

力学

自学指导

罗蔚茵

(中山大学物理系)



前 言

这本力学自学指导书主要是为帮助理工科大学学生学习力学课程而编写的。因为课堂讲授只是掌握基础理论知识的启发阶段，关键还在于自学。它包括阅读教材和参考书、演算习题、思考和讨论，以及学会把书本知识运用到实际中去。

为了帮助同学逐步提高自学能力，引导同学“多想”和“多练”，启发同学独立思考，以便深入领会物理概念；提高解题分析及掌握基本运算技能。在此，根据1977年全国理科物理教材会议所制订的力学教学大纲要求，配合相应的力学教材，编写了这本自学指导。它的内容包括：（一）复习大纲；（二）例题分析；（三）基本练习；（四）思考题目；（五）补充练习。并在附录中给出基本练习的详细解答，以供读者在独立解题的基础上参考对照。

书中的例题分析及习题解答都力求着重从物理意义方面进行分析讨论，而不是只停留在解题演算。附录中还简略介绍了学习力学所需的一些基本数学知识，如矢量、复数，微积分及微分方程等。并推荐一些国内外流行的力学参考书及某些力学问题的专题文章。

本书主要适用于高等理工科大学各专业。亦可供中专及高中力学的教学参考以及具有同等文化程度的读者自学用。

本书中的插图蒙中山大学物理系全志义同志协助绘制，出版工作承中山大学印刷厂积极支持。编者谨在此表示衷心感谢。

编 者

1979年12月

目 录

第一章 质点运动的基本规律

I—1 复习提纲	(1)
I—2 例题分析	(2)
I—3 基本练习	(13)
I—4 思考题目	(17)
I—5 补充练习	(19)

第二章 机械运动中的动量和能量

II—1 复习提纲	(24)
II—2 例题分析	(25)
II—3 基本练习	(37)
II—4 思考题目	(39)
II—5 补充练习	(41)

第三章 刚体运动的基本规律

III—1 复习提纲	(45)
III—2 例题分析	(45)
III—3 基本练习	(58)
III—4 思考题目	(61)
III—5 补充练习	(63)

第四章 流体力学

IV—1 复习提纲	(66)
IV—2 例题分析	(67)
IV—3 基本练习	(70)
IV—4 思考题目	(72)
IV—5 补充练习	(74)

第五章 振动和波

V—1 复习提纲	(78)
V—2 例题分析	(79)
V—3 基本练习	(88)
V—4 思考题目	(91)
V—5 补充练习	(93)
附录一 基本练习参考题解	(99)
附录二 量纲和力学单位	(137)
附录三 一些与力学有关的数值表	(144)
附录四 力学中的一些矢量问题	(147)
附录五 与力学有关的微积分初步知识	(153)
附录六 与振动有关的复数知识	(172)
附录七 与振动有关的微分方程简介	(176)
附录八 力学参考书目及资料索引	(180)

第一章 质点运动的基本规律

I—1 复习提纲

(一) 如何认识运动的绝对性和相对性?为什么要选用参照系和坐标系?是否一定要选地球为参照系?

(二) 速度和加速度的相对性、瞬时性和矢量性。如何用数学形式表达出来?

(三) 变速直线运动所走过的距离如何得出?注意位移和路程的不同。

(四) 牛顿第一定律说明什么?“要维持物体运动就必须有力作用”,这个结论对吗?根据你的生活经验举例分析之。

(五) 牛顿第二定律(矢量形式)具有什么意义?如何应用来解决动力学问题(结合习题)。注意牛顿第二定律的客观规律性。

(六) 作用和反作用有什么关系?为什么不能互相抵消?

(七) 机械运动中几种常见的力有哪些特点?重量和质量有什么不同的意义。

(八) 如何描述曲线运动(与直线运动有何联系和区别)?在一般曲线运动中位移方向、速度方向和加速度方向是否相同?为什么要引入速度矢量和加速度矢量?

