = q_2 = \frac{2\lambda\triangle t}{d_1 l n \frac{d_2}{d_1}}, \text{ 仟卡/米}_2\text{小时;} \qquad (1-11)$$

$$\frac{Q}{\pi d_2 l} = q_2 = \frac{2\lambda\triangle t}{d_2 l n \frac{d_2}{d_1}}, \text{ 仟卡/米}_2\text{小时。} \qquad (1-12)$$

因为圓管內外表面积在数量上不一样，所以热流量q_1和q_2的数值也不同。从式（1—10），式（1—11）和式（1—12），不难求出q_l，q_1和q_2三种数量彼此間的关系，即

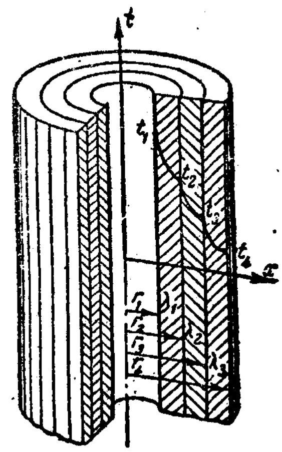
$$q_l = \pi d_1 q_1 = \pi d_2 q_2 \text{仟卡/米小时。} \qquad (1-13)$$

2. 多層圓筒壁 設有一圓筒壁由三层不同物質的壁所組成。由于层与层之間接触得很好，不同层相接触的兩表面有着同样的温度，各层內外直徑和导热系数都是已知的，表示这些量的符号，可以参看图（I—6）。此外，还知道多层壁的內表面温度和外表面温度各为 t_1 和 t_4。层与层之間兩接触面的温度是未知的，我們用 t_2 和 t_3 来表示。

在稳定狀态下，通过每一层的热量都相等，而且是常数。因此，根据式（I—10）並按照計算多层平壁同样的方法可以得到：

$$q_l=\frac{2\pi(t_1-t_4)}{\frac{1}{\lambda_1}ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\lambda_2}ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{\lambda_3}ln\frac{d_4}{d_3}}\text{ 仟卡/米小时。}\quad (I-14)$$

按照同样推理，可以直接写出包含 n 层圓壁筒的导热計算方程式为：



圖I—6 多層圓筒壁

$$q_l=\frac{2\pi(t_1-t_{4\,n+1})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}ln\frac{d_{i+1}}{d_i}}=\frac{\pi(t_1-t_{n+1})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{2\lambda_i}ln\frac{d_{i+1}}{d_i}}\text{ 仟卡/米小时。}\qquad (I-15)$$

如果把式(I—14)中 q_l 的数值求到后，我們就可利用下面方程式求各层之間接触面的未知温度为：

$$\left.\begin{aligned}
t_2&=t_1-\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_1}ln\frac{d_2}{d_1};\\
t_3&=t_2-\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_2}ln\frac{d_3}{d_2}=t_1-\frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{\lambda_1}ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\lambda_2}ln\frac{d_3}{d_2}\right)\\
\text{或}\quad t_3&=t_4+\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_3}ln\frac{d_4}{d_3}\text{。}
\end{aligned}\right\}\quad (I-16)$$

根据式（I—9），每一层內部温度都按照对数定則变化，但整个多层壁內温度曲線却是一条不連續的曲線（参看图I—6）。

思 考 題

① 三种换热的基本方式彼此間的不同是在那里？

② 根据傅立叶定律，你对导热系数有怎样的体会？它的單位应当是什么？

③ 通过平壁导热的研究，你怎样認識热流量与温度变化、壁的厚度和壁材料的导热系数間的关系？

第二章 对流换热

2—1 對流換熱過程

对流换热的概念是指流体和固体在直接接触时相互間换热的过程。这种过程的所以能实现是因为导热和对流同时在发生作用。这样导热和对流的总作用就称为对流换热，接触放热或簡称放热。

在流体里的导热现象和在固体里一样，完全是由温度梯度和导热系数来決定。对流的情形全完是另一个样子。对流时，热量的轉移是和热体的位移不可分割地相結合在一起的。这种情况就使得对流现象大为复杂，因为流体的位移与运动发生的原因，运动的情况，流体的种类和物性，以及固体的表面形狀和表面积的大小等都有关系。所以对流换热是一种极其复杂的过程，要取决于很多不同的因素。在一般情况下，所傳递的热量是形狀 φ，尺碼 l_1，l_2 和 l_3，放热表面温度 t_ω，放热面积 F，流体速度 ω，流体温度 t_f，以及流体的各种物理参数——导热系数 λ，比热 c_p，密度 ρ，粘度 μ 等因素的复变函数，即是說，

$$Q=f(\omega,t_\omega,t_f\lambda,c_p,\rho,\mu,\varphi,l_1,l_2,l_3\cdots\cdots)。\qquad(2-1)$$