(九) 匀速率圆周运动的向心加速度是怎样得出的?在一般曲线运动中切向加速度和法向加速度对物体的运动各自

起什么作用？

(十) 试分析下面问题：

(1) 等加速运动是否一定是直线运动？

(2) 在一般圆周运动中，加速度方向是否一定指向圆心？

(3) 曲线运动是否一定有加速度？

(十一) 为什么在讨论曲线运动的速度时可用“以直代曲”无限分小的方法来解决；而对曲线运动的加速度则需“以圆代曲”无限趋近才能解决？

(十二) 什么是惯性参照系和非惯性参照系？力学相对性原理具有什么意义？了解什么是惯性力，它与通常的力有何不同。注意向心力，离心力和惯性离心力的区别。

(十三) 什么是“经典力学”？它的适用范围如何？

I--2 例题分析

动力学的典型问题可以归结为以下两类：

第一类问题：已知作用于物体(质点)上的力，由力学规律来决定该物体的运动情况或平衡状态。

第二类问题：已知物体的运动情况或平衡状态，由力学规律来推究作用于物体上的诸力。

在读者尚未掌握有关高等数学知识前，暂时未能完全解决这两类问题。对于第一类问题，只能由物体的相互作用通过牛顿第二定律及其他一些条件，计算物体的加速度。至于第二类问题虽然比较简单(就数学上的意义来说)，但我们仍然只能解决一些比较简单的问题。本节的目的是通过一些特例，初步掌握解决动力学问题的基本方法。

为使同学们掌握分析和解决本类问题的方法和步骤，下

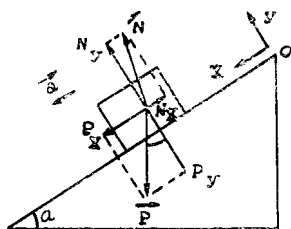
面我们不厌其烦地按部就班进行讨论和解题。当然，在充分掌握了要领并且具有一定的解题能力以后，有些步骤是可以心算而不必列出的。必须指出的是，在解题过程中要尽量用物理符号进行运算，一般要在得出以物理符号表示的结果以后才代入具体数值计算，因为这样便于检查每一步的正误，所得结果的物理意义比较明显，还可以减少计算过程中引入的附加误差，并且也便于确定单位。

〔例一〕伐木工人把一质量为 $m = 100$ 千克的木料沿滑槽往山下运送，已知滑槽的水平倾角为 $\alpha = 30^\circ$ ，木料与滑槽的摩擦系数为 $\mu = 0.20$ ，试分析木料所受的力并求出其加速度。

解：

首先分析问题的性质，作简图如下。为方便起见，选如图示的坐标系。

其次分析作用在木上的力：



$$\text{重力 } \vec{P} \begin{cases} P_x = mgsin\alpha & (1) \\ P_y = -mg \cos \alpha & (2) \end{cases}$$

$$\text{斜面对木料作用力 } \vec{N} \begin{cases} N_x = -\mu N_y \text{ (摩擦力)} & (3) \\ N_y & \text{(正压力)} \end{cases}$$

然后写出牛顿第二定律的具体形式:

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \quad (\vec{a} \text{ 为木料的加速度})$$

$$\text{或} \begin{cases} P_x + N_x = ma_x \\ P_y + N_y = ma_y \end{cases} \quad (4)$$

$$(5)$$

$$\text{再利用运动学关系} \quad a_y = 0 \quad (6)$$

(因木料总是沿着滑槽——即X轴方向运动)

联立以上各式求解:

由(5)、(6)两式得:

$$N_y = ma_y - P_y = mg \cos \alpha \quad (7)$$

又由(3)式:

$$N_x = -\mu N_y = -\mu mg \cos \alpha \quad (8)$$

代入(4)式:

$$a_x = \frac{1}{m} (P_x + N_x) = \frac{1}{m} (mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha)$$

$$\text{即} \quad a_x = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \quad (9)$$

代入具体数值:

$$\begin{cases} a_x = 9.8(\sin 30^\circ - 0.20 \times \cos 30^\circ) = 3.2 \text{ 米/秒}^2 \\ a_y = 0 \end{cases}$$

这个结果就是我们所要求的木料的加速度。

讨论结果的意义:

木料的加速度沿滑槽方向向下, 其大小为

$$g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 3.2 \text{ 米/秒}^2$$

若滑槽的倾角 α 减少, 使得

$$\sin \alpha - \mu \cos \alpha \leq 0$$

即若 $tg\alpha \leq \mu$ ，则滑动不可能自然发生，此时需要外力推动(或给与一定的初速度)，才能往下滑。在 $\mu = 0.20$ 的情况下(本题所设这种情况)发生在滑槽倾角 α 小于(或等于) 11.5° 时。