2—2 放熱系數

根据傅立叶定律，由接触所傳递的热量和换热条件之間的关系可以用下列方程式来表示：

$$Q=-\lambda\int_F \mathrm{grad}t_f dF。\qquad(2-2)$$

但在实际計算里，利用这一个关系式是很困难的。为了求解式（2—2）就必須知道靠近壁面处温度梯度的数值及全部放热面积F上温度梯度的变化情况，这是不可能的。所以，要想使实际的計算方便，这个关系就应該以下列牛頓公式作为基础：

$$Q=\alpha F(t_f-t_\omega)，\text{仟卡/小时}。\qquad(2-3)$$

式（2-3）里的比例系数 α 称为放热系数，它决定流体和固体表面之間的换热情况。从同式可以看到：放热系数的因次是“仟卡/米^2—小时—度”。因此，放热系数的数值等于每單位时間內流体和表面之間温度相差1°C时通过單位表面积所傳递的热量。

但是，应用牛頓公式並沒有使問題得到根本变化。它只不过把对流换热过程的一切复杂性和計算上的困难都轉移到而且集中在放热系数这样一个量上罢了。

研究对流换热过程时，一般就遵循习慣上的計算方法，把注意力集中在确定放热系数（即建立起放热系数与各种因素之間的关系）上面。近来的研究都指出放热系数是所限制整个过程为很多变数的复杂函数。它是所有那些已經肯定要影响所傳递热量各因素的函数（参看式2-1），即：

$$\alpha=f(\omega,t_f,t_\omega,\lambda,c_p,\rho,\mu,\phi,l_1,l_2,l_3,\cdots\cdots)。\qquad(2-4)$$

对流换热过程的研究，无論在理論方面或者在实际方面，都在繼續进行中，而且在日益发展着，至于問題的解决，在理論方面的研究要用数学的方法，而在实驗方面的研究則要用直接实驗的方法。

数学分析的应用现在大半只限于把問題公式化，即組成各种微分方程式和确定它的單値性条件。只有对于某些个別情况和采用了大量可使問題簡化的假設时，这些方程式的求解才是可能的。由于那些假設並不一定符合于实际的情况，所以得出来的答案也常和实驗的結果不很一致。因此，在研究放热现象时，实驗方法的应用就具有很大的意义。

3-3 相似理論的一般概念

在实驗中，怎样来进行实驗，並把模型中实驗所得到的結果，应用到实物上去（同时也可以推广到同类相似組的实物上去）的学說，就叫做相似理論。一般来說，实物与模型間存在着相似关系的时候，則实物上某一点的某一种量可以从模型的相对应点上的同一种量乘以某一比例常数来得到。但是要使模型的实驗結果能应用于实物中去，究竟应該具备有那些条件？条件和条件之間存在有那些关系？这就是本节所要講的主要內容。

在本課程中，我們主要是討論热相似。热相似的意义是指实物与模型間温度場的相似和热流的相似。但是热相似必須在流体的动力相似下始能实现，而动力相似又必須在先滿足几何相似，运动相似和質量相似的情况下才能得到。

幾何相似：实物与模型的几何相似是指实物与模型間几何尺寸的相似：

$$\frac{l_1}{l_2}=c_l;\quad \frac{w_1}{w_2}=c_l^2;\quad \frac{V_1}{V_2}=c_l^3,$$

此处 c_l——几何相似的比例常数。

運动相似：实物与模型的运动相似是指实物中各点运动过程所需要的时間与模型上相对应各点运动过程所需要时間之比成一常数：

$$\frac{\tau_1}{\tau_2}=c_\tau,$$

此处，c_τ——时間相似的比例常数。

因为速度 $\omega=\dfrac{l}{\tau}$；加速度 $a=\dfrac{l}{\tau^2}$，

所以
$$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{l_1}{\tau_1}\Big/\frac{l_2}{\tau_2}=\frac{c_l}{c_\tau};\quad \frac{a_1}{a_2}=\frac{l_1}{\tau_1^2}\Big/\frac{l_2}{\tau_2^2}=\frac{c_l}{c_\tau^2},$$

这也就是实物和模型相对应点上，速度与速度成比例且方向一致，加速度与加速度成比例且方向一致。

質量相似：質量相似是指实物与模型間相对应点上流体的質量之比成一常数：

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2}=c_\rho c_l^3$$

此处，$c_\rho=\dfrac{\rho_1}{\rho_2}$——密度的比例常数。

具备了几何相似、运动相似、質量相似以后，則作用在实物与模型相对应点上的力的性質是一样的，方向是一致的，大小是成比例的，这是由于：

$$F_1=m_1a_1 \text{和} F_2=m_2a_2\ 。$$

因此， $$\frac{F_1}{F_2}=\frac{m_1a_1}{m_2a_2}=c_\rho c_l c_\tau^{-2}=\varphi,$$

此处，φ——力相似的比例常数。

但是 $$\frac{F_1}{F_2}=\frac{m_1a_1}{m_2a_2}=\frac{m_1\frac{\omega_1^2}{l_1}}{m_2\frac{\omega_2^2}{l_2}},$$

因此， $$\frac{F_1l_1}{m_1\omega_1^2}=\frac{F_2l_2}{m_2\omega_2^2}=\frac{Fl}{m\omega^2}=Ne, \tag{2-5}$$

此处，Ne——牛頓判别数或牛頓准則。

由此可知，实物与模型要是动力相似，它們的牛頓准則的数值必須相等，而牛頓准則說明在动力相似的情况下，力、質量、速度及線尺寸之間的关系。在对流換热过程中，如果流体是受迫流动則粘性力起主要作用，如果是自然流动則浮升力起主要作用。因此，在受迫流动中粘性力一定要相似，在自然流动中浮升力一定要相似，其他作用在流体上的力可不予考慮。

流体的粘性力： $$T=\mu w\frac{d\omega}{dl}, \text{公斤},$$

此处，μ——流体絕对粘性系数，$\frac{\text{“公斤—秒”}}{\text{米}^2}$；

w＝面积“米”；

$\frac{d\omega}{dl}$——速度梯度 $\frac{\text{“1”}}{\text{秒}}$。

流体的浮升力： $$G=(\rho_0-\rho)gV, \text{公斤}。$$

但我們已知流体的比容与温度的关系为，

$$v=v_0(1+\beta\triangle t),$$

因此， $$v=v_0+v_0\beta\triangle t, \text{即} \frac{1}{\rho}=\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{\rho_0}\beta\triangle t,$$

簡化后得： $$\rho_0-\rho=\rho\beta\triangle t,$$

因此， $$G=\rho\beta\triangle tgV$$

若研究的問題要求粘性力相似，則以T代替牛頓准則中的力F；得

$$\frac{Fl}{m\omega^2}=\frac{\mu_1w_1\frac{d\omega_1}{dl_1}l_1}{m_1\omega_1^2}=\frac{\mu_2w_2\frac{d\omega_2}{dl_2}l_2}{m_2\omega_2^2}$$

而 $$m=\rho V,$$

因之， $$\frac{\mu_1w_1\frac{d\omega_1}{dl_1}l_1}{\rho_1V_1\omega_1^2}=\frac{\mu_2w_2\frac{d\omega_2}{dl_2}l_2}{\rho_2V_2\omega_2^2}$$

簡化后得到： $$\frac{\rho_1\omega_1l_1}{\mu_1}=\frac{\rho_2\omega_2l_2}{\mu_2}=\frac{\rho\omega l}{\mu}=\frac{\omega l}{\nu}=Re \tag{2-6}$$

此处，Re——雷諾判别数或称雷諾准則。

若所研究的問題要求浮升力相似，則以G代替牛頓准則中的力F，得：

$$\frac{Fl}{m\omega_2}=\frac{\rho_1\beta_1\triangle t_1 g_1 V_1 l_1}{m_1\omega_1{}^2}=\frac{\rho_2\beta_2\triangle t_2 g_2 V_2 l_2}{m_2\omega_2{}^2},$$