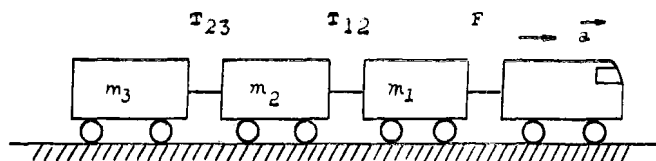
〔例二〕某机车以 $F = 5.0 \times 10^3$ 千克力牵引三节车厢，其中各节车厢的质量分别为：

$$m_1 = 75 \text{ 吨,}$$

$$m_2 = 100 \text{ 吨,}$$

$$m_3 = 75 \text{ 吨,}$$

试计算各节车厢之间挂钩的拉力 T_{12} 和 T_{23} 以及列车的加速度 a 。



解：本问题的对象是一有联系的物体群(质点组)，不能直接用牛顿第二定律来处理(注意牛顿第二定律的应用条件)，但可用一种十分有用的“隔离体法”来解决；即把物体(车厢)间的联系，归结为一相互作用力(拉力、压力、摩擦力等)，然后对每一物体(可以看成是质点)应用牛顿第二定律。

在本题的情况下，考虑到各车厢都沿水平方向作直线运动，有相同的加速度，故可以不考虑其沿垂直方向的情况，简单的写成标量形式，(参看下图)。

对 m_1 : $F - T_{12} = m_1 a$ (1)

对 m_2 : $T_{12} - T_{23} = m_2 a$ (2)

对 m_3 : $T_{23} = m_3 a$ (3)

(1) + (2) + (3):

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) a$$

$$\therefore a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (4)$$

代入(3):

$$T_{23} = \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} F \quad (5)$$

再代入(2):

$$T_{12} = (m_2 + m_3) a = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} F \quad (6)$$

以题设数据代入, 得第一、二节车厢挂钩的拉力为

$$T_{12} = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} F = \frac{100 + 75}{75 + 100 + 75} \times 5.0 \times 10^3 = 3.5 \times 10^3 \quad \text{千克力}$$

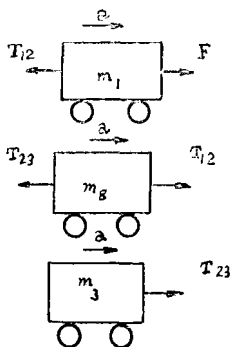
第二、三节车厢挂钩的拉力为:

$$T_{23} = \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} F = \frac{75}{75 + 100 + 75} \times 5.0 \times 10^3 = 1.5 \times 10^3 \quad \text{千克力}$$

列车的加速度为:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{5.0 \times 10^3 \times 9.80 (\text{牛顿})}{(75 + 100 + 75) \times 10^3 (\text{千克})} = 0.196 \text{米/秒}^2$$

由上述结果可见, 第一、二节车厢间挂钩的抗拉强度必



须超过 3.5×10^3 千克力，而第二、三节车厢的必须超过 1.5×10^3 千克力。考虑问题时还要计及“安全因素”，所以挂钩的抗拉强度还要超过上述数值很多才行。

〔例三〕一质量为 $m_2 = 1.0$ 千克的夹子，以压力 $P = 12$ 千克力夹着质量为 $m_1 = 5.0 \times 10^2$ 克的木板，已知夹子与木板间的摩擦力系数 $\mu = 0.20$ ，问以多大的力 F 沿直往上抽时才能使木板脱离夹子。

解：设木板 m_1 的加速度为 a_1 ，夹子 m_2 的加速度为 a_2 ，选取坐标如图所示。根据牛顿定律写出运

动方程：

$$\text{对木板：} F - 2\mu P - m_1 g = m_1 a_1$$

$$\text{对夹子：} 2\mu P - m_2 g = m_2 a_2$$

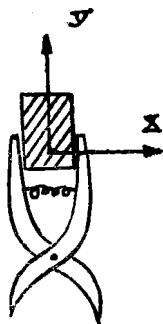
要使木板脱离夹子必须 $a_1 > a_2$

即

$$\frac{F - 2\mu P - m_1 g}{m_1} > \frac{2\mu P - m_2 g}{m_2}$$

故

$$F > \frac{2\mu P(m_1 + m_2)}{m_2} = 7.2 \text{ 千克力}$$

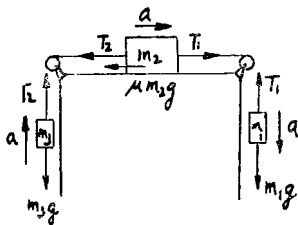


在生产实际中起重机的爪钩利用摩擦力吊起物体时要考虑此问题，否则物体会脱落。

〔例四〕如下图所示的系统，各物体的质量 m_1 、 m_2 、 m_3 且 m_2 与桌面的摩擦系数 μ 均已知，若滑轮与绳子的质量及摩擦可以忽略，绳子也不会伸长；又设 m_1 足够大，使得它向下加速；求各物的加速度及各段绳子的张力。