而$\rho V=m$和$\omega=\frac{\nu}{l}$，代入上式並簡化之得到：

$$\beta_1\frac{g_1 l_1{}^3}{\nu_1{}^2}\triangle t_1=\beta_2\frac{g_2 l_2{}^3}{\nu_2{}^2}\triangle t_2=\beta\frac{gl^3}{\nu^2}\triangle t=Gr, \qquad (2-7)$$

此处，Gr——葛拉曉夫准則。

式中：$\nu=\frac{\mu}{\rho}$——流体运动粘性系数，"米²/秒"

雷諾准則和葛拉曉夫准則分別是流体粘性力和浮升力相似的准則，他是牛頓准則的特例，必須注意这些准則是是无因次的。

在对流放热中，实物和模型的雷諾准則相等以及葛拉曉夫准則相等是进一步研究热相似的基础。要得到热相似，我們还需要热相似的准則。

根据导热方程式：

$$\frac{\partial t}{\partial\tau}+\omega_x\frac{\partial t}{\partial x}+\omega_y\frac{\partial t}{\partial y}+\omega_z\frac{\partial t}{\partial z}=a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right);$$

和換热方程式：

$$\alpha\triangle t=-\lambda\frac{\partial t}{\partial y},$$

式中：t——温度；τ——时間；ω_x，ω_y，ω_z——流体速度在三座标軸上的分速度；

$a=\frac{\lambda}{c_p\gamma}$——流体导温系数（$\lambda$为导热系数；$\gamma$为流体重度；$c_p$为定压比热。）；

α——放热系数。

对于实物来說，兩方程式为：

$$\frac{\partial t_1}{\partial\tau_1}+\omega_{x1}\frac{\partial t_1}{\partial x_1}+\omega_{y1}\frac{\partial t_1}{\partial y_1}+\omega_{z1}\frac{\partial t_1}{\partial z_1}=a_1\left(\frac{\partial^2 t_1}{\partial x_1{}^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y_1{}^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z_1{}^2}\right) \qquad (a)$$

及

$$\alpha_1\triangle t_1=-\lambda_1\frac{\partial t_1}{\partial y_1}。 \qquad (б)$$

同理，对于模型，

$$\frac{\partial t_2}{\partial\tau_2}+\omega_{x2}\frac{\partial t_2}{\partial x_2}+\omega_{y2}\frac{\partial t_2}{\partial y_2}+\omega_{z2}\frac{\partial t_2}{\partial z_2}=a_2\left(\frac{\partial^2 t_2}{\partial x_2{}^2}+\frac{\partial^2 t_2}{\partial y_2{}^2}+\frac{\partial^2 t_2}{\partial z_2{}^2}\right) \qquad (в)$$

及

$$\alpha_2\triangle t_2=-\lambda_2\frac{\partial t_2}{\partial y_2} \qquad (д)$$

如果实物与模型是相似的，則可得到下列关系：

$$\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}=c_l;\quad \frac{\tau_1}{\tau_2}=c_\tau;\quad \frac{\omega_{x1}}{\omega_{x2}}=\frac{\omega_{y1}}{\omega_{y2}}=\frac{\omega_{z1}}{\omega_{z2}}=C_\omega$$

$$\frac{t_1}{t_2}=c_t;\quad \frac{a_1}{a_2}=c_a;\quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2}=c_\lambda;\quad \frac{\alpha_1}{\alpha_1}=c_\alpha\ 。$$

把实物中的各个变数用模型中的各个变数来代替，例如把$x_1=c_l x_2$……代入(a)和(б)式则(a)与(б)变成：

$$\frac{c_t}{c_\tau}\frac{\partial t_2}{\partial \tau_2}+\frac{c_\omega c_t}{c_l}\left(\omega_{x2}\frac{\partial t_2}{\partial x_2}+\omega_{y2}\frac{\partial t_2}{\partial y_2}+\omega_{z2}\frac{\partial t_2}{\partial z_2}\right)$$

$$=\frac{c_a c_t}{c_l^2}a_2\left(\frac{\partial^2 t_2}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 t_2}{\partial z_2^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z_2^2}\right) \qquad (e)$$

及

$$c_\alpha c_t \alpha_2 \triangle t_2=-\frac{c_\lambda c_t}{c_l}\lambda_2\frac{\partial t_2}{\partial y_2}\text{。} \qquad (ж)$$

但由于相似的原因，式（e）与（в）及式（ж）与（д）应該是一致的，所以有下列关系存在：

$$\left.\begin{aligned}\frac{c_t}{c_\tau}&=\frac{c_a c_t}{c_l^2}\ \text{或}\ \frac{c_a c_\tau}{c_l^2}=1;\\ \frac{c_\omega c_t}{c_l}&=\frac{c_a c_t}{c_l^2}\ \text{或}\ \frac{c_\omega c_l}{c_a}=1;\\ c_\alpha c_t&=\frac{c_\lambda c_t}{c_l}\ \text{或}\ \frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda}=1\text{。}\end{aligned}\right\} \qquad (з)$$

现在，把式（з）中的相似比例常数以实物及模型的变数（例如 $c_l=\frac{l_1}{l_2}$，$c_\tau=\frac{\tau_1}{\tau_2}$………）代入，同时把实物的变数与模型的变数分离在等号左右，就可以求得热相似的准則为

$$\frac{a_1\tau_1}{l_1^2}=\frac{a_2\tau_2}{l_2^2}\text{或}\frac{a\tau}{l^2}=Fo=\text{同一数值;} \qquad (2-8)$$

$$\frac{\omega_1\tau_1}{a_1}=\frac{\omega_2 l_2}{a_2}\text{或}\frac{\omega l}{a}=Pe=\text{同一数值;} \qquad (2-9)$$

$$\frac{\alpha_1 l_1}{\lambda_1}=\frac{\alpha_2 l_2}{\lambda_2}\text{或}\frac{\alpha l}{\lambda}=Nu=\text{同一数值;} \qquad (2-10)$$

此处，Fo——傅立叶准則；Pe——貝克列准則；Nu——努謝尔特准則。

实用上我們改写貝克列准則成为 $Pe=\frac{\omega l}{a}=\frac{\omega l}{\nu}\cdot\frac{\nu}{a}=Re\cdot Pr$。

这种代替的好处，在于是Pe流体动力相似的准則，而新准則Pr叫做柏朗特尔准則，他包含工作流体的物理参数，能够說明流体的物理性質：

$$Pr=\frac{\nu}{a}=\frac{\nu}{\frac{\lambda}{c_p\gamma}}=\frac{\mu g c_p}{\lambda}\text{。} \qquad (2-11)$$

对于原子数目相同的气体，Pr体是一常数，其值和压力温度无关，單原子气体Pr=0.67，双原子气体Pr=0.72，三原子气Pr=0.8，四原子气体和更多原子的气体Pr=1。

（一）相似理論的第一定理：根据以上研究，可知当实物与模型相似时，相似准則的数值相等，这就是相似理論第一定理的內容。第一定理可叙述如下“凡彼此相似的现象，必具有相同的相似准則，且其同一相似准則的数值，必定相等。”从这个定理，可知在实驗中必須量出所要研究的那一个过程各种相似准則中所包括的一切数量。

（二）相似理論第二定理：对于如何来整理实驗結果的問題是屬于第二定理的內容，第二定理可表达于下："当任何一种物理現象，需要用数学函数关系来加以說明时，即令是在用普通函数关系来說明有困难或甚致不可能的情况下，用相似准則的函数关系来說明，总是可能的。"这条定理說明了必須把实驗結果整理成若干相似准則，並且把各相似准則h_1，$k_2, k^3 \cdots\cdots k_n$表成准則方程式的形式。

$$f(k_1, k_2, \cdots\cdots\cdots k_n)=0 \quad (2-12)$$

（三）相似理論第三定理："凡單値性条件相似，而且由單値性条件構成的准則在数値上相等时的那些現象，才是相似。"这个定理說明了現象相似的充分条件是單値性条件相似。同时，相似准則数値要相等。所謂單値性条件包括下列各項：

（1）几何条件——說明参与过程的物体形狀和大小，例如管子的直徑，管面光滑的程度。管子的長度等等。

（2）物理条件——例如管內工質（帶热体）是不可压縮的水，其物理参数为λ，c，μ和γ等等。

（3）边界条件——例如进出口处流体温度，表面温度，流体速度等等。

（四）时間条件——說明在时間上过程进行的特点。对于稳定过程与时間无关，因之无时間条件。

2-4 相似理論應用於對流換热問題

前一节已經指出，对于对流换热的相似准則为：

雷諾准則：
$$Re=\frac{\omega\rho l}{\mu}=\frac{\omega l}{\nu}; \quad (2-6)$$

傅立叶准則：
$$Fo=\frac{a\tau}{l^2}; \quad (2-8)$$

柏朗特尔准則：
$$Pr=\frac{\nu}{a}=\frac{\nu}{\frac{\lambda}{c_p\gamma}}=\frac{\mu g c_p}{\lambda}; \quad (2-11)$$