〔解〕：滑轮与绳子的质量及其摩擦可以忽略，相当于说每两物体间的一段绳子中的张力都是不变的。

绳子不会伸长，相当于说各物的加速度其大小都一样为 a 。



本问题的对象是一有联系

的物体群，不能直接用牛顿第二定律来处理，但可以用“隔离体法”来解决。即把物体间（通过绳子）的联系，归结为一作用力（张力），然后对每一物体（可以看成是质点）应用牛顿第二定律。考虑到各物体都作直线运动，故可简单的写成标量形式：

$$\text{对 } m_1: m_1 a = m_1 g - T_1 \quad (1)$$

$$\text{对 } m_2: m_2 a = T_1 - T_2 - \mu m_2 g \quad (2)$$

$$\text{对 } m_3: m_3 a = T_2 - m_3 g \quad (3)$$

$$(1) + (2) + (3): (m_1 + m_2 + m_3) a = (m_1 - \mu m_2 - m_3) g$$

$$\therefore a = \frac{m_1 - \mu m_2 - m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g$$

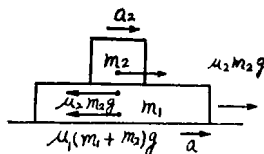
$$\text{代入(1): } T_1 = m_1(g - a) = \frac{(1 + \mu)m_2 + 2m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot m_1 g$$

$$\text{代入(3): } T_2 = m_3(g + a) = \frac{2m_1 + (1 - \mu)m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot m_3 g$$

由上述结果可见，要实现 m_1 向下运动的要求，必须满足 $a > 0$ 的条件，即要求 $m_1 > (\mu m_2 + m_3)$

〔例五〕 在桌上有一质量为 m_1 的板，板上放一质量为

m_2 的物体。设板与桌面间的摩擦系数为 μ_1 ，物体与板间的摩擦系数为 μ_2 ，兹欲使板由物体下抽出；问至少须使用多大的力 F ？



〔解〕：用隔解法，写出牛顿第二定律的具体形式：
(只需考虑 x 方向)

$$\begin{cases} m_1 a_1 = F - \mu_1(m_1 + m_2)g - \mu_2 m_2 g \\ m_2 a_2 = \mu_2 m_2 g \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{m_1} \{ F - \mu_1(m_1 + m_2)g - \mu_2 m_2 g \} \\ a_2 = \mu_2 g \end{cases}$$

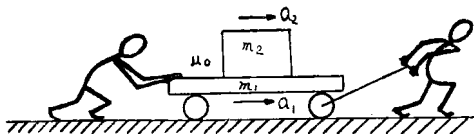
现在要把 m_1 从 m_2 下抽出，必须使 $a_1 > a_2$ ，

即

$$\frac{1}{m_1} \{ F - \mu_1(m_1 + m_2)g - \mu_2 m_2 g \} > \mu_2 g$$

$$\therefore F > (\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)g$$

〔例六〕 工人用质量为 $m_1 = 50$ 千克的大板车，运送一质量为 $m_2 = 100$ 千克的仪器设备，如图所示，已知车板是水平的，木箱与车板间的摩擦系数 $\mu_0 = 0.50$ ，大板车与路面的滚动摩擦阻力可以忽略不计；问拉（或推）大板车的水平分力



F 最大不能超过多少,才能保证木箱不致往后溜下?

〔解〕:

设木箱和车板之间的摩擦力为 $f_r \leq f_{r0}$, ($f_{r0} = \mu_0 m_2 g$ 是最大静摩擦力), m_1 的加速度为 a_1 , m_2 的为 a_2 , 用隔离体法, 写出牛顿第二定律的具体形式:

$$\text{对 } m_1: F - f_r = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$\text{对 } m_2: f_r = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$\text{即 } a_1 = \frac{F - f_r}{m_1} \quad (1)'$$

和

$$\text{即 } a_2 = \frac{f_r}{m_2} \quad (2)'$$

要使 m_2 不往后溜, 必须满足关系

$$a_1 \geq a_2 \quad (3)$$

以(1)'、(2)'代入, 得

$$\frac{F - f_r}{m_1} \geq \frac{f_r}{m_2}$$

$$\text{即 } F \geq \left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right) f_r$$

$$\text{由于 } f_{r0} \geq \mu_0 m_2 g \text{ (最大静摩擦力)} \quad (4)$$

$$\therefore F \geq \mu_0 (m_1 + m_2) g \quad (5)$$

以题设数据代入, 得

$$F \geq 0.5(50 + 100)9.80 \text{ 牛顿}$$

$$\text{或 } F \geq 75 \text{ 千克力}$$

结论:

注: 符号 $\geq$ 表示“不大于”某个量。

要使木箱不往后溜，拉（或推）车的水平分力不能大过75千克力，如果拉（或推）力大于此值，则要设法把木箱固定。

这个问题还可以这样提：若木箱是放在与车板同样质料的机动车上，则机动车的加速度不超过多大，才能保证木箱不往后溜下？由（2）、（3）、（4）可见，此时 $a_1 > u_0 g$ ；在本题中就是

$$a_1 > 0.5g = 4.9 \text{ 米/秒}^2$$

即要求机动车的加速度不能超过 4.9 米/秒^2 ，否则木箱就要另行固定。

〔例七〕质量为 m_2 的木块放在质量为 m_1 的斜面体的斜面上，假定摩擦可以忽略；问当 $\vec{F}$ 多大时，恰使 m_2 相对 m_1 静止不动？

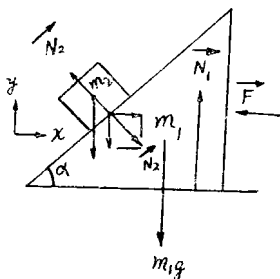
〔解〕：选座标如图，用“隔离体法”分析作用在 m_1 和 m_2 的力，

$$\text{对 } m_1: \quad m_1 a_{1x} = N_2 \sin \alpha + F \quad (1)$$

$$m_1 a_{1y} = N_1 - N_2 \cos \alpha - m_1 g \quad (2)$$

$$\text{对 } m_2: \quad m_2 a_{2x} = -N_2 \sin \alpha \quad (3)$$

$$m_2 a_{2y} = N_2 \cos \alpha - m_2 g \quad (4)$$



写出运动学关系,

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 \quad (\text{即 } a_{1y} = a_{2y} = 0, a_{1x} = a_{2x}) \quad (5)$$

将(5)代入(4)式, 得 $N_2 = \frac{m_2 g}{\cos \alpha}$ (6)

将(5)(6)式代入(3)式, 得 $a_{1x} = a_{2x} = \frac{-N_2 \sin \alpha}{m_2} = -gt \cdot a$

将(7)(8)式代入(1)式, 得

$$F = m_1 a_{1x} - N_2 \sin \alpha = -m_1 g t g a - \frac{m_2 g}{\cos \alpha} \sin \alpha$$

即 $F = -(m_1 + m_2) g t g a$ (方向从右向左)

〔例八〕 分析宇宙飞船在起飞阶段飞行员超重现象, 以及飞船在轨道中运行时, 飞行员的失重现象。

又, 飞船在降落阶段, 飞行员是超重还是失重?

〔解〕 选地球为参照系, 取坐标向上为正。用牛顿定律分析其受力情况。

设飞船在起飞时垂直地面的加速度为 a_1 , 则飞行员加速度也是 a_1 。

飞行员受重力 $(-mg)$

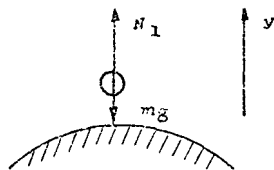
和飞船对他的支持力 N_1

飞行员的运动方程为,

$$N_1 - mg = ma_1$$

则支持力:

$$N_1 = mg + ma_1$$



地球

飞行员对飞船的压力 N_1' 和飞船对他的支持力 N_1 是一对作用和反作用, 大小相等, 方向相反

$$N_1' = -N_1 = -(mg + ma_1)$$

可见，飞行员对飞船的压力大于重力（负号表示方向向下），此时即出现超重现象。

注意：飞船在降落阶段，飞行员同样出现超重现象，因为此时飞船减速，加速度 a 仍然是向上的。

当飞船沿圆形轨道匀速率飞行时，飞行员的向心加速度为 $(-g)$

$$\text{即 } -m\frac{V^2}{R} = m(-g)$$

设此时飞船对飞行员的支持力为 N_2 ，则飞行员的运动方程为：

$$N_2 - mg = -m\frac{V^2}{R}$$

$$N_2 - mg = m(-g)$$

故得： $N_2 = 0$

可见，飞行员对飞船的压力 $N_2' = -N_2 = 0$ ，此时出现失重现象。

I — 3 基本练习

(1—1) 某小船运载木箱逆水而行，经过一桥下时，一个木箱不慎落入水中，半小时后才发觉，即回程追赶，在桥下游5.0千米处赶上木箱，设小船顺流及逆流划行之速度不变，问小船回程追赶所需时间，并求水流速度。

(1—2) 一物体和探测气球从同一高度垂直向上运动，物体初速为 $V_0 = 49.0$ 米/秒，而气球的速度 $V = 19.6$ 米/秒，匀速上升，问气球中的观察者在下列时刻：第二秒末，