努謝尔特准則：
$$Nu=\frac{\alpha l}{\lambda}; \quad (2-10)$$

葛拉曉夫准則：
$$Gr=\beta\frac{gl^3}{\nu^2}\triangle t \text{。} \quad (2-7)$$

根据第二定理可写出下列准則方程式：

$$Nu=f(Fo, Re, Gr, Pr)\text{。} \quad (2-13)$$

如果是稳定換热則删去F_o，如果受迫流动則不考慮Gr，反之，如自然流动則不考慮Re，因此：

受迫流动时的准則方程式：$Nu=f(Re, Pr)$。 (2-14)

自然流动时的准則方程式：$Nu=f(Gr, Pr)$。 (2-15)

最后对于原子数目相同之气体，准則 Pr 之値較相同，而且是常数，所以上二式变为：

$$Nu=f(Re) \quad 及 \quad Nu=f(Gr)。 \qquad (2-16)$$

所有这些准則方程式的具体形式由实驗加以确定。在針对某一具体情况希望求得放热系数α时，首先求出Re和Gr，或Gr和Pr，然后再根据准則方程式求得Nu，于是包括在Nu中的α就可以得到，因之再根据$Q=\alpha F\triangle t$就很容易求得热量。

2-5 相似准則中的定性溫度和定型尺度

决定相似准則中的物理参数数值的溫度称为定性溫度。在按准則方程式处理实驗数据时如何选取定性溫度是一个非常重要的課題。由于相似准則中所包含的物理参数的数值都随着溫度的不同而不同，在溫度場相似的条件下不可能保証物理参数場的絕对相似，我們只能用其平均数的相似来近似地代替其場的相似。现在一般常以流体的平均溫度t_f，或壁面的溫度t_ω，或边界层的平均溫度t_m作为定性溫度，而

$$t_m=\tfrac{1}{2}(t_\omega+t_f)。 \qquad (2-17)$$

流体的平均溫度一般最常以算术平均值来計算：

$$t_f=\tfrac{1}{2}(t'_f+t_f''), \qquad (2-18)$$

式中，t'_f和t_f''为流体的初溫和終溫。

当流体溫度变化狠大时，它的平均溫度一般按下式計算：

$$t_f=t_\omega\pm\overline{\triangle t}, \qquad (2-19)$$

式中，加号用于流体被冷却时，減号用于流体被加热时，而$\overline{\triangle t}$为对数平均溫度差，可按下式来計算：

$$\overline{\triangle t}=\frac{t'_f-t_f''}{ln\dfrac{t'_f-t_\omega}{t_f''-t_\omega}}。 \qquad (2-20)$$

相似准則中所包含的長度尺度称为定型尺度，如雷諾准則和努謝尔特准則中的l即是。这种定型尺度的选取也是决定准則数值的一个重要因素。由于选取定型尺度的不同，对同一物理现象，准則的数值可以不一致。事实上，不同的定型尺度的相似准則含有不同的物理意义。常用的相似准則采取下面的定型尺度：圓管取它的直徑；非圓管的槽道取所謂当量直徑$d_{эк}$，而

$$d_{эк}=\frac{4f}{U}米, \qquad (2-21)$$

式中，f为槽道的截面积，米^2；U为截面的总周長，即被潤湿的周边長度，米。

对横掠單管或管簇取管的外徑为定型尺度。对縱掠平壁則取沿流动方向的壁面長度为定型尺度。

2-6 幾種准則型式經驗公式

（一）流体在管內作紊流流动：針对这种情况，由实驗可以得到下列一般的經驗公式：

$$Nu=0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}。 \qquad (2-22)$$

由于傳热方向对傳热情况有一定的影响，所以当較严格地考虑到傳热的方向时，上列公式应該分別写成下列兩个公式：

（1）在对流体加热情况（傳热的方向是由壁面向流体）下，

$$Nu=0.0209Re^{0.8}Pr^{0.45}; \qquad (2-23)$$

（2）在使流体冷却情况（傳热的方向是流体向壁面）下，

$$Nu=0.0263Re^{0.8}Pr^{0.35} \qquad (2-24)$$

以上經驗公式的适用范圍是在 Re＝10000－40000 和 Pr＝0.7－250 之間，其中各相似准則中所包含的一些物理量 λ 等等都規定是取流体平均温度下的数值，因为这些公式原来就是根据这种假定得到的。

以上經驗公式是根据長管（$\frac{l}{d}=150$）作实驗而得到的，如果用其他 $\frac{l}{d}$ 比值的情况下，所求出的还要乘以如下表所列的校正系数：

$\frac{l}{d}$	5	10	20	50	100	150	200
$\frac{\alpha}{\alpha_{150}}$	1.29	1.17	1.09	1.04	1.01	1.00	0.99

如果流体是气体，例如空气，其 $Pr\cong0.72$，則由于

$$0.023Pr^{0.4}=0.023\times0.72^{0.4},$$

可以把式（2－22）簡化成：

$$Nu=0.0202Re^{0.8}。 \qquad (2-25)$$

（二）氣体在管外受迫横向流动：当气体，例如空气，在管外横向流过單管时，情况大致如图2－1所示。由实驗表明，这类现象可以有如下的經驗公式：

$$Nu=0.2Re^{0.6}, \qquad (2-26)$$

式中，相似准則中所包含的d是管的直徑，ω 是取管前的空气流速，空气的一切物理量是取管前空气平均温度下的数值。这一公式适用范圍是在 $5000<Re<50000$ 之間。

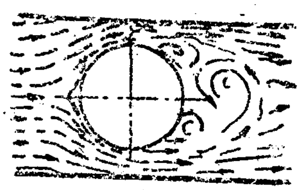


圖2－1 气體在單管外横向流動情况

如果空气不是横向流过單管，而是横向穿过管簇，則其情况就有所不同。管簇的排列大致有兩种形式，卽順排式和叉排式如图2－2所示。严格地說来，空气横向穿过这兩种管簇的傳热情况是有差别的，而且管的直徑和管間距离也給予傳热一定的影响。不过，我們可得一种对所有管簇都能适用的近似公式如下：

$$Nu=0.22Re^{0.62}, \qquad (2-27)$$

式中，相似准則所包含d的是管的直徑，ω 是取一排管子間最窄处的空气流速，空气的一切物理量是取空气平均温度下的数值。

（三）空氣在水平管外作自然對流：对于空气受热上升所形成的自然对流与水平單管外壁之間的对流换热情况，实驗給出下列的經驗公式：

（1）在 $10^3<Gr\cdot Pr<10^7$ 的范圍内，

$$Nu=0.325(Gr\cdot Pr)^{\frac{1}{4}}; \qquad (2-28)$$

（2）在 $Gr\cdot Pr>10^8$ 的情况下，

$$Nu=0.13(Gr\cdot Pr)^{\frac{1}{3}}; \qquad (2-29)$$

式中，相似准則所包含的一切物理量是取空气和管子壁面的平均温度下的数值。

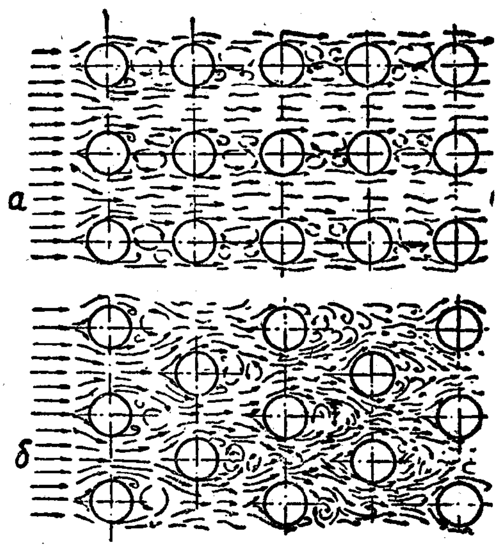


圖2—2 气體在圓管管簇間横向流動情况

(a)順排式　　(б)叉排式

思 考 題

①我們知道，对流换热也是一种接触换热，但是，当計算对流换热所傳递的热量时，为什么人們不用傅立叶定律来进行，而一般要采用牛頓所提出的公式？

②放热系数的單位是什么？为什么放热系数值的决定必須借助于实驗？

③相似理論的实际意义是在那里？它又怎样被应用于对流换热的問題上去？